

параболы 4-го порядка и долговечности от износостойкости материалов его деталей, концентрацию абразивных частиц в щелочи, величин зазора в ПВД и режущих углов в питателе. Расчетные значения долговечности в ПВД, выполненных по уравнению (3) для всех 16 опытов (табл. 3), показали хорошую сходимость их с экспериментальными значениями.

Таким образом, результаты исследований выбранных факторов по матрице планирования и анализ полученных уравнений регрессии показали, что выбранная система факторов и область их значений позволяют получить в зависимости от величины и взаимного сочетания факторов различные значения характеристик рельефа износа параболы 4-го порядка и срока службы питателя. Необходимо стремиться к тому, чтобы: 1) материалы ротора и корпуса обладали максимальной износостойкостью; 2) для уменьшения концентрации твердых частиц в щелочи использовалась очистка щепы от твердых частиц с помощью циклона; 3) эксплуатация питателей осуществлять при минимальном зазоре и 4) использовалось оптимальные режущие углы в конической трибосистеме.

Выводы

1. Разработаны математические модели для определения характеристик кривых износа в виде парабол 4-го порядка, позволяющие прогнозировать эти показатели.

2. Установлены характеристики кривых износа поверхности ротора:
 - а) уровень параболы; б) площадь параболы; максимальная величина износа.
3. Установлено, что с помощью рабочих параметров: 1) износостойкость используемых материалов; 2) концентрации твердых частиц в щелочи; 3) величины зазора в ПВД; 4) режущими углами в роторе и корпусе можно управлять сроком службы роторных питателей конической трибосистемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Камель Г. И. Роторные питатели установок непрерывной варки целлюлозы / Г. И. Камель. — М. : Лесная промышленность. 1987. — 160 с.
2. Нечаев Г. И. Повышение надежности и продуктивности загрузочных устройств непрерывной варки целлюлозы и полуцеллюлозы / Г. И. Нечаев., Г. И. Камель. — Луганск : Изд-во СНУ им. В. Даля. 2005. — 392 с.
3. Налимов В. Р. Статические методы планирования экспериментов / В. Р. Налимов, Н. А. Чернова. — М. : Наука. 1965. — 340 с.
4. Винарский М. С., Люрье М. В. Планирование эксперимента в технологических исследованиях / М. С. Винарский, М. В. Люрье. — К. : Техника. 1975. — 168 с.

пост.25.02.15

Моделювання хімічної неоднорідності у зливку, що кристалізується

Т. Ж. НАДРИГАЙЛО, А. В. ПОБЕГУЦА

Дніпродзержинський державний технічний університет

В даній роботі представлена нерівноважна теорія багатозонної зони кристалізації, яка враховує можливий рух кристалів та перерозподіл домішок. Розглянуто процес кристалізації зливка з врахуванням переносу домішок у дендритному каркасі. Наведені двовимірні математичні моделі кристалізації зливка з врахуванням переносу домішок, метод розщеплення за фізичними факторами для розв'язку системи рівнянь, результати комп'ютерної реалізації моделі та чисельних досліджень.

В данной работе представлена неравновесная теория многофазной зоны кристаллизации, учитывающая возможное движение кристаллов и распределение примесей. Рассмотрен процесс кристаллизации слитка с учетом переноса примесей в дендритном каркасе. Приведены двумерная математическая модель кристаллизации слитка с учетом переноса примесей, метод расщепления по физическим факторам для решения системы уравнений, результаты компьютерной реализации модели и численных исследований.

In this paper presents a non-equilibrium theory of multiphase crystallization zone, taking into the possible movement of the crystals and the distribution of impurities. Considered the process of crystallization ingot with the transfer of impurities in the dendrite carcass. Presents a two-dimensional mathematical model of crystallization ingot with the transfer of impurities, method of splitting into physical factors for solving the system of equations, the results of the computer implementation of models and numerical studies.

Вступ. Твердження сталі є надзвичайно складним теплофізичним процесом з рухом і перетворенням взаємодіючих фаз. При дослідженні даного процесу виникають певні труднощі, адже вони пов'язані як з високою температурою сталі, так і з її непрозорістю, що заважає проводити експериментальні дослідження в лабораторних умовах та на виробництві.

Одним із способів дослідження процесу твердження зливка являється математичне моделювання цього процесу, однак це є досить складною задачею так як при виробництві сталі майже всі середовища є багатозонними. Складність моделювання полягає в тому, що багатозонним середовищам притаманні, як велика кількість змінних, динаміку яких треба відстежувати, так і

врахування таких властивостей, як наявність фазових перетворень, ефективна стисливість та ін., які призводять до несоленоїдальності руху багатофазних середовищ. Все це унеможливило використання при математичному моделюванні тепломасопереносних процесів у багатофазних середовищах більшості методів розроблених для однофазних середовищ, і вимагає спеціальних методів. Крім того, математичне моделювання спроможне увібрати в себе якісні та кількісні результати експериментальних досліджень, додаючи більше можливостей і більш глибокого рівня розуміння процесів, що вивчаються.

Під час кристалізації зливка утворюються кристали, частина з яких може бути нерухомою. Крім того, внаслідок неоднорідного хімічного складу сплавів виділяються різноманітні рухомі домішкові фази, розподіл яких значною мірою впливає на якість зливка, що затвердив. Всі ці фактори вимагають подальшого вивчення протікання тепломасопереносних процесів у зливку при його кристалізації з урахуванням динаміки як основних, так і домішкових фаз для раціоналізації режимів наповнення і твердження сталі з метою отримання якісного зливка.

Актуальність дослідження та оптимізації перебігу тепломасопереносних процесів у багатофазних середовищах при розливі та кристалізації сталі у наш час обумовлена розробкою нових енерго- та ресурсозберігаючих наукоємних технологій виробництва сталі, зростанням вимог до його ефективності.

Метою даної роботи є побудова двовимірної математичної моделі фільтрації домішок у дендритному каркасі зливка, що твердне, а також її комп'ютерна реалізація та проведення чисельних досліджень процесу переносу домішок при кристалізації зливка.

Хімічна неоднорідність зливків. При переході сталі з рідкого стану у твердий виникає зниження розчинності домішок та виникає хімічна неоднорідність у зливку [1].

Хімічна неоднорідність сталевих зливків і виливків, як і інших сплавів, викликана так званою виборчою кристалізацією. Спочатку утворюються кристали, що мають за складом більш високу температуру плавлення.

Якщо домішка підвищує температуру плавлення сталі, то спочатку утворюються кристали з підвищеним вмістом цієї домішки, і навпаки, якщо домішка знижує температуру плавлення, то спочатку утворюються кристали, що містять найменшу кількість домішки (наприклад, вуглецю, сірки, фосфору і т.д.).

Таке явище при кристалізації отримало назву *ізоляція*, а картина, яка утворюється в результаті цього в зливках — *сегрегація*.

Явище ліквідації вперше встановили російські дослідники-металурги А.С. Лавров і Н.В. Калакуцький.

Ліквідація (сегрегація) визначається шляхом порівняння хімічного складу в цікавій точці або зоні з середнім вихідним складом рідкої фази.

Якщо вміст елемента в будь-якій зоні вище його вихідного середнього вмісту в рідкому металі, то ліквідація називається «додатковою», якщо нижче — «негативною».

Ліквідація сірки якісно виявляється шляхом зняття сірчанних відбитків з поперечних протравлених кислотою темплетів перетинів металу зливків, заготовок і

т.д. При цьому позитивна ліквідація проявляється в підвищеній інтенсивністю потемніння точок або зон, негативна — в більш світлому тоні.

Якісна неоднорідність макроструктури перетину металу відносно інших домішок встановлюється також дослідженням травлених, звичайно кислотою, зразків. Для виявлення ліквідації різних елементів використовуються різні травителі. При цьому дефекти неоднорідності характеризуються різною травимістю і проявляється у вигляді точок, плям або смуг.

Зональна сегрегація — це нерівномірність хімічного складу сталі в різних зонах зливка.

На *рис. 1* показаний сірчаний відбиток поздовжнього осьового перерізу зливка масою 12,5 т низьковуглецевої марганцево-кременистої сталі, окисленої повністю під час випуску металу в ківш з присадкою алюмінію в кількості 1 кг/т сталі. Зливков відлитий зверху в виливницю з дном і прибутковою надставкою, футерований шамотною цеглою з теплоізоляцією дзеркала металу азбеститом в кількості 1,5 кг/т сталі. На сірчаному відбитку гарно проглядається внососьова Λ -подібна позитивна ліквідація («вуса»), яка при прокатці на квадратну заготовку сприяє утворенню дефекту, так званого «ліквідаційний квадрат». Осьова V-подібна періодична ліквідація призводить до утворення дефектів «підусадочну ліквідацію» і «осьову пористість».

Розрізняють три види зональної ліквідації (*рис. 2*):

- осьова позитивна V-подібна, що виражається в підвищеному вмісті домішок (вуглецю, сірки, фосфору та ін.) в порівнянні з вихідним;
- внососьова («позацентрирова»);
- Λ -подібна позитивна, розташована на кордоні між зоною стовпчастих кристалів і зоною змішаної кристалізації (зоною рівноосьових кристалів).



Рис. 1. Сірчаний відбиток поперечного перерізу зливка масою 12,5 т низьковуглецевої марганцево-кременистої сталі 08Г2С

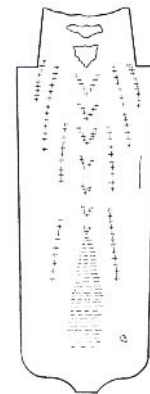


Рис. 2. Типова схема сегрегації зливка спокійної сталі з прибутковою надставкою

Аналіз існуючих моделей кристалізації. При вивченні кристалізації сталевих зливків виникає дуже широкий комплекс питань і набір підходів до їх вирішення. В [2, 3] вказані теоретичні положення протікання гідродинамічних і тепломасопереносних процесів у зливку, що кристалізується, а також конкретні практич-

ні рекомендації щодо удосконалення технологічних процесів.

Теорія квазірівноважної кристалізації металевих сплавів лягла в основу створення великих програмних комплексів, які автоматизують проектування технологій та обладнання при литті зливків і виливків довільної геометричної складності [4].

Ця теорія широко описана в літературі [2, 5, 6]. В її основі лежать два істотних становища. Перше – чисті метали і металеві сплави кристалізуються по нормальному механізму росту з високими значеннями кінетичних коефіцієнтів, що обумовлює мале відхилення від рівноваги на поверхні зростаючих кристалів. Друге – концентраційне переохолодження розплаву всередині двофазної зони, що викликається неоднорідним розподілом домішок, навіть при великих швидкостях охолодження не перевищує одиниць градусів. Ці положення дозволили сформулювати принцип квазірівноваги для затвердіння металевих сплавів, який стверджує, що співвідношення між складом рідкої фази і складом поверхні твердої фази всередині двофазної зони при всіх температурах і тиску визначається умовами рівноваги – рівнянням поверхні ліквідусу діаграми стану сплавів. При цьому, елементи твердої фази двофазної зони, не стикаються з розплавом, мають склад, відмінний від рівноважного через малої інтенсивності дифузії в твердій фазі і звичайного порівняно малого часу затвердіння. Тому ця теорія квазірівноважної кристалізації металевих сплавів і отримала назву теорії квазірівноважної двофазної зони.

У роботах [8, 9] виконаний облік неоднорідності концентрації домішки вуглецю в рідкій фазі уздовж ізотерм. Механізм виникнення структурних неоднорідностей внаслідок нерегулярного росту кристалів на поверхні металу, що твердне, розглянуто в роботі [9].

Теорія квазірівноважної двофазної зони отримала подальший розвиток в роботах Журавльова [10, 11]. Було враховано фільтраційне рух розплаву в двофазній зоні в напрямку фронту кристалізації, що відбувається під дією тиску, що виникає внаслідок усадки затвердіння [12–15]. Умова виникнення пористості в тілі зливка дозволяє аналізувати в моделі Журавльова розрахунок поля тиску. В роботі [16] згідно моделі Журавльова численно досліджувалися фільтрація розплаву в двофазній зоні зливка, що твердне, і виникнення розсіяної пористості.

З практичної точки зору важливим завданням є фільтраційний рух розплаву в дендритні каркаси. Він суттєво впливає на розподіл хімічних неоднорідностей в зливку, виникнення розсіяної пористості, а також фізичної неоднорідності [2, 17–20]. На основі припущення про загальний перенесення домішки разом з розплавом, що рухаються у місця, де протікає температурна усадка і затвердіння, отримано рівняння макросегрегації Флемінгса [20–22].

У зазначених роботах відзначено, що домішки рухаються крізь дендритний каркас з фільтраційної швидкістю розплаву. Цікавими роботами, у цьому зв'язку, є [23, 24]. У них на основі експериментальних даних зроблено висновок, що сегреганти, в яких кут змочування дендритних кристалів більше, ніж у чистого розплаву, капілярними силами виштовхуються з дендритного каналу в напрямку рідкої зони, тобто рухаються в сторону, протилежну руху розплаву в цілому. Саме

цей рух є визначальним при виникненні хімічної неоднорідності зливка.

Комплексні чисельні дослідження сполучених процесів гідродинаміки, конвективного тепломасопереносу і затвердіння з урахуванням двофазної зони наведені в роботах Донецької школи гідродинаміки і тепломасопереносу в металургійних процесах, огляд яких дано в [25]. У монографії [26] об'єднані досягнення Донецької школи з розробками Дніпродзержинської школи моделювання теплофізичних процесів у зливку, пов'язаних з використанням природних змінних швидкість-тиск із застосуванням методу розщеплення за фізичними факторами.

Як вже сказано вище існує безліч теорій кристалізації, з використанням яких створені математичні моделі процесів, які відбуваються при кристалізації металу. Але в даній роботі пропонується нова двовимірна математична модель фільтрації домішок в дендритному каркасі зливка при його кристалізації, яка враховує можливий рух кристалів та перерозподіл домішок в двофазній зоні зливка, що твердне.

Постановка задачі. У роботі розглянуто математичну модель процесу фільтрації домішок через дендритний каркас зливка, що твердне та один із варіантів застосування методів розщеплення за фізичними факторами для цієї моделі [27].

Основні вихідні припущення моделі:

- розрахункова область представляє собою половину осевого перерізу зливка (рис. 3, а);
- з бічної поверхні та дна зливка відбувається віддача тепла за рахунок конвективного теплообміну з відповідним коефіцієнтом тепловіддачі;
- при кристалізації відбувається перенос домішок.

Розглянемо випадок наявності лише однієї домішкової фази b .

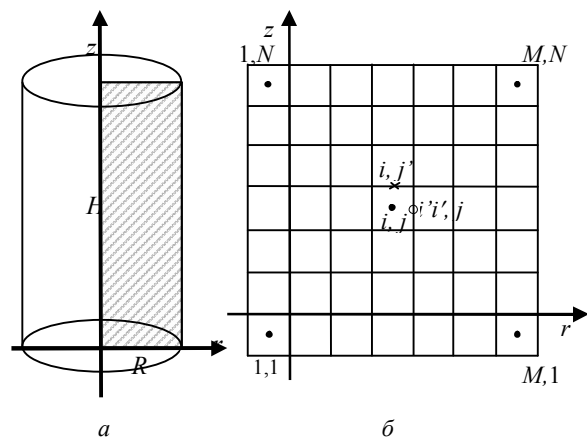


Рис. 3. Розрахункова область

Для розв'язку системи рівнянь моделі, яка представлена у [28], використовуємо чотирьохетапну схему методу розщеплення за фізичними факторами. Кінцево-різницєва апроксимація рівнянь на рівномірній шаховій сітці (рис. 3, б) має вигляд: 0

$$2 u_{Si,j}^c = 0; \quad w_{Si,j}^c = -\frac{d_s^2}{C_{1D} v_{L,i,j}} (\varepsilon - \delta_f) g,$$

1,2

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{i,j}^n = & u_{i,j}^n - \frac{\tau}{(i-1)2\Delta r} \left[u_{i+1,j}^n{}^2 - u_{i-1,j}^n{}^2 \right] - \\ & - \frac{\tau}{4\Delta z} \left(u_{i,j+1}^n + u_{i,j}^n \right) \left(w_{i+1,j}^n + w_{i,j}^n \right) + \\ & + \frac{\tau}{4\Delta z} \left(u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n \right) \left(w_{i+1,j-1}^n + w_{i,j-1}^n \right) + \\ & + \tau \left\{ v_{i,j}^r \left[\frac{1}{(i-0,5)} \left(i u_{i+1,j}^n - (i-1) u_{i,j}^n \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{(i-1,5)} \left((i-1) u_{i,j}^n - (i-2) u_{i-1,j}^n \right) \right] / \Delta r^2 + \right. \\ & \left. + \frac{\left[v_{i,j}^z \left(u_{i,j+1}^n - u_{i,j}^n \right) - v_{i,j-1}^z \left(u_{i,j}^n - u_{i,j-1}^n \right) \right]}{\Delta z^2} \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{w}_{i,j}^n = & w_{i,j}^n - \frac{\tau}{2\Delta z} \left[w_{i,j+1}^n{}^2 - w_{i,j-1}^n{}^2 \right] - \\ & - \frac{\tau(i-1)}{(i-1,5)4\Delta r} \left(u_{i,j+1}^n + u_{i,j}^n \right) \left(w_{i+1,j}^n + w_{i,j}^n \right) + \\ & + \frac{\tau(i-2)}{(i-1,5)4\Delta r} \left(u_{i-1,j+1}^n + u_{i-1,j}^n \right) \left(w_{i,j}^n + w_{i-1,j}^n \right) + \\ & + \frac{v_{i,j}^z \left(w_{i,j+1}^n - 2w_{i,j}^n + w_{i,j-1}^n \right)}{\Delta z^2} \left. \right] + \tau \left(\zeta_{i,j}^n \delta_f + (1 - \zeta_{i,j}^n) \epsilon^n \right) \mathbf{g}. \end{aligned}$$

1-5 $\lambda_{i,j}^n = \lambda_L' (1 - \zeta_{i,j}^n) + \lambda_S \zeta_{i,j}^n,$

1-5 $C_{i,j}^n = C_L (1 - \zeta_{i,j}^n) + C_S \zeta_{i,j}^n,$

1-5
$$\begin{aligned} \tilde{T}_{i,j} = & T_{i,j}^n + \frac{\tau}{C_{i,j}^n} \left[\frac{1}{(i-1,5)\Delta r^2} \left(\lambda_{i,j}^n (i-1) (T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \lambda_{i-1,j}^n (i-2) (T_{i,j}^n - T_{i-1,j}^n) \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{\Delta z^2} \left(\lambda_{i,j}^n (T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n) - \lambda_{i,j-1}^n (T_{i,j}^n - T_{i,j-1}^n) \right) + L_e \Phi_S^n \right], \end{aligned}$$

1,2

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}_{i,j} = & \zeta_{i,j}^n + \tau \left[\frac{D_S}{(i-1,5)\Delta r^2} \left((i-1) (\zeta_{i+1,j}^n - \zeta_{i,j}^n) - \right. \right. \\ & \left. \left. - (i-2) (\zeta_{i,j}^n - \zeta_{i-1,j}^n) \right) + \frac{D_S}{\Delta z^2} \left(\zeta_{i,j+1}^n - 2\zeta_{i,j}^n + \zeta_{i,j-1}^n \right) + \Phi_S^n \right], \end{aligned}$$

1-3

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}_{i,j} = & \beta_{i,j}^n + \\ & + \tau \left[D_b \left(\frac{1}{(i-1,5)\Delta r^2} \left((i-1) (1 - \zeta_{i,j}^n) \left(\frac{\beta_{i+1,j}^n}{(1 - \zeta_{i+1,j}^n)} - \frac{\beta_{i,j}^n}{(1 - \zeta_{i,j}^n)} \right) \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - (i-2) (1 - \zeta_{i-1,j}^n) \left(\frac{\beta_{i,j}^n}{(1 - \zeta_{i,j}^n)} - \frac{\beta_{i-1,j}^n}{(1 - \zeta_{i-1,j}^n)} \right) \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\Delta z^2} \left[(1 - \zeta_{i,j}^n) \left(\frac{\beta_{i,j+1}^n}{(1 - \zeta_{i,j+1}^n)} - \frac{\beta_{i,j}^n}{(1 - \zeta_{i,j}^n)} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - (1 - \zeta_{i,j-1}^n) \left(\frac{\beta_{i,j}^n}{(1 - \zeta_{i,j}^n)} - \frac{\beta_{i,j-1}^n}{(1 - \zeta_{i,j-1}^n)} \right) \right] \right] - \frac{k_b \beta_{i,j}^n}{(1 - \zeta_{i,j}^n)} \Phi_S^n \end{aligned}$$

II

1,2

$$\begin{aligned} T_{i,j}^{n+1} = & \tilde{T}_{i,j} - \tau \left(\frac{u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n}{2} \cdot \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i-1,j}^n}{2\Delta r} + \right. \\ & \left. + \frac{w_{i,j}^n + w_{i,j-1}^n}{2} \cdot \frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j-1}^n}{2\Delta z} \right), \end{aligned}$$

1,2

$$\begin{aligned} \zeta_{i,j}^{n+1} = & \zeta_{i,j}^n - \tau \left[\frac{1}{(i-1,5)\Delta r} \left((i-1) \left(\frac{\zeta_{i,j}^n + \zeta_{i+1,j}^n}{2} \right) u_{i,j}^n - \right. \right. \\ & \left. \left. - (i-2) \left(\frac{\zeta_{i-1,j}^n + \zeta_{i,j}^n}{2} \right) u_{i-1,j}^n \right) + \left(\frac{\zeta_{i,j}^n + \zeta_{i,j+1}^n}{2} \right) \times \right. \\ & \left. \times \left(w_{i,j}^n + w_{Si,j}^c \right) \left(\frac{\zeta_{i,j-1}^n + \zeta_{i,j}^n}{2} \right) \left(w_{i,j-1}^n + w_{Si,j-1}^c \right) / \Delta z \right] \end{aligned}$$

3 $A_{i,j}^{n+1} = -\frac{k_b \zeta_{i,j}^{n+1}}{R_b (1 - \zeta_{i,j}^{n+1}) + v_L x_b \zeta_{i,j}^{n+1}},$

3 $B_{i,j}^{n+1} = \frac{2 - \zeta_{i,j}^{n+1}}{1 - \zeta_{i,j}^{n+1}} \left(\frac{\zeta_{i+1,j}^{n+1} - \zeta_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta r} + \frac{\zeta_{i,j+1}^{n+1} - \zeta_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta z} \right),$

1-3 $\beta_{i,j}^{n+1,0} = \tilde{\beta}_{i,j}, p_{i,j}^{n+1,0} = p_{i,j}^n, u_{i,j}^{n+1,0} = u_{i,j}^n, w_{i,j}^{n+1,0} = w_{i,j}^n,$

III

1,2

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{i,j}^{n+1,k+1} = & \tilde{p}_{i,j}^{n+1,k} + \omega \left[\frac{1}{(i-1,5)\Delta r^2} * \right. \\ & * \left((i-1) (\tilde{p}_{i+1,j}^{n+1,k} - \tilde{p}_{i,j}^{n+1,k}) - (i-2) (\tilde{p}_{i,j}^{n+1,k} - \tilde{p}_{i-1,j}^{n+1,k}) \right) + \\ & \left. + \frac{\tilde{p}_{i,j+1}^{n+1,k} - 2\tilde{p}_{i,j}^{n+1,k} + \tilde{p}_{i,j-1}^{n+1,k}}{\Delta z^2} - \right. \\ & \left. - \left(\frac{1}{(i-1,5)\Delta r} \left((i-1) \tilde{u}_{i,j}^r - (i-2) \tilde{u}_{i-1,j}^r \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\tilde{w}_{i,j}^r - \tilde{w}_{i,j-1}^r}{\Delta z} + \Phi_S^{n+1,k} \right) / \tau \right] \end{aligned}$$

IV

3

$$u_{i,j}^{c\ n+1,k} = A_{i,j}^{n+1} \left[B_{i,j}^{n+1} + \frac{\zeta_{i,j}^{n+1}}{\beta_{i,j}^{n+1,k}} \cdot \frac{\beta_{i+1,j}^{n+1,k} - \beta_{i,j}^{n+1,k}}{\Delta r} \right],$$

$$w_{i,j}^{c\ n+1,k} = A_{i,j}^{n+1} \left[B_{i,j}^{n+1} + \frac{\zeta_{i,j}^{n+1}}{\beta_{i,j}^{n+1,k}} \cdot \frac{\beta_{i,j+1}^{n+1,k} - \beta_{i,j}^{n+1,k}}{\Delta z} \right],$$

1-3

$$\beta_{i,j}^{n+1,k+1} = \tilde{\beta}_{i,j} - \tau \left[\frac{1}{(i-1,5)\Delta r} \left((i-1) \frac{\beta_{i+1,j}^{n+1,k} + \beta_{i,j}^{n+1,k}}{2} u_{i,j}^{c,n+1,k} - \right. \right. \\ \left. \left. - (i-2) \frac{\beta_{i,j}^{n+1,k} + \beta_{i-1,j}^{n+1,k}}{2} u_{i-1,j}^{c,n+1,k} \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{\beta_{i,j}^{n+1,k} + \beta_{i,j+1}^{n+1,k}}{2} w_{i,j}^{c,n+1,k} - \frac{\beta_{i,j}^{n+1,k} + \beta_{i,j-1}^{n+1,k}}{2} w_{i,j-1}^{c,n+1,k} \right) / \Delta z \right],$$

1,2

$$u_{i,j}^{n+1} = \tilde{u}_{i,j} - \tau \left(\frac{p_{i+1,j}^{n+1} - p_{i,j}^{n+1}}{\Delta r} \right),$$

$$w_{i,j}^{n+1} = \tilde{w}_{i,j} - \tau \left(\frac{p_{i,j+1}^{n+1} - p_{i,j}^{n+1}}{\Delta z} \right).$$

Тут n – номер часового шару, k – номер ітерації. Ліворуч кожної з формул наведені номери зон, в яких ці формули справедливі. Номері відповідають значенням: 1 – рідинна зона; 2 – зона рухомих кристалів; 3 – зона живлення; 4 – зона вкрапленого розплаву; 5 – тверда зона.

Рівняння моделі доповнюються граничними умовами:

– на твердих поверхнях та осі симетрії на перпендикулярну складову вектора швидкості накладається умова непротікання;

– на швидкості паралельні поверхні – умова вільного ковзання;

– для тиску на усіх границях задається гранична умова другого роду;

– для температури:

на осі симетрії та верхній поверхні форми – умова теплоізоляції;

на бічній поверхні та дні форми – умова конвективного теплообміну

– на осі симетрії і твердих поверхнях форми для домішкової та твердої фази – умова непротікання.

Граничні умови в різницевому вигляді на рівномірній шаховій сітці мають наступний вигляд:

• для швидкості на твердих поверхнях та осі симетрії:

$$\begin{cases} w_{i,1} = 0, & u_{i,1} = u_{i,2}, \\ w_{i,N-1} = 0, & u_{i,N} = u_{i,N-1}, \end{cases} \quad i = 1, M;$$

$$\begin{cases} u_{1,j} = 0, & w_{1,j} = w_{2,j}, \\ u_{M-1,j} = 0, & w_{M,j} = w_{M-1,j} \end{cases} \quad j = 1, N;$$

• для тиску:

$$\begin{cases} p_{i,1} = p_{i,2}, \\ p_{i,N} = p_{i,N-1}, \end{cases} \quad i = 1, M; \quad \begin{cases} p_{1,j} = p_{2,j}, \\ p_{M,j} = p_{M-1,j} \end{cases} \quad j = 1, N;$$

• для температури:

$$\begin{cases} T_{i,N} = T_{i,N-1}, \\ T_{i,1} = T_{i,2} - \alpha(T_{i,2} - T_{cp})\Delta z, \end{cases} \quad i = 1, M;$$

$$\begin{cases} T_{1,j} = T_{2,j}, \\ T_{M,j} = T_{M-1,j} - \alpha(T_{M-1,j} - T_{cp})\Delta r, \end{cases} \quad j = 1, N;$$

• для домішкової фази:

$$\begin{cases} \beta_{i,1} = \beta_{i,2}, \\ \beta_{i,N} = \beta_{i,N-1}, \end{cases} \quad i = 1, M; \quad \begin{cases} \beta_{1,j} = \beta_{2,j}, \\ \beta_{M,j} = \beta_{M-1,j} \end{cases} \quad j = 1, N;$$

• для твердої фази:

$$\begin{cases} \zeta_{i,1} = \zeta_{i,2}, \\ \zeta_{i,N} = \zeta_{i,N-1}, \end{cases} \quad i = 1, M; \quad \begin{cases} \zeta_{1,j} = \zeta_{2,j}, \\ \zeta_{M,j} = \zeta_{M-1,j} \end{cases} \quad j = 1, N;$$

Аналіз результатів. На основі математичної моделі, представлені вище, була розроблена програма на мові C#, яка дозволяє прослідкувати за переносом домішок у сталевому зливку, що твердне з часом.

У роботі розглянуто два випадки граничних умов на дні зливка:

- 1) конвективний теплообмін;
- 2) теплоізоляція.

Результати розрахунку динаміки розподілу домішок у зливку представлені на рисунках 4–13.

На поданих рисунках зображено розподіл домішок за допомогою ізоліній, в залежності від їх значень.

В початковий момент часу, тобто при $t = 0$, значення домішок представлені на рис. 4. Рахуємо, що домішки рівномірно розподілені по всьому об'єму зливка. Початкова температура розплаву дорівнює 1520 °C.

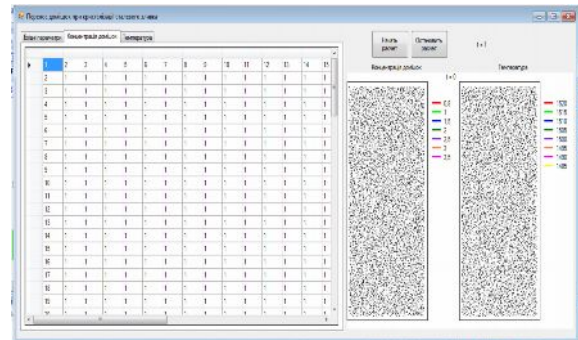


Рис. 4. Початковий розподіл концентрації домішок

Розглянемо перший випадок граничних умов на дні зливка, а саме конвективний теплообмін з коефіцієнтом тепловіддачі $\alpha = 2$.

На рис. 5 можемо бачити, що в процесі тверднення домішка виштовхується до центру зливка, де і в кінці кінців і відбувається найбільше накопичення. Через знехтування домішки в твердій фазі після повного тверднення перерозподіл домішок вже не відбувається.

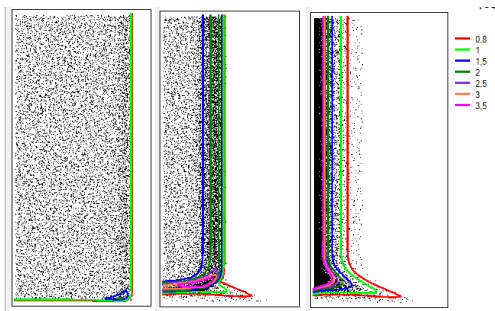


Рис. 5. Динаміка розподілу концентрації домішок при $\alpha = 2$

Віддача тепла за рахунок конвективного теплообміну, відбувається як з боку зливка, так і з дна зливка. Повне застигання розплаву відбувається за 4200 с. У даному випадку максимально концентрація домішок спостерігається вдовж вісі симетрії зливка та біля дна у вигляді конусу.

Якщо ж змінити коефіцієнт конвективного теплообміну α на 0.1 отримаємо інші результати, які представлені на рисунку 6.

З рисунку видно що зі дна зливка в напрямку до його центру поступово виштовхуються домішки. В той же час з боків зливка вони зникають, залишаються лише невеличкі частки. Наймаксимальне значення дорівнює 3.5.

У даному випадку найбільша концентрація домішки спостерігається вище ніж у попередньому випадку (при більшому значенні коефіцієнта тепловіддачі). Однак, як і раніше, домішки накопичуються вдовж осі симетрії зливка.

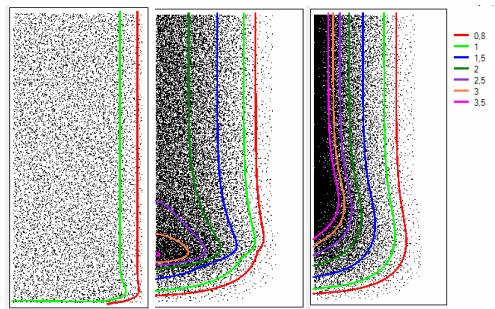


Рис. 6. Розподіл домішок в динаміці при $\alpha = 0.1$

Повне тверднення зливку досягається за 49681с (рис. 7).

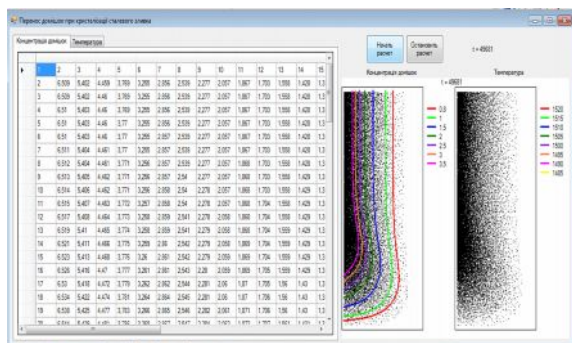


Рис. 7. Остаточний розподіл домішок та температури у зливку при $\alpha = 0.1$

Знову зменшимо коефіцієнт конвективного теплообміну α на 0.05 та отримаємо результати, які відображені на рис. 8.

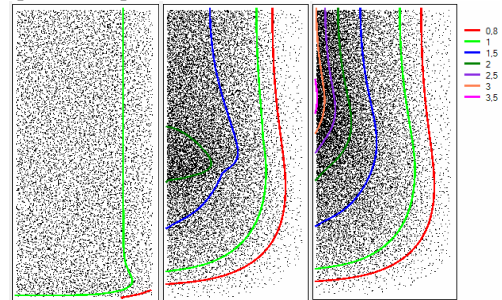


Рис. 8. Розподіл домішок в динаміці при $\alpha = 0.05$

Порівнюючи отримані результати бачимо, що зливков рівномірно остигає як на дні так і на бічній поверхні. Можемо спостерігати, що домішки по мірі остигання зливка поступово зосереджуються біля дна, але з часом вони витісняються на гору. Максимальна концентрація домішок сягає значення 3.5, вона розташована на осі у верхній частині зливка. Після застигання розплаву розподіл домішок вже не відбувається. Повна кристалізація сталевого зливка досягається за 106823 с (рис. 9):

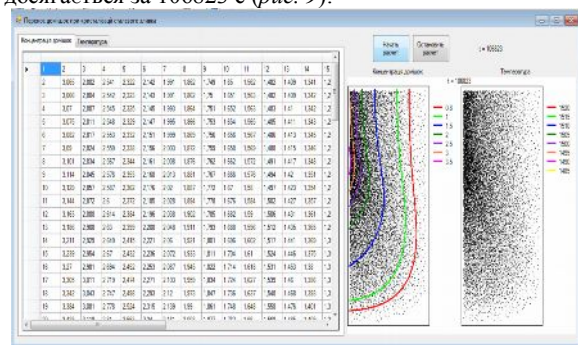


Рис. 9. Остаточний розподіл домішок та температури у зливку при $\alpha = 0.05$

Далі розглянемо другий вид граничних умов на дні зливка — теплоізоляцію.

На наступних рисунках представлені результати при теплообміні з бічної поверхні з $\alpha = 0.1$ (рис. 10–11). Дмішки рівномірно по всій висоті переміщуються з бічної поверхні до центру зливка. З плином часу бачимо, що біля бічної поверхні зовсім відсутні домішки, а біля осі симетрії – велика кількість.

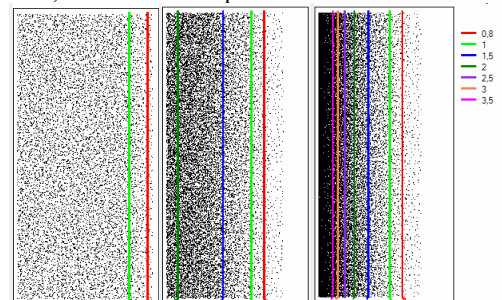


Рис. 10. Розподіл домішок зливку при теплоізоляції дна та при конвективному теплообміні з $\alpha = 0.1$

На рис. 11 представлений остаточний розподіл домішок та поля температур при теплоізолятованому дні та віддачі тепла лише з бічної поверхні. Максимальне значення концентрації домішок дорівнює 6.505, яке рівномірно розташоване на осі симетрії та є постійним вздовж усієї осі. Значення зменшується у напрямі до бічної поверхні. Остаточна кристалізація зливка досягається за 49681 с.

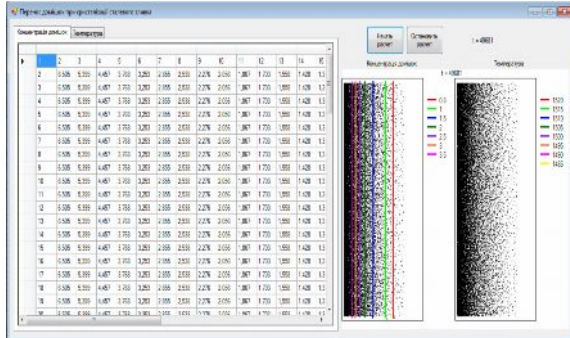


Рис. 11. Остаточний розподіл поля температур та домішок у зливку при теплоізоляції дна та при конвективному теплообміну з $\alpha = 0.1$

На рис. 12–13 представлено розподіл концентрації домішок при теплоізоляції дна та конвективному теплообміні з $\alpha = 0.05$. Результати представлені на даних рисунках аналогічні попереднім.

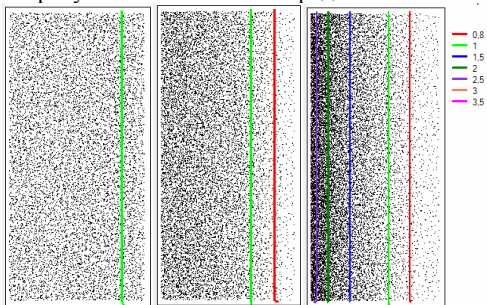


Рис. 12. Розподіл концентрації домішок у зливку при теплоізоляції дна та при конвективному теплообміні з $\alpha = 0.05$

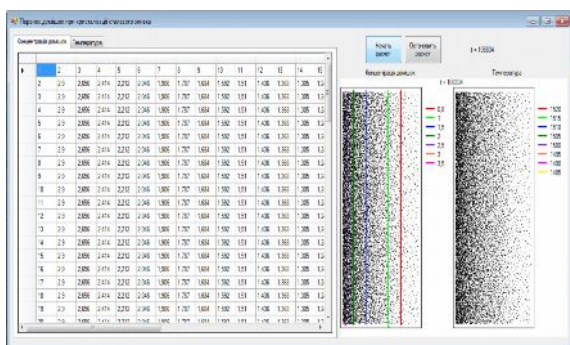


Рис. 13. Остаточний розподіл поля температур та домішок у зливку при теплоізоляції дна та при конвективному теплообміні з бічної поверхні з $\alpha = 0.05$

Значення максимальної концентрації домішок дорівнює 2.7. Данне значення відображене у таблиці і відповідає значенню на осі симетрії. Воно поступово зменшується і на бічній поверхні досягає позначки 0. Температура відповідно також більша на осі симетрії, а

на бічній поверхні набагато менша. За 10684 с сталевий зливков повністю твердне, та остаточний розподіл домішок у ньому становиться незмінним (рис. 13).

Для перевірки отриманих результатів на адекватність, порівняймо їх з експериментальними даними, представленими на рис. 1–2.

Для порівняння візьмемо остаточний розподіл фільтрації домішок при конвективному теплообміну на дні і бічній поверхні зливка з коефіцієнтами $\alpha = 0.05$, $\alpha = 0.1$, $\alpha = 2$ (рис 14–15).

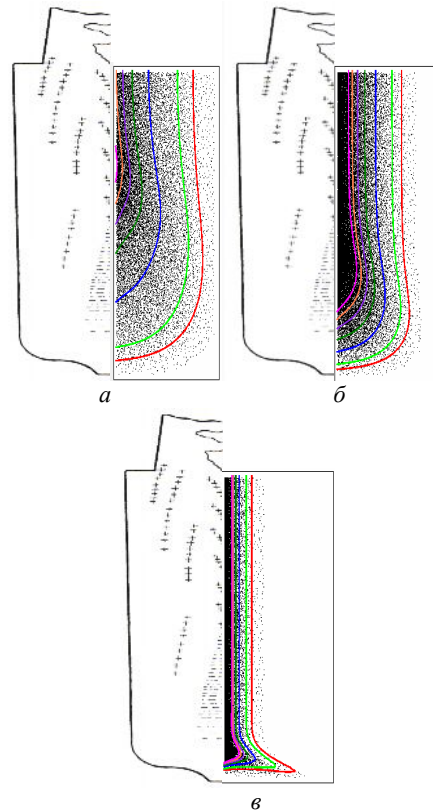


Рис. 14. Порівняння експериментальних та розрахункових результатів при: а - $\alpha = 0.05$, б - $\alpha = 0.1$, в - $\alpha = 2$

З аналізу порівняння видно, що найбільш точний розподіл домішок досягається при $\alpha = 0.05$. Тобто можливо говорити про те, що коефіцієнт тепловіддачі є параметром для моделювання. Його підбором можливо отримати достовірну картину вивчаемого процесу.

Приведені порівняння дозволяють зробити висновок не тільки про безумовну якісну адекватність моделі, що досліджується, але і про її кількісну адекватність.

У будь-якому випадку, дану модель можна буде використовувати для проведення тестових розрахунків з метою з'ясування значущості тих або інших факторів, їх вплив на процес фільтрації домішок при кристалізації зливка.

Подальший розвиток моделі полягає у її об'єднанні з моделлю формування структурних неоднорідностей при кристалізації зливка.

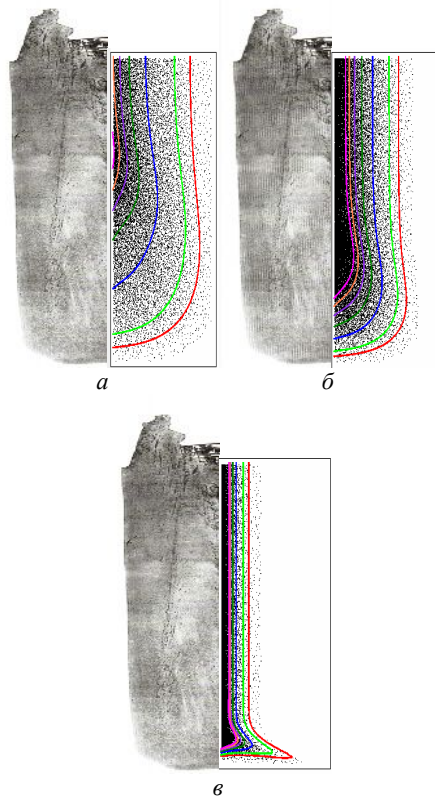


Рис. 15. Порівняння сіркового відбитку поперечного перерізу зливка та розрахункових результатів при:
 $a - \alpha = 0.05$, $b - \alpha = 0.1$, $c - \alpha = 2$

Висновок

В даній роботі розглянута та проаналізована теорія стосовно існуючих моделей кристалізації розплавів. Зоні та зоні рухомих кристалів зливка, що твердне.

Розглянуто процес кристалізації зливку з врахуванням переносу домішок у дендритному каркасі. Наведена різницєва схема рівнянь двовимірної математичної моделі кристалізації зливку з врахуванням переносу домішок в дендритному каркасі зливка, що кристалізується.

Фільтраційний рух впливає на формування хімічних неоднорідностей у зливку, які утворюються завдяки механізму сегрегації, а також фізичній неоднорідності, що є важливим з точки зору практичних задач.

За даною двовимірною математичною моделлю розроблено програму у середовищі Visual Studio 2008 на мові C#, проведенні чисельні дослідження та аналіз отриманих результатів, на основі яких доведена якісна адекватність побудованої моделі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Лейбензон В. А. и др. Затвердевание металлов и металлических композиций. — Киев : Наукова думка. 2009. — 411 с.
2. Ефимов В. А. Разливка и кристаллизация стали. — М. : Металлургия. 1976. — 766 с.
3. Огурцов А. П. Теория и комплексная технология получения качественного слитка трубной стали, обеспечивающая снижение расхода металла в про-

- кат: Дис. ... докт. техн. наук. — Днепродзержинск. 1987. — 517 с.
4. Ефимов В. А., Борисов В. Т., Журавлев В. А. Компьютерные модели кристаллизации стали и сплавов. Кристаллизация и компьютерные модели: Тезисы конф. Ижевск : Изд-во Удм. ун-та. 1992. — С. 3—7.
5. Борисов В. Т. Теория двухфазной зоны металлического слитка. — М. : Металлургия. 1987. — 232 с.
6. Журавлев В. А., Китаев Е. М. Теплофизика формирования непрерывного слитка. — М. : Металлургия. 1974. — 216 с.
7. Никитенко Н. И. Сопряженные и обратные задачи теплопереноса. — К. : Наукова думка. 1988. — 52 с.
8. Никитенко Н. И., Никитенко Ю. Н. Исследование теплопереноса при кристаллизации сплавов с учетом двухфазной зоны // Промышленная теплотехника. — 1983. — Т.5. №6. — С. 7—13.
9. Никитенко Н. И., Кольчик Ю. Н. Математическое моделирование тепло- и массопереноса при нерегулярном затвердевании сплавов // ИФЖ. 1992. — №6. — С. 752—759.
10. Журавлев В. А. К теории формирования непрерывного слитка // Непрерывная разливка стали. — М. : 1973. — №2. С. 29—32.
11. Журавлев В. А. О макроскопической теории кристаллизации сплавов // Изв. АН СССР. Металлы. — 1975. — №5. — С. 93—100.
12. К теории образования замкнутых усадочных полостей при кристаллизации сплавов в больших объемах / Журавлев В. А., Бакуменко С. П., Сухих С. М. и др. // Изв. АН СССР. Металлы. — 1983. №1. — С. 43—48.
13. Машинный (на ЭВМ) и натурный эксперимент процесса кристаллизации слитка в изложнице / Журавлев В. А., Бакуменко С. П., Сухих С. М. и др. // Изв. АН СССР. Металлы. — 1983. — №2. — С. 72—78.
14. Деформация слитков с закрытой усадочной раковиной / Бакуменко С. П., Морозов Г. И., Шатов В. М. и др. // Изв. вузов. Черная металлургия. — 1983. — №7. — С. 32—35.
15. Журавлев В. А., Колодкин В. М., Васькин В. В. Динамика двухфазной зоны металлических сплавов с химическими реакциями // Изв. АН СССР. Металлы. — 1983. — №4. — С. 64—68.
16. Недопекин Ф. В., Бородин В. С. Фильтрация расплава в двухфазной зоне затвердевающей отливки // Изв. АН СССР. Металлы. — 1987. — №5. — С. 216—222.
17. Дубров Н. Ф., Власов Н. Н., Корроль В. В. Разливка стали. — М. : Металлургия. 1975. — 200 с.
18. Шмрга Л. Затвердевание и кристаллизация стальных слитков. — М. : Металлургия. 1985. — 248 с.
19. Китаев Е. М. Затвердевание стальных слитков. — М. : Металлургия. 1982. — 168 с.
20. Flemings M. S., Nereo G. E. // Trans. Metallurg. Soc. of AIME. — 1967. — V.239. — P. 1449—1461.
21. Флемингс М. К. Процессы затвердевания. — М. : Мир. 1977. — 424 с.
22. Флемингс М. К. Решение уравнений переноса примесей численными методами // Электрошлаковый пеплав. Вып. 7. — К. : Наукова думка. 1984. — С. 90—109.

-
23. Ефимов В. А. Исследование процессов гидродинамики и массопереноса при формировании стальных слитков // Проблемы стального слитка. V. — М. : Metallurgia. — 1974. — С. 17—33.
 24. Вихляев В. Б., Ефимов В. А., Ищук Н. Я. К вопросу о структуре двухфазной зоне и механизме массопереноса в ней // Проблемы стального слитка. VI. — М. : Metallurgia. — 1976. — С. 122—129.
 25. Недопекин Ф. В., Бородин В. С., Белоусов В. В. Донецкая школа моделирования гидродинамики и тепломассопереноса в металлургических процессах // Кристаллизация и компьютерные модели. — Ижевск : Изд-во Удм. унив. — 1994. — С. 85—89.
 26. Огурцов А. П., Недопекин Ф. В., Белоусов В. В. Процессы формирования стального слитка. Математическое моделирование заполнения и затвердевания. — Днепропетровск : ДДТУ. 1994. — 180 с.
 27. Самохвалов С. Є. Теплофізичні процеси в багатозфазних середовищах: Теоретичні основи комп'ютерного моделювання. — Дніпропетровськ : ДДТУ. 1994. — 172 с.
 28. Самохвалов С. Є., Надригайло Т. Ж., Побегуца А. В. Математична модель фільтрації домішок у дендритному каркасі зливка, що твердне. Зб. наукових праць ДДТУ. — 2014. № 26. С. 23—31.

пост.25.08.15