

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА АЛГОРИТМИ



Математичне моделювання процесу руху твердих частинок шламу абразивної обробки металів в потоці миючого розчину, що рухається

ВЕРНИГОРА В.Д., НАДРИГАЙЛО Т.Ж., БЕКЛЕМЕШЕВ Р.А.

Дніпродзержинський державний технічний університет

У даній роботі досліджена теорія процесу миття твердих частинок шламу абразивної обробки металів. Розроблена математична модель руху твердих металевих частинок і частинок абразиву у потоці миючого розчину, що рухається.

В данной работе исследована теория процесса мойки твердых частиц шлама абразивной обработки металлов. Разработана математическая модель движения твердых металлических частиц и частиц абразива в движущемся потоке моющего раствора.

In this paper we investigate the theory cleaning of the solid particles of sludge cleaning abrasive treatment of metals. A mathematical model for the motion of solid metal particles and abrasive particles in a moving stream of cleaning solution has been developed.

В даний час практично у всіх галузях народного господарства знаходять застосування порошки металів і вироби з них. Методами порошкової металургії виготовляються конструкційні деталі машин і механізмів; фільтри для очищення рідин і газів; тверді сплави і швидкорізальні сталі для обробки металів різанням; матеріали ущільнювачів для газових турбін, насосів, вакуумного і іншого устаткування; контакти, магніти, ферити для виробів електро- і радіотехнічної промисловості; жароміцні композиційні матеріали та інші. Природно, що така сфера застосування може бути забезпечена тільки можливістю отримання матеріалів з широким діапазоном фізико-механічних властивостей, що досягаються за рахунок варіювання як хімічним складом, так і технологічними прийомами їх обробки.

Вживані в порошковій металургії металеві порошки замість традиційного злитка мають декілька видів. Найчастіше використовується власне порошки, розмір частинок яких знаходиться в межах від 0,1 мкм до 0,05–0,1 мм.

Численні методи отримання металевих порошоків підрозділяють на дві групи. До першої відносять фізико-механічні способи, до другої – хіміко-металургійні. При цьому кожен з названих способів істотним чином визначає властивості порошоків: розміри і форму частинок, стан поверхні і інше [1,2].

Одним з перспективних методів отримання металевого порошку є його вилучення з шламі абразивної обробки металів [3,4].

Створення устаткування і комплексних систем для вилучення металевого порошку з шламі абразивної обробки металів вимагає вирішення ряду задач [4]:

- теоретичного дослідження процесів вилучення металевого порошку з шламі;

- створення нових видів ефективного устаткування для вилучення металевого порошку;
- експериментального дослідження технологічних і конструкційних параметрів устаткування, визначення його оптимальних параметрів і створення інженерних методик розрахунку;
- розробки інженерних рекомендацій для компоновки комплексних систем, що забезпечують розділення абразивних і металевих частинок і очищення від мастильно-охолоджуючих рідин.

Найбільш відповідальною технологічною операцією вилучення металевого порошку з шламі абразивної обробки металів є розподіл твердих частинок – металу і абразиву по густині в процесі їх руху у миючому розчині [4].

Постановка задачі. Необхідно дослідити процес руху твердих частинок в потоці миючого розчину, вивести математичні залежності для визначення траєкторії руху твердих частинок, розробити програму, що дозволяє прослідкувати траєкторію руху металевих і абразивних частинок в миючому розчині.

Шлам абразивної обробки складається з твердих частинок металу з розміром від 5 до 500 мкм і частинок абразивного інструменту з розміром від 7 до 200 мкм. Густина металевих твердих частинок дорівнює $\rho_m = 7800 \text{ кг/м}^3$, а твердих частинок абразиву – $\rho_a = 2400 \text{ кг/м}^3$ [5].

Отже, частинка абразиву тієї ж маси, що і частинка металу, має більший об'єм і на неї діє більша сила, яка її виштовхує. При русі частинок шламу в потоці миючого розчину відбувається їх розподіл по густині. Якщо на шляху руху твердих частинок шламу абразив-

ної обробки металів в потоці миючого розчину помістити відсікач, то можна добитися розподіл частинок металу і частинок абразиву [6].

Для розподілу металевих частинок і частинок абразиву застосовуємо наступний пристрій, схема якого в спрощеному вигляді приведена на рисунку 1.

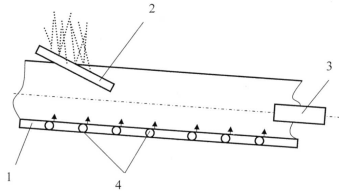


Рис. 1. Схема лабораторної установки:

1 – жолоб, 2 – транспортер, що подає шлам абразивної обробки металів, 3 – відсікач, 4 – соплові групи, що створюють вертикальні струмені миючого розчину

При розгляді руху твердої частинки в рухомому потоці рідини можливі два підходи:

- 1) підхід Лагранжа, який ґрунтується на визначенні параметрів руху твердої частинки щодо простору;
- 2) підхід Ейлера заснований на визначенні параметрів дії рухомого простору рідини на нерухому тверду частинку.

При розгляді руху твердої частинки в рухомому потоці миючого розчину досліджуємо два ці підходу. Спочатку, ґрунтуючись на точці зору Ейлера, визначаємо динамічну дію рідини на тверду частинку, а потім, використовуючи підхід Лагранжа, визначаємо кінематичні параметри руху твердої частинки.

При визначенні сили опору з боку рідини на рухомому в ній тверду частинку істотно впливає критерій Рейнольдса [6]:

$$Re = \frac{\rho V d}{\mu} \quad (1)$$

де ρ – густина рідини, $кг/м^3$; V – швидкість відносного руху рідини, $м/с$; d – характерний розмір, $м$; μ – в'язкість рідини, $кг/(м \cdot с)$.

При переміщенні частинки в потоці миючого розчину швидкість відносного руху не перевищує $0,1$ $м/с$, при цьому число Рейнольдса $Re \approx 1$, це дозволяє для сили, що діє на частинку з боку потоку миючого розчину, застосувати формулу Стокса:

$$\vec{F}_c = 6\pi r \eta \vec{v}, \quad (2)$$

де r – радіус частинки; η – коефіцієнт динамічної в'язкості миючого розчину; \vec{v} – швидкість руху частинки відносно миючого розчину.

Окрім сили, що діє з боку потоку миючого розчину на тверду частинку шламу абразивної обробки металів діють такі сили: сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила Архімеда \vec{F}_a .

Введемо наступні позначення: L – довжина миючого жолоба, $м$; d – ширина миючого жолоба, $м$; h – відстань від дна жолоба до відсікача, $м$; H – рівень потоку миючого розчину, $м$; Q – витрата миючого розчину, $м^3/с$.

Отже, сила Стокса в проекціях має наступний вигляд:

$$F_{cx} = 6\pi r \eta (v_x - \dot{x}), \quad (3a)$$

$$F_{cy} = 6\pi r \eta (v_y - \dot{y}), \quad (3б)$$

де \dot{x} і \dot{y} – похідні від координат частинки або проекції швидкості твердої частинки шламу абразивної обробки металів щодо миючого жолоба; v_x, v_y – проекції швидкості миючого розчину, що набігає на тверду частинку.

Застосуємо підхід Ейлера, вважаючи, що на нерухому тверду частинку, на яку набігає потік миючого розчину з швидкістю \vec{v} (в проекціях – v_x, v_y). На тверду частинку шламу абразивної обробки металів діє потік рідини \vec{F}_c , сила тяжіння $m\vec{g}$, сила Архімеда \vec{F}_a (рис. 2). Величина сили Архімеда дорівнює:

$$F_a = \rho_{жс} g V, \quad (4)$$

де $\rho_{жс}$ – густина миючого розчину (1000 $кг/м^3$); V – об'єм твердої частинки шламу абразивної обробки металів.

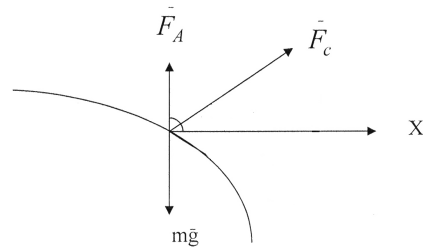


Рис. 2. Сили, що діють на тверду частинку шламу абразивної обробки металів в потоці миючого розчину

Складаємо рівняння силового балансу для твердої частинки:

$$m\vec{a} = \vec{F}_a + m\vec{g} + \vec{F}_c;$$

у проекціях:

$$ma_x = F_{cx},$$

$$ma_y = F_a - mg + F_{cy}.$$

Звідси проекції прискорень:

$$a_x = \frac{F_{cx}}{m},$$

$$a_y = \frac{F_a - mg + F_{cy}}{m}.$$

Отже, враховуючи (3a) і (3б), отримуємо:

$$\ddot{x} = \frac{6\pi r \eta}{m} (v_x - \dot{x}), \quad (5)$$

$$\ddot{y} = \frac{1}{m} (\rho_{жс} g V - mg + 6\pi r \eta (v_y - \dot{y})). \quad (6)$$

Дана система двох нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку визначає траєкторію руху твердої частинки шламу абразивної обробки металів в рухомому потоці миючого розчину.

Розглянемо розподіл швидкостей в потоці миючого розчину в жолобі. Щоб знайти поле швидкостей миючого розчину будемо використовувати рівняння Нав'є–Стокса:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} + \nu \Delta \vec{v} - \vec{\nabla} p', \quad (7)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (8)$$

де \vec{v} – швидкість миючого розчину; ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості миючого розчину, ρ' – тиск нормований на густину.

Для його розв'язання використовується метод розщеплення за фізичними факторами [7]. Схема розщеплення має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \text{I} \quad \tilde{v} &= \bar{v}^n + \tau \left(-(\bar{v}^n \cdot \nabla) \bar{v}^n + \nu \Delta \bar{v}^n \right); \\ \text{II} \quad \Delta p' &= \nabla \cdot \tilde{v} / \tau; \\ \text{III} \quad \bar{v}^{n+1} &= \tilde{v} - \tau \nabla p'. \end{aligned} \quad (9)$$

Обираємо прямокутну систему координат. Тоді покоординатний запис схеми (9):

$$\begin{aligned} \text{I} \quad \tilde{u} &= u + \tau \left[-\frac{\partial u^2}{\partial x} - \frac{\partial(uw)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu^x \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu^z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right], \\ \tilde{w} &= w + \tau \left[-\frac{\partial w^2}{\partial z} - \frac{\partial(uw)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu^x \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu^z \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right]; \\ \text{II} \quad \tilde{D} &= \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z}, \quad \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial z^2} = \frac{\tilde{D}}{\tau}; \\ \text{III} \quad u^{n+1} &= \tilde{u} - \tau \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x}, \quad w^{n+1} = \tilde{w} - \tau \frac{\partial \tilde{p}}{\partial z}. \end{aligned} \quad (10)$$

Кінцеве-різницевий аналог (10) на рівномірній шаховій сітці має вигляд [6]:

$$\begin{aligned} \text{I} \quad \tilde{u}_{i',j} &= u_{i',j} - \frac{\tau}{2\Delta x} (u_{i'+1,j}^2 - u_{i'-1,j}^2) - \frac{\tau}{\Delta z} [(uw)_{i',j'} - \\ &- (uw)_{i',j'-1}] + \tau \left\{ v_{i',j}^x [u_{i'+1,j} - 2u_{i',j} + u_{i'-1,j}] / \Delta x^2 + \right. \\ &+ \left. v_{i',j'}^z [u_{i',j'+1} - u_{i',j}] - v_{i',j'-1}^z [u_{i',j} - u_{i',j-1}] / \Delta z^2 \right\}; \\ \tilde{w}_{i',j} &= w_{i',j} - \frac{\tau}{2\Delta z} (w_{i',j'+1}^2 - w_{i',j'-1}^2) - \\ &- \frac{\tau}{\Delta x} [(uw)_{i',j'} - (uw)_{i'-1,j'}] + \tau \left\{ v_{i',j'}^x [w_{i'+1,j'} - \right. \\ &- w_{i',j'}] - v_{i'-1,j'}^x [w_{i',j'} - w_{i'-1,j'}] / \Delta x^2 + \\ &+ \left. v_{i',j'}^z [w_{i',j'+1} - 2w_{i',j'} + w_{i',j'-1}] / \Delta z^2 \right\}; \\ \text{II} \quad \tilde{D}_{i,j} &= (\tilde{u}_{i',j} - \tilde{u}_{i'-1,j}) / \Delta x + (\tilde{w}_{i,j'} - \tilde{w}_{i',j'-1}) / \Delta z, \\ &(\tilde{p}_{i+1,j} - 2\tilde{p}_{i,j} + \tilde{p}_{i-1,j}) / \Delta x^2 + \\ &+ (\tilde{p}_{i,j+1} - 2\tilde{p}_{i,j} + \tilde{p}_{i,j-1}) / \Delta z^2 = \tilde{D}_{i,j} / \tau; \\ \text{III} \quad u_{i',j}^{n+1} &= \tilde{u}_{i',j} - \frac{\tau}{\Delta x} (\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i,j}), \\ w_{i',j}^{n+1} &= \tilde{w}_{i',j} - \frac{\tau}{\Delta z} (\tilde{p}_{i,j+1} - \tilde{p}_{i,j}). \end{aligned} \quad (11)$$

Комбінації $(uw)_{i',j'}$, що задані в кутах розрахункової сітки, можуть бути виражені таким чином:

$$(uw)_{i',j'} = \frac{1}{4} (u_{i',j} + u_{i',j+1}) (w_{i,j'} + w_{i+1,j'}).$$

Метод розв'язання враховує турбулентний характер руху миючого розчину, а саме твердженням про

нерівномірну турбулізацію рідини і локалізацією числа Рейнольда. Така зміна моделі привела до відмови від постійного коефіцієнту кінематичної в'язкості.

При моделювання турбулентного руху миючого розчину використовується двохпараметрична модель турбулентності для ефективного коефіцієнта кінематичної в'язкості:

$$v' = v + \frac{\Delta}{\text{Re}_\Delta} v_\Delta, \quad (12)$$

в якій параметрами для моделювання є: ν – динамічна в'язкість, Re_Δ – сіткове число Рейнольдса. В формулі (12) Δ – розмір комірки розрахункової сітки, v_Δ – швидкість в межах комірки. На шаховій сітці різницевий аналог (12) має вигляд:

$$v_{i',j}^r = v + \frac{\Delta r}{\text{Re}_\Delta} |u_{i',j}|,$$

$$v_{i',j'}^z = v + \frac{\Delta z}{\text{Re}_\Delta} |w_{i',j'}|,$$

який враховує можливість відмінності Δr і Δz і величин горизонтальних і вертикальних швидкостей, що приводить до неізотропної ефективної в'язкості. Значення коефіцієнтів в'язкості в кутах розрахункової сітки $v_{i',j}^x$ і $v_{i',j'}^z$, що також фігурують у формулах (11), визначаються як середні арифметичні з сусідніх коефіцієнтів $v_{i',j}^x$, $v_{i',j}^z$:

$$v_{i',j'}^x = \frac{1}{2} (v_{i',j}^x + v_{i',j'+1}^x),$$

$$v_{i',j}^z = \frac{1}{2} (v_{i',j'}^z + v_{i+1,j}^z).$$

В якості розрахункової області вибирається вертикальний перетин вздовж миючого жолоба (рис. 3).

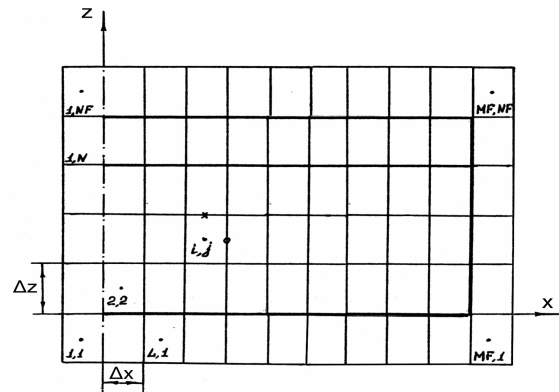


Рис. 3. Розрахункова область

Розрахункова область оточена шаром граничних комірок для зручності розташування початкових та граничних умов, тому безпосередньо до неї відносяться комірки з номерами $i = 2 \dots MF - 1$, $j = 2 \dots NF - 1$.

Позначимо величину горизонтального потоку миючого розчину через бокову стінку жолоба за Q_x , а вертикальний потік миючого розчину, що утворюється через форсунки – Q_y . На лівій границі розрахункової

області миючий розчин витікає з горизонтальною швидкістю:

$$v_0^x = \frac{Q_x}{Hd} \text{ м/с.}$$

Швидкість витоку миючого розчину через форсунки:

$$v_0^y = \frac{Q_y}{dwN}, \text{ м/с,}$$

де w – діаметр форсунок, м; N – кількість форсунок.

Отже, маємо наступні граничні умови для швидкості.

Ліва границя:

$$u_{1,j} = v_0^x,$$

$$w_{1,j} = 0$$

– враховується, що потік горизонтальний і не має вертикальної складової.

Граничні умови в донній частині жолоба мають два варіанти:

- над отворами:

$$u_{i,1} = 0,$$

$$w_{i,1} = v_0^y$$

– через форсунки потік строго вертикальний.

- в інших місцях на дні:

$$u_{i,1} = u_{i,2} \text{ – умова вільного ковзання;}$$

$$w_{i,1} = 0 \text{ – умова непротікання.}$$

Права границя:

$$u_{MF,j} = u_{MF-1},$$

$$w_{MF,j} = w_{MF-1}.$$

– умова вільного витоку рідини.

Поверхня рідини:

$$u_{i,NF} = u_{i,NF-1},$$

$$w_{i,NF-1} = 0.$$

За допомогою вище викладеної моделі та чисельної реалізації цих рівнянь на ЕОМ для кожної конкретної твердої частинки шламу абразивної обробки металів отримано траєкторію її руху в потоці миючого розчину та значення її координати при виході з жолоба. При цьому параметрами, що змінюються, є витрата миючого розчину Q , маса твердої частинки шламу абразивної обробки металів m , густина миючого розчину ρ .

Висновки

В даній роботі розглянуті існуючі способи вилучення металевго порошку з шламів абразивної обробки металів, способи отримання металевго порошку. Приведені теоретичні і експериментальні дослідження

процесу миття твердих частинок шламу абразивної обробки металів. Розроблена математична модель руху металевих і абразивних частинок в миючому розчині. Для реалізації вивченої моделі використовувались методи: розщеплення за фізичними факторами для розв'язку рівняння Нав'є–Стокса, метод Ейлера для знаходження траєкторій руху твердих частинок шламу абразивної обробки металів в миючому розчині, що рухається. Розроблена програма дозволяє отримати траєкторії руху металевих і абразивних частинок шламу абразивної обробки металів в миючому розчині. За допомогою програми проведено чисельне дослідження для твердих частинок розміром: металеві – 18–500 мкм, абразивні – 31–200 мкм.

Були отримані параметри установки для вилучення частинок металу зі шламу абразивної обробки металів: довжина жолобу $L = 0,5$ м, горизонтальний потік $Q_x = 0.0025 \text{ м}^3/\text{с}$, вертикальний $Q_y = 0,009 \text{ м}^3/\text{с}$, вертикальні форсунки розташовані на відстані 50 мм одна від одної і перша зліва на 50 мм від початку жолобу.

Для подальшого уточнення отриманих параметрів виготовлена дослідна установка і планується експериментальне вивчення руху твердих частинок шламу абразивної обробки металів в потоці миючого розчину.

ЛІТЕРАТУРА

1. Вязников Н.Ф., Ермаков С.С. Применение порошковой металлургии в промышленности. – Л. : Машиздат, 1960.
2. Григорьев А.К., Грохольский В.П. Порошковая металлургия и применение композиционных материалов: Опыт внедрения. – Лениздат, 1982. – 143с.
3. Степаненко А.В. Получение стального порошка из шламов подшипникового производства. // Порошковая металлургия. М.: 1984. № 11, - с 97-101. .
4. Вернигора В.Д., Коробочка А.Н. Извлечение металлических частиц из шламов абразивной обработки металлов // Збагачення корисних копалин: Наук. – техн. зб. – 2008. Вип. 32(73). 26 – 32.
5. Тихонцов А.М., Нечипоренко В.И., Коробочка А.Н. Механизация трудоёмких и вспомогательных процессов в механических цехах: [справочник]; под общ. ред. А.М. Тихонцова. – К. : Техника, 1987. – 160 с., ил. – Библиогр. : С. 154–158.
6. Огурцов А.П., Самохвалов С.Е., Надрыгаило Т.Ж. Методы расщепления в задачах гидродинамики и тепломассопереноса. – Днепропетровск: Системные технологии, 2003. – 260 с.
7. Белоцерковский О.М., Гушин В.А., Щенников В.В. Метод расщепления в применении к решению задач динамики вязкой несжимаемой жидкости // ЖВМ и МФ. – 1975. – Т. 15. – № 1, – С. 207.