

## Дослідження системи реконструкції томографічного зображення

С. К. МЕЩАНИНОВ, Є. В. ВАКУЛЕНКО, Є. А. АНДРЕЄВ

Дніпродзержинський державний технічний університет

В даній роботі приведені дані і комплексний склад томографів, а також удосконалення томографічного зображення. Було доведено різноманітність роботи томографів їх діагностичних методів, а також альтернативи для покращення роботи. Доведено можливість покращення зображення, а також повну реконструкцію зображення.

В данной работе приведены данные и комплексный состав томографов, а также усовершенствование томографического изображения. Было доказано разнообразие работы томографов их диагностических методов, а также альтернативы для улучшения работы. Доказана возможность улучшения изображения, а также полную реконструкцию изображения.

In this work, we present a comprehensive data warehouse and scanners, as well as improving tomographic image. It has been proven a variety of scanners of diagnostic methods and alternatives for improvement. The possibility of improving the image and complete reconstruction of the image.

**Введення.** З точки зору фізичних і технічних ознак, в даній час не повністю визначена класифікація томографічних методів дослідження, які враховуються при проектуванні.

Було зроблено спробу класифікації, в основу якої покладені такі ознаки: відмінність в розташуванні джерела випромінювання до області дослідження, вид випромінювання, параметр, переважання процесів поглинання, а також процесів розсіювання, дифузія. Ці ознаки важливі ще і тому, що розроблені в томографії методи реконструкції зображення основані на перетворенні Радона, фізичною базою якого є експоненціальний закон ослаблення випромінювання Бугера-Ламберта-Бера.

**Постановка задачі дослідження.** Основною задачею є знайдення найефективнішого методу покращення зображення томографа і проєкція математичної моделі для розглядуваного методу.

Всі види отримання зображення про внутрішню будову речовини основані на фізиці, а саме взаємодії об'єкта і випромінювання. Направлені потоки випромінювання частково розсіюються частково проходять через об'єкт таким чином приходимо до висновку, що тіло повинно бути напівпрозоре. Якщо в діапазоні рентгенівського випромінювання експоненціальний закон ослаблення добре виконується, то в діапазоні оптичного і НВЧ-випромінювання взаємодія випромінювання з середовищем носить складніший характер, як правило присутні процеси розсіювання, і експоненціальний закон ослаблення випромінювання перестає виконуватися. Як наслідок зникає фізична база для застосування перетворення Радона. Крім того, замість реконструкції одного невідомого параметра – коефіцієнта поглинання випромінювання, з'являється як мінімум ще один невідомий параметр – коефіцієнт розсіювання випромінювання. Реконструкція або відновлення зображень (зокрема це і томографія).

В окремий вид обробки зображень необхідно виділити процес компенсації спотворень, що вносяться в зображення в процесі формування. Зображення завжди формується деякими приладами, що включають в себе велику кількість елементів що його перетворює.

Таким чином, між предметом і зображенням існує система формування зображення, яка може дуже сильно спотворювати предмет. Впливом системи формування зображення обумовлені такі його характеристики як роздільна здатність, контраст у передачі різних просторових частот і т.п. В результаті ми завжди отримуємо зображення відмінне від функції описує об'єкт. При цьому знижується цінність отриманої інформації, отже, необхідно перетворити зображення так, щоб реконструювати (відновити) функцію, що описує об'єкт. Надалі для спрощення ми будемо вживати термін «реконструкція об'єкта» або «реконструкція зображення», розуміючи звичайно, що об'єкт в реалії є щось матеріальне і реконструювати його, використовуючи зображення можна. Реконструкція зображення - це витяг деталей в спотвореному зображенні при відомій апріорній інформації про процес формування зображення і про об'єкт. Як правило цей тип обробки відноситься до зворотних завдань математичної фізики, які мають на увазі отримання зображення, максимально наближеного до об'єкта, з урахуванням властивостей системи, формує зображення. Розуміння в необхідності вирішення такого завдання в приладобудуванні прийшло досить давно. Завжди оптики прагнули створити мікроскоп зі збільшенням. В цілому дана задача отримала назву - редукація до ідеального приладу.

Цей вид обробки зображень найбільш складний і вимагає для свого рішення залучення серйозної математичної підготовки і значних обчислювальних засобів. Томографія є якраз таким методом отримання зображень. Невипадково в назві методу звучить - реконструктивна комп'ютерна томографія.

**Одним з головних завдань є покращення зображення.** Мета даної роботи полягала в розробці методів, що дозволяють підвищити якість томографічних зображень, для алгоритму реконструкції, заснованого на інтегральному методі, - методі зворотного проектування і вейвлет-фільтрації проєкційних даних. Розглянемо детальніше вейвлет-фільтрацію. Для дослідження алгоритму реконструкції з вейвлет-фільтрацією проєкційних даних необхідно розробити на підставі

математичної моделі, методи прискорення процесу реконструкції.

На початку роботи ми вже звертали увагу на випромінювання за Бугером - Ламбертом – Бером. Було розглянуто зв'язок між перетворенням Радону і законом ослаблення випромінювання Бугера - Ламберта - Бера, як основа обчислення проєкційних дан-вих (рис.1.) розглянемо більш детально мат-модель.

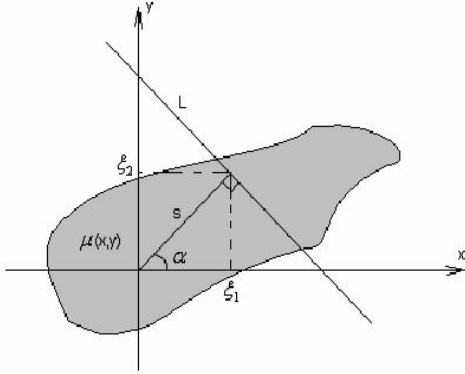


Рис. 1. Геометрична модель.

При перетворенні Радону у рентгенівській комп'ютерній томографії представляє собою інтеграл від функції  $\mu(x, y)$ , що характеризує лінійний коефіцієнт ослаблення, вздовж прямої L, перпендикулярній одиничного вектору  $\{\cos\alpha, \sin\alpha\}$  і з найкоротшою відстанню до центру координат рівним s. тоді реконструкція зображення зводиться до відновлення функції  $\mu(x, y)$  і характеризується виразом:

$$x = s \cos\alpha - l \sin\alpha, y = s \sin\alpha + l \cos\alpha, \\ q(s, \alpha) \mu(s \cos\alpha - l \sin\alpha, s \sin\alpha + l \cos\alpha) dl$$

При методиці двох вимірної фільтрації також представляємо формулу перетворення Радона:

$$\mu(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(s'-s) q(s, \alpha) ds d\alpha,$$

$$g(s) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} |w| e^{iws} dw,$$

де  $s' = x \cos\alpha + y \sin\alpha$ .

Для відпрацювання алгоритмів реконструкції та методів, що підвищують якість зображень, необхідно моделювати тестові зображення і відповідні їм проєкційні дані. Основою є два підходи моделювання проєкційних даних: аналітичний і дискретний. коли рентгенівський промінь проходить через об'єкт, то він втрачає свою інтенсивність добутку лінійного коефіцієнта ослаблення випромінювання - для матеріалу, відображеного в даному пікселі, на довжину відрізка, пройденого променем через цей піксель.

На основі теореми про центральний переріз за формулами можна побудувати метод відновлення зображення з проєкцій використавши пряме і зворотне перетворення Фур'є. Тобто, з радонівського образу отримати томографічне зображення використавши ізоморфне перетворення в частотну область. Метод реконструкції складається з таких процедур:

1) N-одновимірних перетворень проєкцій при значеннях  $\theta_n$  кута  $\varphi, n = 1, \dots, N$ , за дискретним аналогом формули;

2) інтерполяції значень відліків на прямокутній сітці координат за значенням на полярній сітці в просторі частот, тобто перехід  $(\omega, \varphi) \rightarrow (\omega_1, \omega_2)$  (дискретний варіант формули). При інтерполяції враховується значення функції в одній або більшій кількості сусідніх точок, при цьому, чим більша кількість точок береться до уваги, тим складніший алгоритм обчислень. Так при врахуванні значень в чотирьох найближчих точках, інтерпольоване значення знаходиться за формулою:

$$f_i = \frac{a_1 f_1 + a_2 f_2 + a_3 f_3 + a_4 f_4}{4},$$

де  $f_1, f_2, f_3, f_4$  — значення функції у чотирьох найближчих точках, а коефіцієнти  $a_1, a_2, a_3, a_4$  задаються відстанню до відповідної точки; При інтерполяції точність знаходження значень в декартовій системі координат тим менша, чим далі ця точка знаходиться від початку координат;

3) двовимірне обернене перетворення Фур'є функції  $f_{\phi}(\omega \cos \theta, \omega \sin \theta)$ .

До переваг цього алгоритму, в порівнянні з іншими алгоритмами реконструкції, відносяться використання стандартного математичного апарату прямого і оберненого перетворення Фур'є, простота для розуміння та висока швидкість обчислень при застосуванні алгоритму швидкого перетворення Фур'є (ШПФ)3. Основний недолік методу — складність переходу від полярної системи координат до декартової, тому в реальних томографах цей алгоритм мало застосовується.

**Застосування прямого і зворотнього перетворення Фур'є для розв'язання задачі томографії.**

З теореми про центральний переріз випливає ще один метод реконструкції, який, на відміну від попереднього, не потребує проведення двовимірного перетворення Фур'є, простіший в реалізації і для деяких томографічних зображень дає кращу якість реконструкції. Функцію  $f(x, y)$  можна виразити через її двовимірний спектр  $f_{\phi}(\omega_1, \omega_2)$  за допомогою зворотнього двовимірного перетворення Фур'є:

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{\phi}(\omega_1, \omega_2) e^{i2\pi(\omega_1 x + \omega_2 y)} d\omega_1 d\omega_2$$

Інший варіант перетворення Фур'є можна отримати, перейшовши в частотній площині до полярної системи координат. Зробивши заміну, виразивши просторові частоти через:

$$\omega_1 = \omega \cos \varphi, \quad \omega_2 = \omega \sin \varphi, \quad \text{отримаємо:}$$

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \omega f_{\phi}(\omega \cos \varphi, \omega \sin \varphi) e^{i2\pi\omega(x \cos \varphi + y \sin \varphi)} d\omega d\varphi.$$

Підставивши  $f_{\phi}(\omega \cos \varphi, \omega \sin \varphi)$  з формули і врахувавши симетрію  $R_{\phi}(\omega, \varphi) = R_{\phi}(-\omega, \varphi + \pi)$ , отримаємо:

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} R_{\phi}(\omega, \varphi) e^{i2\pi\omega(x \cos \varphi + y \sin \varphi)} |\omega| d\omega d\varphi.$$

Введемо заміну

$$s = \chi \cos \varphi + y \sin \varphi$$

і позначимо внутрішній інтеграл помножений на  $\pi$  через

$$|I(s, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \pi |\omega| R_{\varphi}(\omega, \varphi) e^{i2\pi\omega s} d\omega,$$

тоді набирає вигляду:  $f(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} I(s, \varphi) d\varphi.$

#### Висновок

В даній роботі було розглянуто основний метод покращення зображення, методом двох вимірних вейвлет фільтрів, а також застосування прямого і зворотнього перетворення Фур'є для розв'язання задачі томографії. Тим самим ми довели ефективність роботи двох вимірних вейвлет фільтрів, привівши математичну модель зворотнього перетворення Фур'є.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Лопата В. А. К истории рентгеновской томографии // Электроника и связь. — №5. 2010. — С.236—242.
2. Radon J. Über die Bestimmung von Functionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten // Berichte Sächsische Academie der Wissenschaften. — Math.-Phys. Kl. — Leipzig. 1917. — Vol. 69. — P.262—277.
3. Наттерер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии: Пер. с англ. — М.: Мир. 1990. — 16 с., 255 с.
4. Natterer F., Ritman E. L. Past and future directions in X-ray computed tomography (CT) // Wiley Periodicals. 2002. — vol. 12. — P.175—187.
5. Bracewell R. N. Strip integration in radio astronomy // Aust. J. Phys. 9. 198—217 (1956).
6. Ng R. Fourier slice photography // ACM SIGGRAPH. 2005: <http://graphics.stanford.edu/papers/fourierphoto/fourierphoto-600dpisubmitted.pdf>.
7. Р. М. Луитт Алгоритмы реконструкции с использованием интегральных преобразований // ТИИЭР: Пер. с англ. — 1983. — Т.71. №3. — С.125—147.

пост.22.12.14