Багатовимірні перетворення для нормалізації математичних моделей нелінійних стохастичних диференціальних систем

ПРИХОДЬКО С.Б.

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

Запропоновано будувати математичні моделі (стохастичні диференціальні рівняння) нормалізованих вхідних і вихідних випадкових сигналів нелінійних стохастичних диференціальних систем на основі багатовимірних перетворень.

Предложены методы построения математических моделей (стохастических дифференциальных уравнений) нормализованных входных и выходных случайных сигналов нелинейных стохастических дифференциальных систем на основе применения многомерных преобразований.

The methods of construction of mathematical models (stochastic differential equations) of normalised input and output random signals of nonlinear stochastic differential systems based on the uses of the multivariate transformations are proposed.

Стохастичною диференціальною системою (СДС) називають таку систему, поведінка якої описується стохастичним диференціальним рівнянням (СДР) [1, 2]. При моделюванні нелінійних СДС і в першу чергу при вирішенні задач ідентифікації таких систем шукають можливість застосування добре розроблених класичних методів, в тому числі і методів теорії стохастичних лінійних систем. Це веде до необхідності нормалізації стохастичної системи, тобто переходу до такої системи (нормальної системи), у якої розподіли вхідного і вихідного сигналів є нормальними. Таким чином, виникає проблема нормалізації нелінійних стохастичних систем, тобто проблема знаходження прийнятних нормальних моделей для даних систем [2].

Зараз, як правило, ця проблема вирішується або за рахунок методів лінеаризації, або шляхом застосування припущення про нормальність сигналів у системі. Такі рішення можуть застосовуватися лише тоді, коли закони розподілів сигналів у системі – компоненти вектора $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ – незначно відрізняються від нормальних, а нелінійності є несуттєвими. У разі, коли це не так, можуть використовуватися методи, які базуються на побудові СДР для нормалізованих випадкових процесів (сигналів) – компонент вектора $\mathbf{z}(t) = \mathbf{z} = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}^T$ – на основі застосування одновимірного перетворення Джонсона [3]. В цій роботі для нормалізації математичних моделей (СДР) нелінійних СДС пропонується використовувати і багатовимірні перетворення.

Сама ідея переходу від нелінійного СДР до СДР певного спеціального класу на основі багатовимірного перетворення не є новою. В [4] було представлено узагальнення запропонованого в [5] багатовимірного перетворення для переходу від нелінійного СДР з коефіцієнтом дифузії, який залежить від вектора стану, до такого СДР, де цей коефіцієнт від перетвореного вектора стану вже не залежить. Використання подібного перетворення для побудови СДР для нормалізованих випадкових процесів нелінійних СДС дозволить спростити рішення задач ідентифікації нелінійних СДС так само, як це було зроблено в [6, 7].

Тому **метою роботи**, по-перше, є подальший розвиток підходу переходу від нелінійного СДР до СДР певного класу на основі узагальненого багатовимірного перетворення та формули стохастичного диференціалу, який дозволяє отримувати СДР для нормалізованих випадкових процесів, а, по-друге, запропонувати багатовимірні перетворення для такого переходу.

Постановка задачі. Нехай $\mathbf{x}(t)$ є рішенням СДР

$$d\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)dt + \mathbf{G}(\mathbf{x}, t)d\mathbf{W}(t) \tag{1}$$

на $\Delta = [0, T]$ з початковою умовою $\mathbf{x}(0) = \mathbf{н}$.

Тут $\mathbf{x}(t) \in \mathrm{R}^n$, $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \in \mathrm{R}^n$, R^n – n-мірний (дійсний) евклідів простір, $\mathbf{G}(\mathbf{x}, t) \in \mathrm{R}^{n \times m}$ – матрична функція розміру $(n \times m)$, $\mathbf{W}(t) \in \mathrm{R}^m$ – m-мірний стандартний вінеровський процес, компонентами якого є незалежні стандартні (скалярні) вінеровські процеси, а $\mathbf{н}(t) \in \mathrm{R}^n$ – випадковий вектор початкових умов.

Нехай існує взаємно-однозначне багатовимірне перетворення

$$\mathbf{z} = \mathbf{ш}(\mathbf{x}) \tag{2}$$

таке, що $\mathbf{ш}(\mathbf{x}) \in \mathrm{R}^n$, функція $\mathbf{ш}(\mathbf{x})$ неперервно диференційована на Δ за t, двічі неперервно диференційована за $\mathbf{x}$.

Нехай існує зворотне до (2) перетворення

$$\mathbf{x} = \mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z}) \tag{3}$$

таке, що функція $\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z})$ неперервно диференційована на Δ за t, двічі неперервно диференційована за $\mathbf{z}$.

Потрібно здійснити перехід від нелінійного СДР (1) до СДР для $\mathbf{z}$ на основі перетворення (2), тобто побудувати таке нормалізоване СДР, яке би дозволяло здійснювати зворотній перехід до (1).

Рішення задачі. Можливі два випадки: перший, нормалізоване СДР є лінійним, а другий – нелінійним. Розглянемо перший випадок, коли ми отримуємо лінійне нормалізоване СДР.

Твердження 1. Нехай існують перетворення (2) і (3) та виконуються умови теореми про існування рішення СДР (1). Нехай компонента $z_1(t)$ вектора $\mathbf{z}(t)$ є стаціонарним центрованим випадковим процесом зі спектральною щільністю $S_{z_1}(\omega) = \dfrac{1}{2\pi} \cdot \dfrac{|H(i\omega)|^2}{|F(i\omega)|^2}$.

Тоді $\mathbf{z}(t)$ задовольняє системі з n лінійних СДР

$$d\mathbf{z}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t)dt + \mathbf{B}dw(t),\ \mathbf{z}(0) = \mathbf{ш}(\mathbf{н}), \quad (4)$$

де

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \cdots & \cdots & \dots & \cdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \dots & -a_{n-1} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B} = (0,\dots,0,q_{n-m},q_{n-m+1},\dots,q_n)^T,$$

$\{a_0,\dots,a_{n=1}\}$ – коефіцієнти багаточлену $F(x)$, а параметри $\{q_{n-m},\dots,q_n\}$ визначаються за рекурентними формулами: $q_{n-m} = b_m$, $q_k = b_{n-k} - \sum_{i=n-m}^{k-1} a_{n-k+i}\, q_i$, $k = n-m+1,\dots,n$, $\{b_0,\dots,b_m\}$ – коефіцієнти багаточлену $H(x)$, тоді і тільки тоді, коли

$$f_k(\mathbf{x},t) = \left[\frac{\partial \mathbf{ш}_k^{-1}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{ш}_k^{-1}}{\partial \mathbf{z}}\mathbf{A}\mathbf{ш}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2}\mathbf{B}^T\frac{\partial^2 \mathbf{ш}_k^{-1}}{\partial^2 \mathbf{z}}\mathbf{B}\right]\Bigg|_{\mathbf{z}=\mathbf{ш}(\mathbf{x})}; \quad (5)$$

$$G_k(\mathbf{x},t) = \frac{\partial \mathbf{ш}_k^{-1}}{\partial \mathbf{z}}\mathbf{B}\Bigg|_{\mathbf{z}=\mathbf{ш}(\mathbf{x})},\ k = 1,2,\dots,n. \quad (6)$$

Доведення. За умовою функція $\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z})$ неперервно диференційована на Δ за t, двічі неперервно диференційована за $\mathbf{z}$ і виконуються умови теореми про існування рішення СДР (1). Тоді за теоремою про формулу Іто для компонент $\mathbf{x} = \mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z})$ можуть бути побудовані відповідні стохастичні диференціали. Враховуючи, що $\mathbf{z} = \mathbf{ш}(\mathbf{x})$, для k-ої компоненти $\mathbf{x}$ стохастичний диференціал можна записати як

$$dx_k = \left[\frac{\partial \mathbf{ш}_k^{-1}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{ш}_k^{-1}}{\partial \mathbf{z}}\mathbf{A}\mathbf{ш}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2}\mathbf{B}^T\frac{\partial^2 \mathbf{ш}_k^{-1}}{\partial^2 \mathbf{z}}\mathbf{B}\right]\Bigg|_{\mathbf{z}=\mathbf{ш}(\mathbf{x})} dt + \frac{\partial \mathbf{ш}_k^{-1}}{\partial \mathbf{z}}\mathbf{B}\Bigg|_{\mathbf{z}=\mathbf{ш}(\mathbf{x})} d\mathbf{W}(t). \quad (7)$$

Порівнюючи (7) з коефіцієнтами зсуву і дифузії у (1) остаточно отримуємо вирази (5) і (6).■

Твердження 1 визначає необхідні та достатні умови переходу від СДР (1) до (4). Або іншими словами, визначає нелінійне СДР (1), для якого можна побудувати лінійну математичну модель нормалізованого сигналу – систему лінійних СДР (4). При чому, СДР (1) розглядається в розумінні Іто. Якщо СДР (1) розглядати у розумінні Стратоновича, то в виразі для коефіцієнту зсуву $f_k(\mathbf{x},t)$ буде відсутній останній доданок.

Твердження 2. Нехай виконуються умови твердження 1. Тоді

$$\mathbf{A}\mathbf{z}(t) = \left.\begin{pmatrix} \dfrac{\partial \psi_1}{\partial t} + \dfrac{\partial \psi_1}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f} + \dfrac{1}{2}\mathrm{tr}\left[\dfrac{\partial^2 \psi_1}{\partial^2 \mathbf{x}}\mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\right] \\ \cdots \\ \dfrac{\partial \psi_n}{\partial t} + \dfrac{\partial \psi_n}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f} + \dfrac{1}{2}\mathrm{tr}\left[\dfrac{\partial^2 \psi_n}{\partial^2 \mathbf{x}}\mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\right] \end{pmatrix}\right|_{\mathbf{x}=\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z})}; \quad (8)$$

$$\mathbf{B} = \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{G}, \frac{\partial \psi_2}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{G},\dots,\frac{\partial \psi_n}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{G}\right)^T\Bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z})}. \quad (9)$$

Доведення. За умовою функція $\mathbf{ш}(\mathbf{x})$ неперервно диференційована на Δ за t, двічі неперервно диференційована за $\mathbf{x}$ і виконуються умови теореми про існування рішення СДР (1). Тоді за теоремою про формулу Іто для компонент $\mathbf{z} = \mathbf{ш}(\mathbf{x})$ можуть бути побудовані відповідні стохастичні диференціали. Враховуючи, що $\mathbf{x} = \mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z})$, для k-ої компоненти $\mathbf{z}$ стохастичний диференціал можна записати як

$$dz_k = \left[\frac{\partial \psi_k}{\partial t} + \frac{\partial \psi_k}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f} + \frac{1}{2}\mathrm{tr}\left[\frac{\partial^2 \psi_k}{\partial^2 \mathbf{x}}\mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\right]\right]\Bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z})} dt + \frac{\partial \psi_1}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{G}\Bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z})} dw(t),\ k = 1,2,\dots,n. \quad (10)$$

Порівнюючи (10) з коефіцієнтами зсуву і дифузії у (1) остаточно отримуємо вирази (8) і (9).■

Зрозуміло, що можливий випадок, коли не вдається перейти від СДР (1) до (4). Розглянемо цей випадок, коли ми отримуємо нелінійне нормалізоване СДР.

Твердження 3. Нехай існують перетворення (2) і (3) та виконуються умови теореми про існування рішення СДР (1). Тоді $\mathbf{z}(t)$ задовольняє наступному СДР

$$d\mathbf{z} = \mathbf{x}\left(\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z}),t\right)dt + \mathbf{y}\left(\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z}),t\right)d\mathbf{W}(t),\ \mathbf{z}(0) = \mathbf{ш}(\mathbf{н}), \quad (11)$$

де

$$\upsilon_k\left(\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z}),t\right) = \left[\frac{\partial \mathbf{ш}_k}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{ш}_k}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f}\left(\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z}),t\right) + \frac{1}{2}\mathrm{tr}\left(\frac{\partial^2 \mathbf{ш}_k}{\partial^2 \mathbf{x}}\mathbf{G}\left(\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z}),t\right)\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z}),t\right)\right)\right]\Bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z})};$$

$$\sigma_k\left(\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z}),t\right) = \frac{\partial \mathbf{ш}_k}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{G}\left(\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z}),t\right)\Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z})},\ k = 1,\dots,n.$$

Доведення. За умовою функція $\mathbf{ш}(\mathbf{x})$ неперервно диференційована на Δ за t, двічі неперервно диференційована за $\mathbf{x}$ і виконуються умови теореми про існування рішення СДР (1). Тоді за теоремою про формулу Іто для компонент $\mathbf{z} = \mathbf{ш}(\mathbf{x})$ можуть бути побудовані відповідні стохастичні диференціали. Враховуючи, що $\mathbf{x} = \mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z})$, для k-ої компоненти $\mathbf{z}$ стохастичний диференціал можна записати як

$$dz_k = \left[\frac{\partial \mathbf{ш}_k}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{ш}_k}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f}\left(\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z}),t\right) + \frac{1}{2}\mathrm{tr}\left(\frac{\partial^2 \mathbf{ш}_k}{\partial^2 \mathbf{x}}\mathbf{G}\left(\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z}),t\right)\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z}),t\right)\right)\right]\Bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z})} dt + \frac{\partial \mathbf{ш}_k}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{G}\left(\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z}),t\right)\Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{ш}^{-1}(\mathbf{z})} d\mathbf{W}(t),\ k = 1,\dots,n \quad (12)$$

Остаточно на основі (12) записуємо СДР (11).■

Твердження 3 дозволяє за нелінійним СДР (1) побудувати математичну модель нормалізованого сигналу – СДР (11). При чому, СДР (1) розглядається в розумінні Іто. Якщо СДР (1) розглядати у розумінні Стратоновича, то в виразі для коефіцієнту зсуву СДР (11) буде відсутній останній доданок.

У разі, коли нам відомо як СДР (1), так і СДР для нормалізованого сигналу (4), то при певних умовах можна знайти і перетворення (2).

Припущення 1. Припустимо що існують ненульові елементи g_{ij} матриці $\mathbf{G}(\mathbf{x},t)$, тобто

$$g_{ij}(\mathbf{x}) \neq 0,\ i=1,2,\ldots,n,\ j=1,2,\ldots,m.$$

Припущення 2. Припустимо що для кожного i існує тільки одне g_{ij} як функція одної і тільки одної компоненти x_i, тобто

$$g_{ij}(\mathbf{x}) = g_{ij}(x_i),\ i=1,2,\ldots,n,\ j=1,2,\ldots,m.$$

Твердження 4. Нехай виконуються припущення 1 і 2 та виконуються умови теореми про існування рішення СДР (1), а $\mathbf{z}(t)$ задовольняє системі з n лінійних СДР (4). Тоді

$$\psi_1(x_1) = \int \frac{b_k dx}{g_{ij}(x)}\Big|_{x=x_1},\ k,i=1,2,\ldots,n,\ j=1,2,\ldots,m. \quad (13)$$

Доведення. За умовою функція $\mathbf{\text{ш}}(\mathbf{x})$ неперервно диференційована на Δ за t, двічі неперервно диференційована за $\mathbf{x}$ і виконуються умови теореми про існування рішення СДР (1). Тоді за теоремою про формулу Іто для компонент $\mathbf{z} = \mathbf{\text{ш}}(\mathbf{x})$ можуть бути побудовані відповідні стохастичні диференціали. Для *k*-ої компоненти $\mathbf{z}$ стохастичний диференціал можна записати як

$$dz_k = \left[\frac{\partial \mathbf{\text{ш}}_k}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{\text{ш}}_k}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f}(\mathbf{x},t) + \frac{1}{2}\mathrm{tr}\left(\frac{\partial^2 \mathbf{\text{ш}}_k}{\partial^2 \mathbf{x}}\mathbf{G}(\mathbf{x},t)\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(\mathbf{x},t)\right)\right]dt +$$

$$+ \frac{\partial \mathbf{\text{ш}}_k}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{G}(\mathbf{x},t)d\mathbf{W}(t),\ k=1,\ldots,n. \quad (14)$$

Порівнявши коефіцієнти дифузії в (4) і (14) та враховуючи припущення 1 і 2 отримуємо

$$\frac{\partial \psi_k}{\partial x} g_{ij}(x_i) = b_k,\ k,i=1,2,\ldots,n,\ j=1,2,\ldots,m. \quad (15)$$

Ділимо (15) на $g_{ij}(x_i)$, множимо частини (15) на dx та беремо інтеграл

$$\int \frac{\partial \psi_k}{\partial x}dx = \int \frac{b_k}{g_{ij}(x_i)}dx,\ k,i=1,2,\ldots,n,\ j=1,2,\ldots,m,$$

і остаточно отримуємо формулу (13). ■

Кожна наступна компонента функції $\mathbf{\text{ш}}(\mathbf{x})$ знаходиться як похідна за часом від попередньої.

Для того щоб скористатися (13) навіть у поодиноких випадках треба знати СДР (1), яке не завжди відомо. Для побудови СДР (1) може бути використаний метод структурної ідентифікації нелінійних СДС на основі математичних моделей нормалізованих сигналів [7], який базується на одновимірному перетворенні Джонсона. В цій роботі розглядається можливість використання і багатовимірного перетворення Джонсона.

Багатовимірне перетворення Джонсона записується як [8]

$$\mathbf{z} = \mathbf{\text{г}} + \mathbf{\text{з}}\mathbf{h}\left[\mathbf{\text{л}}^{-1}(\mathbf{x} - \varphi)\right], \quad (16)$$

де $\mathbf{h}\left[(y_1,\ \ldots,y_n)^T\right] = \{h_1(y_1),\ldots,h_n(y_n)\}^T$; $h_i(\cdot)$ – функція для одновимірного перетворення Джонсона для i-ой компоненти; $\mathbf{\text{г}}$, $\mathbf{\text{з}}$, φ и $\mathbf{\text{л}}$ – параметри розподілу Джонсона, $\mathbf{\text{г}} = (\gamma_1,\ldots,\gamma_n)^T$, $\mathbf{\text{з}} = diag(\eta_1,\ldots,\eta_n)$, $\varphi = (\varphi_1,\ldots,\varphi_n)^T$, $\mathbf{\text{л}} = diag(\lambda_1,\ldots,\lambda_n)$.

Для прикладу розглянемо СДР мовного сигналу $x(t)$ [3]

$$\ddot{x} + 2\alpha_z\dot{x} + b_z^2(\gamma + \eta\,\mathrm{Arsh}(\overline{x}))\frac{\lambda}{\eta}\left(\sqrt{1+\overline{x}^2}\right) - \frac{\dot{x}^2\overline{x}}{\lambda(1+\overline{x}^2)} =$$

$$= 2b_z\frac{\lambda}{\eta}\sqrt{D_z\alpha_z(1+\overline{x}^2)}n(t), \quad (17)$$

де $\overline{x} = (x-\varphi)/\lambda$; $n(t)$ – білий шум.

Відповідне СДР для нормалізованого сигналу $z(t)$

$$\ddot{z} + 2\alpha_z\dot{z} + b_z^2 z = 2b_z\sqrt{D_z\alpha_z}\,n(t). \quad (18)$$

При чому, $z(t)$ – це випадковий процес з нормальним розподілом, який пов'язаний з $x(t)$ перетворенням Джонсона із сім'ї S_U

$$z = \gamma + \eta\,\mathrm{Arsh}(\overline{x}), \quad (19)$$

де $\mathrm{Arsh}(\overline{x}) = \ln\left[\overline{x} + \sqrt{\overline{x}^2+1}\right]$.

Спектральна щільності має вигляд

$$\tilde{S}_z(\omega) = \frac{D_z\alpha_z}{\pi}\frac{2b_z^2}{\omega^4 + 2\left(\alpha_z^2 - \beta_z^2\right)\omega^2 + b_z^4},$$

де D_z – дисперсія $z(t)$; $b_z^2 = \alpha_z^2 + \beta_z^2$; α_z і β_z – відповідно коефіцієнт загасання і середня частота кореляційної функції $z(t)$.

Позначимо $x_1 = x(t)$ і $x_2 = \dot{x}(t)$ та перетворимо СДР (17) в систему СДР

$$\dot{x}_1 = x_2;$$

$$\dot{x}_2 = 2b_z\frac{\lambda}{\eta}\sqrt{D_z\alpha_z(1+\overline{x}^2)}n(t) - 2\alpha_z x_2 -$$

$$- b_z^2(\gamma + \eta\,\mathrm{Arsh}(\overline{x}))\frac{\lambda}{\eta}\left(\sqrt{1+\overline{x}^2}\right) + \frac{x_2^2\overline{x}}{\lambda(1+\overline{x}^2)}.$$

Позначимо $z_1 = z(t)$ і $z_2 = \dot{z}(t)$ та перетворимо СДР (18) в систему СДР

$$\dot{z}_1 = z_2;$$

$$\dot{z}_2 = 2b_z\sqrt{D_z\alpha_z}\,n(t) - 2\alpha_z z_2 - b_z^2 z_1.$$

Використавши (19) запишемо компоненти перетворень (2) і (3)

$$z_1 = \gamma + \eta\,\mathrm{Arsh}(\overline{x});\ z_2 = \frac{\eta x_2}{\lambda\sqrt{\overline{x}^2+1}}; \quad (20)$$

$$x_1 = \varphi + \lambda sh(\overline{z});\ x_2 = \frac{\lambda}{\eta}z_2 ch(\overline{z}), \quad (21)$$

де $\overline{x} = (x_1 - \varphi)/\lambda$; $\overline{z} = (z_1 - \gamma)/\eta$.

Врахувавши (20) і (21) для (5) і (6) легко визначити, що нелінійне СДР (17) може бути перетворено в лінійне СДР (18) для нормалізованого випадкового процесу $z(t)$. Коефіцієнти цього нормалізовано СДР знаходяться за формулами (8) і (9). Може бути також визначено і перетворення (2), за допомогою якого здійснюється нормалізація нелінійного СДР (17). Для цього скористаємося формулою (13) і отримуємо

$$\psi_1(x_1) = \int \frac{2b_z\sqrt{D_z\alpha_z}\,dx}{2b_z\frac{\lambda}{\eta}\sqrt{D_z\alpha_z(1+\overline{x}^2)}} = \eta\ln\left|\overline{x} + \sqrt{\overline{x}^2+1}\right|.$$

Друга компонента функції $\mathbf{\text{ш}}(\mathbf{x})$ знаходиться як похідна за часом від попередньої. До компоненти $\psi_1(x_1)$ потрібно ще додати зсув γ. Тоді остаточно отримуємо компоненти (20) багатовимірного перетворення Джонсона.

Висновки

Отримав подальший розвиток підхід переходу від нелінійного СДР до СДР спеціального класу на основі узагальненого багатовимірного перетворення та формули стохастичного диференціалу, який дозволяє отримувати СДР для нормалізованих випадкових процесів. Для здійснення такого переходу запропоновано використовувати багатовимірне перетворення Джонсона. Отримані необхідні та достатні умови переходу від нелінійного СДР до лінійного СДР для нормалізованого процесу. В подальшому планується вести дослідження в напрямку пошуку інших типів багатовимірних перетворень для нормалізації математичних моделей нелінійних СДС.

ЛІТЕРАТУРА

1. Пугачев В.С. Стохастические дифференциальные системы / В. С. Пугачев, И. Н. Синицын. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. – 560 с.
2. Пугачев В.С. Теория стохастических систем: Учеб. пособие / В. С. Пугачев, И. Н. Синицын. – М.: Логос, 2000. – 1000 с. – ISBN 5-88439-146-3.
3. Приходько С.Б. Методи побудови математичних моделей нормалізованих сигналів нелінійних стохастичних диференціальних систем / С. Б. Приходько // Науковий журнал "Математичне моделювання". – Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2008. – № 2 (19) – С.3-6.
4. Nielsen J. N. Applying the EKF stochastic differential equations with level effects / J. N. Nielsen, H. Madsen // Automatica. – 2001. – Vol. 37. – p. 107-112. – ISSN 0005-1098.
5. Baadsgaard M. Estimation in stochastic differential equations with a state dependent diffusion term / M. Baadsgaard, J. N. Nielsen, H. Spliid, H. Madsen, M. Preisel // System Identification (SYSID 1997): A Proceedings Volume from the 11th IFAC Symposium on System Identification, Kitakyushu, Fukuoka, Japan, 8-11 July 1997. – Elsevier Science & Technology, 1998. – Vol. 3. – P.1425-1430. – ISBN 0-08-042592-5.
6. Приходько С.Б. Методы идентификации нелинейных стохастических дифференциальных систем на основе математических моделей нормализованных случайных сигналов / С. Б. Приходько // Автоматика-2008: доклади XV міжнародної конференції з автоматичного управління, 23-26 вересня 2008 року. – Одеса: ОНМА, 2008. – С.464-466.
7. Приходько С.Б. Структурна ідентифікація нелінійних стохастичних диференціальних систем на основі математичних моделей нормалізованих сигналів / С. Б. Приходько // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2008. – № 3. – С.41-48. – ISSN 1999-9941.
8. Stanfield P.M. Multivariate inputs modeling with Johnson distribution / P. M. Stanfield, J. R. Wilson, G. A. Mirka, N. F. Glasscock // Proceedings of the 28th conference on Winter simulation, Coronado, California, United States, 1996. – P.1457-1464. – ISBN:0-7803-3383-7.

пост. 28.05.2009

Технология вейвлет – обработки сложных процессов

СЕРАЯ О.В., КЛИМЕНКО Т.А.

Украина, Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт»

Сформулирована задача разработки технологии получения аналитического описания сложных процессов. Представлена единообразная методология, учитывающая теоретические ограничения, возникающие при обработке реальных сигналов и функций.

Сформульована задача розробки технології отримання аналітичного опису складних процесів. Представлено єдиноподібна методологія , яка враховує теоретичні обмеження, які виникають при обробці реальних сигналів та функцій.

The task which consists in the development of the technologies of getting the difficult processes' analytical description is formulated. The uniform methodology which takes into account the theoretical limitations that appear at the treatment of real signals and functions is presented.

Введение. Практические задачи прикладных наук, в частности, радиотехники и связи, теории управления, экономики, социологии и т.д. требуют решения актуальной проблемы достаточно точного и одновременно простого в реализации представления сложных процессов. Серьёзные достижения в решении этой проблемы связаны с возможностями разложения функций в ряд Тейлора, использованием полиномиальных аппроксимаций (в том числе и ортогональными многочленами), а также представлением функций рядами Фурье. К сожалению, в последние годы стало очевидно, что традиционный и наиболее мощный из перечисленных аппарат описания произвольных функций в виде рядов Фурье оказывается малоэффективным для функций с локальными особенностями, что связано с рядом принципиальных недостатков технологии, использующей преобразование Фурье. К их числу относятся: