

7. Довгалюк Б. П. Вплив втрат тепла з охолоджувальною водою і колошниковим газом на тепловий режим плавки. / Б. П. Довгалюк, Р. В. Волошин // Математичне моделювання. — 2013. — №1 (28). — С.64—67.
8. Справочник. Доменное производство. М. : Металлургиздат. — 1963. — 266 с.

пост.04.12.14

## Математична модель несиметричного плавлення легкоплавкої домішки

К. С. КРАСНИКОВ, С. Є. САМОХВАЛОВ, В. П. ПІПТЮК\*, Г. А. АНДРІЄВСЬКИЙ\*

Дніпродзержинський державний технічний університет

\*Інститут чорної металургії НАН України

Побудовано математичну модель несиметричного плавлення, яка ґрунтується на методі контрольних об'ємів. Математичну модель реалізовано у комп'ютерній програмі для перевірки якості. Наведено фотографії діючої програми.

Построена математическая модель несимметричного плавления, которая основывается на методе контрольных объемов. Математическая модель реализована в компьютерной программе для проверки качества. Приведены фотографии работающей программы.

The mathematical model of asymmetric melting based on the finite volume method is constructed. The mathematical model is implemented in a computer program to check the quality. Screenshots of the working program are presented.

З метою забезпечення необхідної якості сталі в розплав додаються кускові матеріали, зокрема в установку ківш-піч на етапі продування розплаву інертними газами. Встановлення раціональних технологічних параметрів цього процесу в промислових і лабораторних експериментах є коштовним. В даній роботі запропоновано математичну модель для комп'ютерних експериментів, які значно дешевше й широко використовуються в наш час.

В роботах [1], [2], [3] представлено модель плавлення з одновимірним намерзанням кірки. Але несиметричність граничних умов на межі «сталь-шлак» та рух домішки в розплаві обумовлює двовимірний і навіть тривимірний характер процесу намерзання і плавлення кірки розплаву. У роботі [3] враховано вертикальний рух гранули у шлаку та сталі.

Метою статті є побудова математичної моделі, яка на відміну від попередніх передбачає плавлення гранули з появою дво- та тривимірної корки різної форми. Якщо домішка плавиться в агрегаті «ківш-піч» під час продування, тоді необхідно враховувати ще й швидкість розплаву поблизу гранули.

Математична модель ґрунтується на методі контрольних об'ємів у різних системах координат, що і визначає їх форму. Вважаємо, що під час плавлення у гранулі виникають ділянки з однорідним по характеристикам матеріалом. Всі ділянки складаються з контрольних об'ємів, на гранях яких визначаємо потоки тепла, а всередині – шукані величини. Теплові потоки змінюють температуру, чим впливають на розміри ділянок. Розглянемо ділянку на перетині гранули (рис. 1):

А) На ділянці А ще твердий матеріал гранули прогрівається тепловим потоком ззовні.

Б) Ділянка Б виникає, коли матеріал гранули стає рідиною - нагрівається вище  $T_L^1$  (температура ліквідусу гранули).

В) Холодна поверхня гранули зумовлює швидкі втрати тепла у тонкому шарі приповерхнового розплаву, який при температурі нижче  $T_S^p$  (температура солідусу розплаву) стає твердим – так, комірочка за комірочкою, шар за шаром, утворюється ділянка В, корка розплаву.

Г) Швидкість росту корки залежить від потоків у тонкому шарі приповерхнового розплаву – ділянці Г, яка має товщину в один контрольний об'єм, але завжди знаходиться ззовні гранули. Ділянка Г – це рухома межа розплаву-гранула, яка може мати різну форму.

Д) Ділянка Д – це оточуюче гранулу середовище. Це може бути атмосфера, якщо гранула лежить на розплаві шлаку. Це може бути розплав шлаку, сталі або їх границя в залежності від розташування гранули в даний момент часу. Термо- і гідродинаміка на ділянці Д поблизу гранули врахована в емпіричному коефіцієнті тепловіддачі, тому розрахунки на ділянці Д в масштабах гранули не проводяться.

Припущення:

- початкова форма домішки – сфера або циліндр;
- домішка не обертається відносно центру мас;
- знехтувано розривами кірки під внутрішнім тиском, а також можливим від'єднанням кусків кірки;
- рухом речовини в межах гранули нехтуємо;
- нехтуємо вертикальним рухом гранули;

Форма намерзлої кірки на гранулі визначається по коміркам розрахункової області. Якщо комірочка з розплавом має температуру нижче солідусу, тоді вважаємо її частиною намерзлої кірки. Геометричні характеристики комірок розраховуємо по формулам у таблиці:

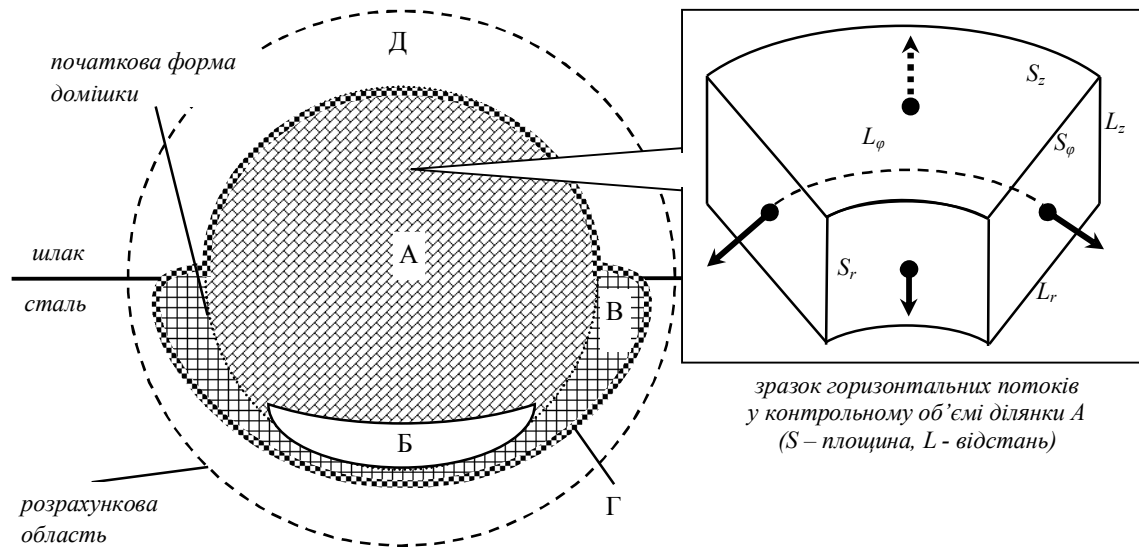


Рис 1. Перетин гранули у розплаві (тверді ділянки: А – речовина домішки, В – речовина розплаву)

Е) На ділянці А ще твердий матеріал гранули прогрівається тепловим потоком ззовні.

Ж) Ділянка В виникає, коли матеріал гранули стає рідиною - нагрівається вище  $T_L^Г$  (температура ліквідусу гранули).

З) Холодна поверхня гранули зумовлює швидкі втрати тепла у тонкому шарі приповерхнового розплаву, який при температурі нижче  $T_S^P$  (температура солідусу розплаву) стає твердим – так, комірка за коміркою, шар за шаром, утворюється ділянка В, корка розплаву.

И) Швидкість росту корки залежить від потоків у тонкому шарі приповерхнового розплаву – ділянці Г, яка має товщину в один контрольний об'єм, але завжди знаходиться ззовні гранули. Ділянка Г – це рухома межа розплав-гранула, яка може мати різну форму.

К) Ділянка Д – це оточуюче гранулу середовище. Це може бути атмосфера, якщо гранула лежить на розплаві шлаку. Це може бути розплав шлаку, сталі або їх границя в залежності від розташування гранули в

даний момент часу. Термо- і гідродинаміка на ділянці Д поблизу гранули врахована в емпіричному коефіцієнті тепловіддачі, тому розрахунки на ділянці Д в масштабах гранули не проводяться.

Припущення:

- початкова форма домішки – сфера або циліндр;
- домішка не обертається відносно центру мас;
- знехтувано розривами кірки під внутрішнім тиском, а також можливим від'єднанням кусків кірки;
- рухом речовини в межах гранули нехтуємо;
- нехтуємо вертикальним рухом гранули;

Форма намерзлої кірки на гранулі визначається по коміркам розрахункової області. Якщо комірка з розплавом має температуру нижче солідусу, тоді вважаємо її частиною намерзлої кірки. Геометричні характеристики комірок розраховуємо по формулам у таблиці:

Таблиця. Геометричні характеристики контрольних об'ємів ( $V$  – об'єм комірки,  $S$  – площа грані;  $L$  – відстань між гранями або центрами комірок;  $\Delta R, \Delta z, \Delta \phi, \Delta \theta$  – кроки у просторі циліндра або сфери)

	Циліндр	Сфера
$V$	$\Delta R \cdot (R - \frac{1}{2} \Delta R) \cdot \Delta \phi \cdot \Delta z$	$\frac{1}{3} (R^3 - (R - \Delta R)^3) \cdot \Delta \phi \cdot (\cos(\theta - \Delta \theta) - \cos \theta)$
$S_r$	$R \cdot \Delta \phi \cdot \Delta z$	$R^2 \cdot \Delta \phi \cdot (\cos(\theta - \Delta \theta) - \cos \theta)$
$S_\phi$	$\Delta R \cdot \Delta z$	$\Delta R \cdot \Delta \theta \cdot (R - 1/2 \Delta R)$
$S_z / \theta$	$\Delta R \cdot (R - 1/2 \Delta R) \cdot \Delta \phi$	$\Delta R \cdot (R - 1/2 \Delta R) \cdot \Delta \phi \cdot \sin \theta$
$L_r$	$\Delta R$	$\Delta R$
$L_\phi$	$(R - 1/2 \Delta R) \cdot \Delta \phi$	$(R - 1/2 \Delta R) \cdot \Delta \phi \cdot \sin(\theta - 1/2 \Delta \theta)$
$L_z / \theta$	$\Delta z$	$(R - 1/2 \Delta R) \cdot \Delta \theta$

На межі ділянок Д і Г тепловий потік зумовлений конвекційним теплообміном – гранична умова III роду:

$$q = \alpha \cdot S \cdot (T - T_p)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі (розраховуємо за емпіричною формулою з роботи [1]),  $S$  – площа грані,  $T_p$  – температура розплаву поблизу гранули,  $T$  – температура у приповерхневій комірці.

На межі ділянок Г і В має місце дифузійний тепловий потік, який визначається за законом Фур'є:

$$q_i = \lambda \cdot S \cdot (T_{i-1} - T_i) / L$$

де  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності, який визначається середнім гармонійним коефіцієнтом теплопровідності сусідніх комірок [5],  $S$  – площа грані,  $L$  – відстань між центрами об'ємів,  $T_i$  і  $T_{i-1}$  – температури відповідних об'ємів. Також по закону Фур'є визначаємо дифузійні теплові потоки всередині гранули.

Теплоту фазового переходу матеріалу комірки враховано в ефективній теплоємності [4].

З часом температура клітинок кірки досягає температури плавлення і розплав заповнює ці комірки. Припускаємо, що заповнення йде миттєво. При цьому ще можуть залишатися об'єми з твердою фазою домішки і корка почне з'являтися знов.

Вісь часу розділяємо на кроки і припускаємо сталість фізичних характеристик на кожному кроці.

Тоді невідому температуру в об'ємі на новому часовому шарі визначаємо по формулі, яка відповідає явній схемі за часом і простором.

Математичну модель застосовано у комп'ютерній програмі. Стан гранули у перерізі  $\theta = \pi/2$  показано нижче на рис. 2-6:

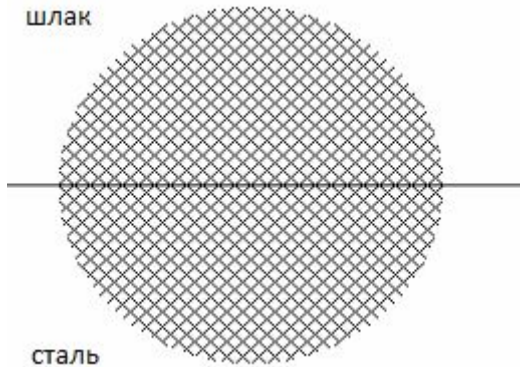


Рис.2. Початкова форма гранули – сфера

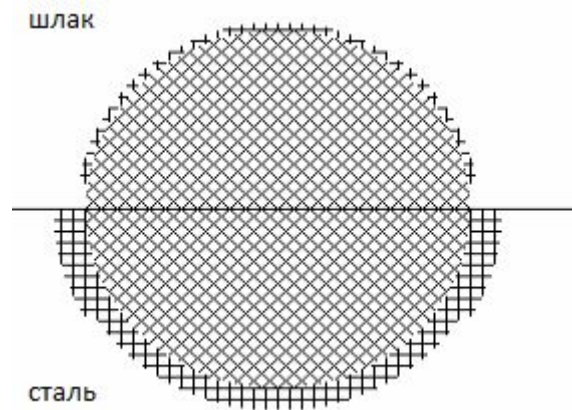


Рис. 3. Утворення кірки шлаку та сталі

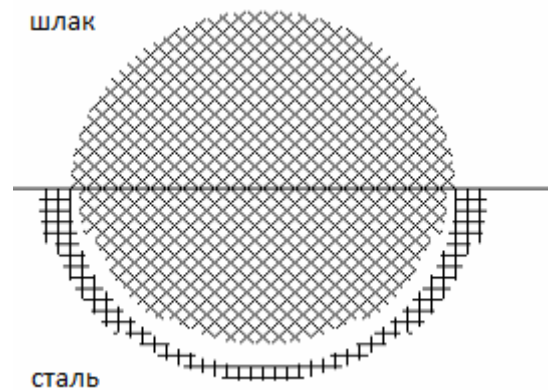


Рис. 4. Рідка фаза під кіркою сталі на 5-й секунді

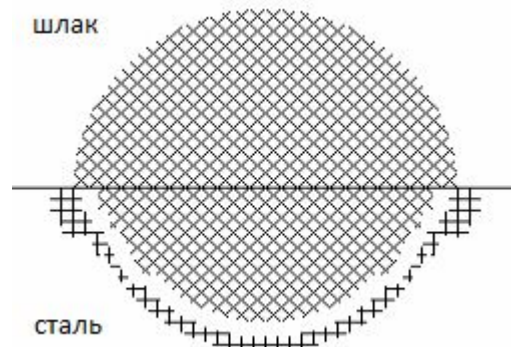


Рис. 5. Повторне утворення кірки сталі на 7-й секунді

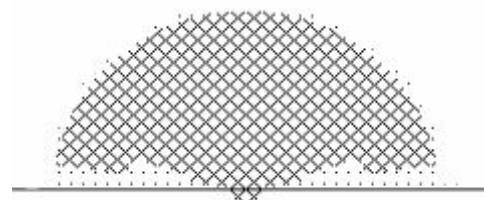


Рис. 6. Друга половина гранули розплавилася на 14-й секунді

Вихідні дані моделювання для гранули ФС65 і розплаву наведено у таблиці:

	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$C$ , Дж/(кг·К)	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$Q$ , Дж/кг	$T_{\text{старт}}$ , К	$T_{\text{солідус}}$ , $T_{\text{ліквідус}}$ , К
гранула	14,1	697	3660	1218000	293	1478, 1603
сталь	30	710	7800	250000	1873	1873, 1883
шлак	2	1000	3000	190000	1873	1290, 1300

На малюнках бачимо різну товщину кірки та рідку фазу матеріалу гранули під кіркою. Малюнки отримано при швидкості розплаву сталі 0,1 м/с, далі підвищували швидкість на 0,2 м/с і отримали такі результати:

Швидкість розплаву сталі, м/с	Поява рідкої фази під кіркою, с	Повторна поява кірки сталі, с
0,1	1,8	7,2
0,3	1,7	5,1
0,5	1,6	3,7

У таблиці бачимо прискорення процесу плавлення після збільшення швидкості розплаву сталі.

Результати у таблиці та на малюнках якісно підтверджують відповідність моделі теоретичному уявленню.

#### Висновки

Таким чином побудовано і реалізовано математичну модель несиметричного плавлення, яка враховує намерзання корки різної форми і залежить від швидкості розплаву поблизу гранули. Перевагою застосованого методу контрольних об'ємів є консервативність різницевої схеми.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. И. А. Павлюченков, В. П. Пиптюк, И. Н. Логозин-

ский, М. А. Бабенко, С. В. Греков, Г. А. Андриевский. Исследование кинетики плавления легкоплавких кусковых добавок на границе раздела фаз «шлак-металл» // *Фундаментальные и прикладные проблемы черной металлургии: Сб. научн. тр.* — Днепропетровск: ИЧМ НАН Украины. 2011. — Вип. 24. — С. 122—135.

1. М. А. Бабенко, И. А. Павлюченков. Алгоритм расчета (на основе метода Дюзимбера) двухмерной задачи плавления цилиндра в расплаве // *Металлургическая теплотехника: Сб. научн. тр.* — Днепропетровск: НМетАУ. 2006. — С. 3—7.
2. И. А. Павлюченков, В. П. Пиптюк, М. В. Бабенко, Л. А. Игнатенко, С. Н. Павлов, В. Ф. Поляков. Разработка модели и исследование процессов плавления тугоплавких добавок на границе раздела фаз // *Фундаментальные и прикладные проблемы черной металлургии: Сб. научн. тр.* — Днепропетровск: ИЧМ НАН Украины. 2009. — Вип. 20. — С. 100—113.
3. А. П. Огурцов, С. Е. Самохвалов, Т. Ж. Надрыйло. Методы расщепления в задачах гидродинамики и тепломассопереноса // — Днепропетровск: Системные технологии. 2003. — 174 с.
4. С. Патанкар. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости // (пер. под ред. Виленского) — Москва: Энергоатомиздат. 1984. — 40 с.

пост.15.01.15