

Мінімізація відхилів матеріального балансу доменної плавки для адаптації моделей в системах АСУТП

ТОГОБИЦЬКА Д.М., БОЙКО Л.Т., БЕЛЬКОВА А.І., КУРАЄВА Т.В.

Інститут чорної металургії НАН України
Дніпропетровський національний університет

Пропонується алгоритм мінімізації відхилу матеріального балансу доменної плавки. Побудовано математичні моделі коефіцієнтів розподілу елементів між продуктами плавки за скорегованими даними.

Предлагается алгоритм минимизации невязки материального баланса доменной плавки. Построены математические модели коэффициентов распределения элементов между продуктами плавки по скорректированным данным.

Algorithm for minimization imbalance of materials from cast-iron smelting is offered. Mathematical models for percentage distribution of elements between cast-iron and slag is made using adjusted data.

Актуальність проблеми. Однією з характеристик доменного процесу є баланс матеріалів, що надходять та виходять із доменної печі. В основі балансових розрахунків лежать закони збереження маси та енергії. Рівняння матеріального балансу виходять з рівності мас вхідних та вихідних речовин. Баланс є статичною характеристикою динамічного процесу. Порівняння різних балансів дозволяє вивчати особливості процесу й на основі цього прогнозувати характер його перебігу при зміні умов. Миттєвий баланс характеризує стан процесу в кожен момент часу та використовується для вивчення його динамічних особливостей, тобто характеру розподілу мас та енергії з часом [1].

Зведення матеріального балансу доменної плавки з відповідною точністю залишається актуальною проблемою на сьогоднішній день, вирішення якої є досить важливим кроком в удосконаленні процесу оперативного керування доменною плавкою. Розбіжність балансу матеріалів може бути обумовлена кількома факторами, наприклад: похибками вимірювань при хімічному аналізі в лабораторії, проблемами організаційного плану, складністю встановлення відповідності між випуском чавуну та завантаженою шихтою тощо. Однак технологам важливо знати більш реальні дані для прийняття рішень щодо оптимізації процесу доменної виплавки.

Зокрема, для побудови адекватних математичних моделей в системах АСУТП на основі зашумлених виробничих даних особливу роль відіграють точність та узгодження параметрів процесу по схемі «вхід – вихід». Оскільки під час виплавки чавуну технологічні параметри та шихта (вхідний матеріал виплавки чавуну у доменній печі) постійно змінюються, то необхідно через певний період часу в автоматичному режимі корегувати математичні моделі для керування процесом плавки. Однак, звичайно, зашумленість виробничих даних значно ускладнює адаптацію моделей до умов доменної плавки, тому важливо розробити алгоритм, що дав би змогу мінімізувати відхили матеріального балансу перед ідентифікацією параметрів математичної моделі.

Постановка задачі. Шихта складається із залізних руд, палива, флюсів та різних добавок. Їх хімічний склад та маса при завантаженні в доменну піч відомі наближено, інколи з великою похибкою. Вихідна частина балансу (чавун, шлак, колошниковий газ, пил) теж відома наближено як за масою, так і за хімічним складом. Балансові рівняння, базуючись на законах збере-

ження маси та енергії, виходять із рівності мас вхідних та вихідних речовин [1].

Для зведення матеріального балансу необхідно встановити такі поправочні коефіцієнти, які дозволять мінімізувати відхил між вхідною та вихідною масою заданих хімічних елементів, наприклад, алюмінію, кальцію, кремнію, магнію, марганцю, заліза та сірки. Саме для цих хімічних елементів будуть далі складатися балансові рівняння в конкретному прикладі, проте можливо також врахувати й будь-які інші.

Систему балансових рівнянь, складених по окремих хімічних елементах та оксидах, можна записати у вигляді

$$Ax = By \quad (1)$$

Тут $x = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T$ – вектор матеріалів шихти (у тонах); $[\cdot]^T$ – знак транспонування; $A = [a_{ij}]_{i=1, n; j=1, m}$ – матриця відсоткового вмісту i -го хімічного елемента (або оксиду) в j -му матеріалі шихти; $y = [y_1, y_2, \dots, y_k]^T$ – вектор матеріалів, що є результатами плавки (у тонах); $B = [b_{ij}]_{i=1, n; j=1, k}$ –

матриця відсоткового вмісту i -го хімічного елемента у j -му матеріалі результатів плавки; n – кількість хімічних елементів та оксидів, по яких зводиться баланс; m – кількість вхідних компонентів (матеріали шихти); k – кількість вихідних компонентів (чавун та шлак).

Вектори x, y , матриці A, B в рівняннях (1) відомі наближено, оскільки вони знаходяться експериментально в результаті замірів. Похибки, з якими визначаються x, y, A, B , вносять розбалансування в алгоритми наскрізного аналізу показників реальної технології [1], тому виникає **задача**: використовуючи систему нелінійних рівнянь (1), уточнити наближені компоненти як векторів x, y так і матриць A, B .

Система (1) має n рівнянь та $(n+1) \cdot (m+k)$ невідомих. Оскільки рівнянь менше, ніж шуканих значень, то система має безліч розв'язків. Нас цікавить той розв'язок, що відповідає фізичному змісту задачі та є близьким до відомих наближених значень. Позначимо цей шуканий розв'язок x^*, y^*, A^*, B^* .

Побудова моделей коефіцієнтів розподілу хімічних елементів між продуктами плавки. Склад про-

дуктів плавки розраховується в залежності від хімічного складу шихти та параметрів технологічного режиму на основі прогнозних моделей коефіцієнтів розподілу елементів між продуктами плавки. З поміж усіх хімічних елементів, що беруть участь у процесі виплавки чавуну, особливу увагу приділяють кремнію, магнію, сірці та залізу, оскільки саме вони розподіляються відповідним чином між чавуном та шлаком. За шихтою та технологічними параметрами будуються залежності [2,3,4]:

$$L_{Si} = f_1(x_1, \dots, x_{k1}), \quad L_{Mn} = f_2(x_1, \dots, x_{k2}), \\ L_S = f_3(x_1, \dots, x_{k3}), \quad L_{Fe} = f_4(x_1, \dots, x_{k4}),$$

де L_{Si} , L_{Mn} , L_S , L_{Fe} – позначення коефіцієнтів розподілу відповідних хімічних елементів, x_i – параметри шихти або технології.

Оскільки доменний процес як об'єкт дослідження й керування характеризується складністю та численною кількістю факторів, що впливають на якість чавуну, то при розв'язанні задач оптимізації необхідно застосування ефективних методів згортки фізико-хімічної інформації. При цьому критеріями, що характеризують властивості матеріалів, використовуються параметри, запропоновані Е.В. Приходько [5] – Δe , ρ як інтегральні показники шихти, які характеризують хімічну активність шихти у процесах її відновлення, розраховуються з хімічного складу шихти за спеціальним алгоритмом, а також $Fe_{заб}$, Fe_2O_3 – загальна кількість заліза та його оксиду у шихті (%); P/K – рудне навантаження (т/т), цей показник розраховується за формулою:

$$P/K = \frac{\sum_i \text{вага}_{\text{компоненту}_i} \text{ _шихти} - \text{вага}_{\text{коксу}}}{\text{вага}_{\text{коксу}}}$$

Для побудови моделей коефіцієнтів розподілу використовуються такі технологічні параметри: P_0 – тиск дуття (атм.); $P_{ке}$ – тиск колошникового газу (атм.); Tt – теоретична температура горіння ($^{\circ}C$); η_{CO} – міра використання CO; $L_{фз}$ – глибина розповсюдження дуття по осі фурменої зони (м); M25 – проба коксу, визначається при аналізі коксу на виробництві.

Дослідження впливу на розподіл між продуктами плавки основних хімічних елементів (сірки, магнію, кремнію та заліза) різноманітних умов плави (сировинних, газодинамічних та ін.), а також виявлення параметрів технології, що визначають якість отримуваної продукції, є задачею багатфакторною. Саме тому було застосовано апарат багатокритеріального аналізу.

Реальні або експериментальні значення коефіцієнтів розподілу кремнію, магнію, сірки та заліза знаходять за такими формулами:

$$L_{Si} = \frac{SiO_2^{\text{шлаку}}}{Si^{\text{чавуну}}}, \quad L_{Mn} = \frac{MnO^{\text{шлаку}}}{Mn^{\text{чавуну}}}, \\ L_S = \frac{S^{\text{шлаку}}}{S^{\text{чавуну}}}, \quad L_{Fe} = \frac{FeO^{\text{шлаку}}}{Fe^{\text{чавуну}}}$$

де $SiO_2^{\text{шлаку}}(\%)$, $Si^{\text{чавуну}}(\%)$, $MnO^{\text{шлаку}}(\%)$, $Mn^{\text{чавуну}}(\%)$, $S^{\text{шлаку}}(\%)$, $S^{\text{чавуну}}(\%)$, $FeO^{\text{шлаку}}(\%)$, $Fe^{\text{чавуну}}(\%)$ – відсотковий вміст зазначених елементів у чавуні та шлакові відповідно.

Очевидно, що чим ближче розраховане за побудованою моделлю значення цього коефіцієнту до реального значення, тим точніше буде побудована прогнозна модель.

Метод розв'язування задачі. Уточнювати наближені компоненти нелінійної системи алгебраїчних рівнянь (1) будемо ітераційним методом, в якому відомі значення x , y , A , B беруться за нульове наближення $x^{(0)}$, $y^{(0)}$, $A^{(0)}$, $B^{(0)}$. Враховуючи те, що x^* , y^* , A^* , B^* є точним розв'язком системи (1), можна записати

$$x^* = x^{(0)} + \varepsilon_x; \quad A^* = A^{(0)} + \varepsilon_A; \\ y^* = y^{(0)} + \varepsilon_y; \quad B^* = B^{(0)} + \varepsilon_B; \quad (2)$$

Тут $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_A, \varepsilon_B$ – вектори та матриці поправок до нульового наближення. Підставимо точний розв'язок (2) у систему нелінійних рівнянь (1).

$$(A^{(0)} + \varepsilon_A)(x^{(0)} + \varepsilon_x) = (B^{(0)} + \varepsilon_B)(y^{(0)} + \varepsilon_y).$$

Перемножимо та, вважаючи компоненти поправочних векторів і матриць малими настільки, щоб їх добутками можна було знехтувати, одержимо систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) відносно $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_A, \varepsilon_B$.

$$A^{(0)}x^{(0)} + \varepsilon_A x^{(0)} + A^{(0)}\varepsilon_x = \\ B^{(0)}y^{(0)} + B^{(0)}\varepsilon_y + \varepsilon_B y^{(0)} \quad (3)$$

Розв'язавши СЛАР (3), будемо мати наближені значення компонентів поправочних векторів та матриць. Якщо знайдені наближені вектори та матриці $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_A, \varepsilon_B$ підставити в праву частину залежностей (2), то добудемо не точний розв'язок, а наступну (першу) ітерацію [7].

Ця система лінійних алгебраїчних рівнянь є недовизначеною, оскільки кількість невідомих перевищує кількість рівнянь, та має безліч розв'язків. Матриця системи (3) та вектор правої частини відомі наближено. Враховуючи це, наближений розв'язок (3) будемо шукати методом регуляризації Тихонова [6].

Отже, приходимо до такого алгоритму розв'язання поставленої задачі:

1. Для кожного випуску знаючи компоненти векторів $x^{(p)}, y^{(p)}$ та матриць $A^{(p)}, B^{(p)}$ (при $p=0$ ці компоненти відомі), розв'язуємо СЛАР

$$\varepsilon_A^{(p)} x^{(p)} + A^{(p)} \varepsilon_x^{(p)} - B^{(p)} \varepsilon_y^{(p)} - \varepsilon_B^{(p)} y^{(p)} = \\ = B^{(p)} y^{(p)} - A^{(p)} x^{(p)} \quad (4)$$

та знаходимо компоненти векторів та матриць $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_A, \varepsilon_B$.

2. На підставі залежностей (2) обчислюємо наступну ітерацію за формулами:

$$x^{(p+1)} = x^{(p)} + \varepsilon_x^{(p)}; \quad A^{(p+1)} = A^{(p)} + \varepsilon_A^{(p)}; \quad (5)$$

$$y^{(p+1)} = y^{(p)} + \varepsilon_y^{(p)}; \quad B^{(p+1)} = B^{(p)} + \varepsilon_B^{(p)};$$

3. Знаходимо коефіцієнти розподілу кремнію, магнію, сірки та заліза за формулами (2) та (3), у які вже підставляємо уточнені дані.
4. Знаходимо фактичне значення коефіцієнтів розподілу хімічних елементів.
5. Знаходимо розрахункове значення коефіцієнтів розподілу хімічних елементів.
6. Якщо виконується умова:

$$\|L_{\text{фактичне}} - L_{\text{розрахункове}}\| < \varepsilon, \quad (6)$$

то зупиняємось. Формулами (5) визначаються уточнені шукані вектори та матриці. Якщо умова зупинки не виконується, то переходимо на п.1. В СЛАР(4) далі підставляються більш точні $x^{(p+1)}$, $y^{(p+1)}$, $A^{(p+1)}$, $B^{(p+1)}$ замість $x^{(p)}$, $y^{(p)}$, $A^{(p)}$, $B^{(p)}$.

Корисні доповнення до алгоритму:

1. Інколи умову (6) корисно замінити умовою виходу з циклу алгоритму після досягнення заданої кількості ітерацій в поєднанні з умовою близькості розв'язків для запобігання зациклення у програмі.
2. Для більш коректної роботи алгоритму можна ввести фізично обґрунтовані інтервали, в межах яких може коливатись розв'язок. Це є доречним, коли відомо, що деякі дані є більш точними й нема необхідності далеко відходити від нульового наближення, а деякі є досить наближеними, тому можуть коливатись значним чином.

Реальний приклад та аналіз результатів. Розроблена комп'ютерна система була використана для обробки реальних даних з виробництва чавуну, що містять інформацію про 55 випусків чавуну з ОАО Криворіжсталь.

У табл. 1 наведено як приклад хімічний склад шихти одного з випусків, що оброблялись запропонова-

ним методом. Шихта аналізувалась за такими компонентами: SiO_2 – оксид кремнію, Al_2O_3 – оксид алюмінію, CaO – оксид кальцію, MgO – оксид магнію, MnO – оксид марганцю, S – сірка, Fe – залізо.

Склад чавуну та шлаку, отриманих з даної шихти, наведено у табл. 2, 3 та містить такі компоненти: Si – кремній, Mn – марганець, S – сірка, Fe – залізо, P – фосфор, C – вуглець, FeO – оксид заліза. А також вищезгадані оксиди шихти: SiO_2 , Al_2O_3 , CaO , MgO , MnO , що перейшли до шлаку.

Табл. 4 містить підраховані відхили по кожному компоненту (вхід – маса компоненту шихти, завантажена у доменну піч, вихід – маса цього ж компоненту у чавуні та шлаку разом).

В результаті роботи комп'ютерної системи наведені у табл. 1, 2, 3, 4 дані були уточнені. Табл. 5 містить скорегований хімічний склад компонентів шихти. Хімічний склад чавуну та шлаку є досить прийнятним та достовірним, тому не корегувався. Табл. 6 містить підраховані по скорегованих даних відхили по тих елементах, за якими зводився матеріальний баланс.

Порівнюючи табл. 4 та табл. 6, бачимо, що після комп'ютерної обробки балансових рівнянь відхили матеріального балансу значно зменшились.

Таблиця 1. Хімічний склад компонентів шихти

| | Вага т | SiO_2 % | Al_2O_3 % | CaO % | MgO % | MnO % | S % | Fe % | FeO % |
|------------|--------|------------------|---------------------------|----------------|----------------|----------------|-------|-------|-------|
| Кокс | 27,5 | | | | | | 1,4 | | |
| Z коксу, % | 11,2 | 44,9 | 24 | 3,4 | 1,9 | 0,7 | 0 | 13,2 | 0 |
| Агломерат | 93 | 9,3 | 1,23 | 11,8 | 1,24 | 0,15 | 0,05 | 54,48 | 11,42 |
| Окатиші | 17 | 8,66 | 0,4 | 3,15 | 0,88 | 0,05 | 0,049 | 61,06 | 0 |
| Антрацит | 4,3 | 4,2 | 1,87 | 0,25 | 0,14 | 0,1 | 1,49 | 0,41 | 0 |
| Вапняк | 2 | 1,41 | 0,6 | 55 | 0,8 | 0 | 0,03 | 2 | 0 |
| Скрап | 3 | 12 | 2,08 | 12 | 2,19 | 0,06 | 0,075 | 60 | 0,56 |
| Шлак зб. | 5 | 17,5 | 2 | 27,4 | 4,5 | 3,9 | 0,068 | 38,5 | 12,5 |

Таблиця 2. Хімічний склад чавуну

| Вага т | Si % | Mn % | S % | Fe % | P % | C % |
|--------|------|------|-------|------|------|-------|
| 67,094 | 0,87 | 0,36 | 0,025 | 94,2 | 4,47 | 0,075 |

Таблиця 3. Хімічний склад шлаку

| Вага т | SiO_2 % | Al_2O_3 % | CaO % | MnO % | MgO % | FeO % | S % |
|--------|------------------|---------------------------|----------------|----------------|----------------|-------|------|
| 29,617 | 38,5 | 7,4 | 47,7 | 5,6 | 0,26 | 1,5 | 0,26 |

Таблиця 4. Відхили по кожному компоненту

| | Si т | Al т | Ca т | Mn т | Mg т | Fe т | S т |
|--------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|
| Вхід | 6,0346 | 1,1575 | 10,3260 | 1,0084 | 0,2866 | 0,4773 | 65,2063 |
| Вихід | 5,9138 | 1,1599 | 10,0969 | 1,0002 | 0,3019 | 0,4610 | 63,2624 |
| Відхил | -0,1208 | 0,0024 | -0,2291 | -0,0082 | 0,0153 | -0,0163 | -1,9439 |

Таблиця 5. Скорегований хімічний склад компонентів шихти

| | Вага т | SiO ₂ % | Al ₂ O ₃ % | CaO % | MgO % | MnO % | S % | Fe % | FeO % |
|------------|-----------|-----------------------|-------------------------------------|----------|----------|----------|--------|---------|----------|
| Кокс | 27,36 | | | | | | 1,4 | | |
| Z коксу, % | 11,2 | 44,9 | 24 | 3,4 | 1,9 | 0,7 | 0 | 13,13 | 0 |
| Агломерат | 92,972 | 9,043 | 1,23 | 11,478 | 1,223 | 0,163 | 0,04 | 52,47 | 8,834 |
| Окатиші | 16,9948 | 8,617 | 0,4 | 3,094 | 0,88 | 0,05 | 0,049 | 60,7 | 0 |
| Антрацит | 4,297119 | 4,2 | 1,87 | 0,236 | 0,14 | 0,1 | 1,49 | 0,32 | 0 |
| Вапняк | 1,99952 | 1,41 | 0,6 | 55 | 0,8 | 0 | 0,03 | 1,96 | 0 |
| Скрап | 2,99975 | 12 | 2,08 | 12 | 2,19 | 0,06 | 0,075 | 59,93 | 0,47 |
| Шлак зб. | 4,9976 | 17,5 | 2 | 27,386 | 4,5 | 3,9 | 0,068 | 38,39 | 12,358 |

Таблиця 6. Відхили по кожному елементу, підраховані по скорегованих даних

| | Si т | Al т | Ca т | Mn т | Mg т | Fe т | S т |
|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Вхід | 5,9196 | 1,1575 | 10,1044 | 0,9991 | 0,2959 | 0,4684 | 63,2618 |
| Вихід | 5,9138 | 1,1599 | 10,0969 | 1,0002 | 0,3012 | 0,4610 | 63,2624 |
| Відхил | -0,0058 | 0,0002 | -0,0075 | 0,0011 | 0,0053 | -0,0074 | 0,0006 |

Аналогічні результати отримано по всім 55 випускам. Запропонований алгоритм дає змогу значно зменшити відхили по кожному елементу матеріального балансу, при цьому враховуються також виноси до колошникового газу кожного компоненту шихти.

Далі вибірка з 55 випусків була розбита на 45, за якими побудовано прогнозні моделі коефіцієнтів розподілу елементів між продуктами плавки, та 10 контрольних випусків, на яких екзамінувались отримані моделі.

Застосовуючи багатофакторний регресійний аналіз для побудови прогнозних моделей приходимо до СЛАР у некоректній постановці, оскільки кількість невідомих значно менше кількості рівнянь. Тому для розв'язання такої СЛАР було застосовано метод найменших квадратів (МНК) та метод регуляризації Тихонова, який на відміну від МНК, враховує зашумленість даних.

У табл. 7 містяться коефіцієнти моделі для прогнозування коефіцієнту розподілу марганцю, отримані за МНК та за Тихоновим до застосування запропонованого алгоритму мінімізації відхилу матеріального балансу та після. Параметри P_1 та P_2 визначаються за формулами:

$$P_1 = (\eta_{CO} - 0,4)^2$$

$$P_2 = (L_{\text{фз}} - 0,0975 M_{25} + 6,35)^2$$

Для оцінки отриманих коефіцієнтів побудовані моделі, застосовані для знаходження розрахункового значення $L_{\text{Мп}}$ для кожного з 10 тестових випусків, а потім знайдено такі кількісні характеристики результату, як коефіцієнт кореляції (R) та відносна похибка апроксимації (ϵ). У табл. 8 та табл. 9 наведені розраховані вищезгадані показники.

Бачимо, що моделі, побудовані з використанням методу регуляризації Тихонова є більш адекватними та дають кращий результат.

Таблиця 7. Коефіцієнти прогнозної моделі $L_{\text{Мп}}$, знайдені за 45 випусками

| | до мінімізації відхилу матеріального балансу | | після мінімізації відхилу матеріального балансу | |
|------------------|--|----------|---|----------|
| | МНК | Тихонов | МНК | Тихонов |
| A_0 | 47,9168 | 31,997 | 49,4191 | 34,5188 |
| $\Delta\epsilon$ | -3,999 | -3,2951 | -4,7962 | -3,9777 |
| ρ | -46,196 | -26,9434 | -54,6819 | -34,5503 |
| P/K | 0,6322 | 0,6951 | 0,2997 | 0,4928 |
| P_d | -1,0041 | -0,9699 | -0,8684 | -0,8655 |
| T_t | -0,0006 | -0,0012 | -0,0009 | -0,0014 |
| M_{25} | -0,2602 | -0,2096 | -0,2135 | -0,1857 |
| P_1 | -30,2495 | -6,497 | -45,1067 | -9,2775 |
| P_2 | 1,8645 | 0,9783 | 1,3727 | 0,7627 |

Таблиця 8. Коефіцієнти кореляції, отримані за тестовими випусками

| | МНК | Тихонов |
|---|--------|---------|
| до мінімізації відхилю матеріального балансу | 0,6262 | 0,7011 |
| після мінімізації відхилю матеріального балансу | 0,7553 | 0,847 |

Таблиця 9. Відносні похибки апроксимації, отримані за тестовими випусками

| | МНК, % | Тихонов, % |
|---|--------|------------|
| до мінімізації відхилю матеріального балансу | 8,9321 | 6,7202 |
| після мінімізації відхилю матеріального балансу | 7,0468 | 4,1005 |

Не важко також помітити, що після застосування запропонованого алгоритму мінімізації відхилю матеріального балансу побудовані по скорегованим даним прогнозні моделі є більш адекватні та на тестовій вибірці дають кращий коефіцієнт кореляції та меншу відносну похибку апроксимації.

Аналогічні результати можна отримати також для інших коефіцієнтів розподілу хімічних елементів між продуктами плавки.

Висновок

Розроблена комп'ютерна система дозволяє аналізувати та ліквідувати розбалансування в алгоритмах наскрізного аналізу показників реального технологічного процесу та значно підвищити ефективність прак-

тичних рекомендацій по видачі оптимальних рішень в задачах вдосконалення реальних технологій. Запропонований алгоритм мінімізації відхилю матеріального балансу надає можливість уточнити математичні моделі прогнозування коефіцієнтів розподілу хімічних елементів між продуктами плавки, що дозволяє в автоматичному режимі корегувати параметри моделей для більш ефективного керування процесом доменної плавки.

ЛІТЕРАТУРА

1. Товаровский И.Г. Системный анализ показателей доменной плавки // Познание процессов доменной плавки. Днепропетровськ: Пороги, 2006. – С. 296–322.
2. Тогобицька Д.Н. Выбор критериев для оценки влияния шихтовых и технологических условий на межфазное распределение элементов при выплавке чугуна. / Д.Н. Тогобицька, А.И. Белькова, Н.А. Гладков //Фундаментальные и прикладные проблемы черной металлургии. –Киев. Наукова думка. –2001. –Вып.4. – С. 46-50.
3. Тогобицька Д.Н. Моделирование межфазного распределения элементов в системе «металл-шлак» при выплавке чугуна. //Металлургическая и горнорудная промышленность. –1999. –№1. –С.115-119.
4. Тогобицька Д.Н. Прогнозирование коэффициентов распределения элементов в системе «металл-шлак» при выплавке чугуна. //Фундаментальные и прикладные проблемы черной металлургии. Сб. науч.тр.ИЧМ. –Киев. Наукова думка. –1998.
5. Приходько Э.В. Физико-химические критерии для оценки свойств оксидных расплавов в металлургии. // Вопросы теории и практики производства чугуна. / Э.В. Приходько, Д.Н. Тогобицька, А.Ф. Хамхотько М.: Металлургия, 1986. – С. 25-28.
6. Тихонов А.Н., Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин.– М.: Наука, 1979. – 288 с.
7. Бойко Л. Т. Комп'ютерна система зведення балансу матеріалів до-менної плавки / Л. Т. Бойко, Д. М. Тогобицька, Т. В. Кураєва, Ю. А. Пантелєєва // Питання прикладної математики і математичного моделювання. Збірник наукових праць. – Дніпропетровськ: Вид-во ДНУ ім. Олесь Гончара, 2008. – С. 37-47.