

ного комплексу при умові рівномірності розподілу аргументів та їх взаємної ортогоналізації величини a , b , c та d можуть мати довільні значення. Ця властивість рівномірно розподілених структур відкриває широкі можливості в проектуванні ортогоналізованих планів КСЗ взамін вже існуючих звичайних.

Враховуючи тепер одержаний висновок, порівняємо формули (5) та (7) в нормованих змінних. Формально формула (5) збереже попередній вид. Проте важливою зміною її внутрішньої структури буде поява доданків з від'ємним знаком, що об'єктивно створює можливість рівності нулю всієї суми.

Формула ж (7) зазнає істотних змін. По-перше, в її чисельнику залишиться лише сума, цілком тотожна сумі (5). По-друге, істотно зміниться структура її знаменника, так що в результаті формула прийме поки що

наступний простіший вид: $r_{xy} = \frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2 \Sigma y^2}}$. Але в нор-

мованих координатах $\Sigma x^2 \equiv \Sigma y^2$. Через це цю формулу можна кінцево записати як

$$r_{xy} = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2}. \quad (11)$$

Можна сказати, що в цій формулі органічно сплелися як формула (2), так і формула (7), що вказує на близькість згаданих вище статистичної та векторної концепції. А для даної роботи ця формула важлива тим, що вона ефективно розв'язує всі згадані в ній суперечності, що і ставилось метою даної роботи. Треба лише пам'ятати, що одиниці змінних x та y тут нормовані до границь $[-1, +1]$.

На закінчення порівняємо результати визначення величини r , користуючись формулами (7) та (11). Для формули (7) візьмемо послідовності фіксованих значень двох змінних $A(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$ та $B(2, 9, 3, 6, 5, 4, 7, 1, 8)$. По формулі (7) одержимо: $r = (231 - 225)/60 = 0,1$.

В нормованому виді координати векторів A та B будуть виглядати як $A(-1, -.75, -.5, -.25, 0, .25, .5, .75, 1)$ та $B(-.75, 1, -.5, .25, 0, -.25, .5, -1)$. По формулі (11) одержимо: $r = .375/3.75 = 0,1$.

Стосуючись перспектив подальшого розвитку прийнятої тут теми, слід перш за все зазначити, що загальний масив натуральних латинських квадратів не обмежується розглянутою тут множиною циклічних квадратів [3], яка становить лише його певну частину. Можливо, що серед множин, що zostалися, знайдуться такі, що здатні забезпечити ще більшу мінімізацію до нуля середнього значення одержуваної матриці коефіцієнтів кореляції.

ЛІТЕРАТУРА

1. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. М. : — Наука. — 1975. — 141 с.
2. Хальд А. Математическая статистика с техническими приложениями. М. : — ИЛ. — 1956. — 664 с.
3. Северин Э. Н., Буравлев Ю. М. Ортогонализированный латинский квадрат как математическая модель оптимального плана эксперимента при количественном спектральном анализе многокомпонентных систем // Математическое моделирование. — 2008. — 1(18). — С. 68—74.

пост.19.08.13

Математическая модель гидродинамических и массопереносных процессов в металлургическом конвертере с учётом наличия лома

А. Н. СОКОЛ

Днепродзержинский государственный технический университет

Предложена сопряжённая трёхмерная математическая модель гидродинамических и массопереносных процессов в шлаковой и металлической фазах конвертера, которые имеют место при комбинированной продувке расплава металла при помощи верхней многосопловой фурмы. В отличие от предыдущих работ в представленной математической модели учтено наличие металлического лома в металлической фазе конвертера. Разработанная математическая модель может быть использована для изучения закономерностей циркуляционных процессов в объёме металлургического конвертера при разных положениях верхней фурмы и разном размещении донных сопел, а также при разных вариантах завалки металлического лома.

Представлено спряжену тривимірну математичну модель, яка описує гідродинамічні та масопереносні процеси в шлаковій та металевій фазах металургійного конвертера, що мають місце при комбінованому продуванні розплаву металу за допомогою верхньої багатосоплової фурми. На відміну від попередніх робіт в представленій математичній моделі враховано наявність металевго лому в металевій фазі конвертера. Розроблена математична модель може бути використана для вивчення закономірностей циркуляційних процесів в об'ємі металургійного конвертера при різних положеннях верхньої фурми та різному розташуванні донних сопел, а також при різних варіантах завалки металевго лому.

The attended three-dimensional mathematical model of hydrodynamic and mass transfer processes in the slag and metallic phases of converter, which take place at the combined blowing out of metals melt through an overhead multinozzle tuyere is created. In a difference from previous works in the presented mathematical model the presence of scrap-iron is taken into account in the metallic phase of converter. The developed mathematical model can be used for the study of conformities to law of circulation processes in the volume of metallurgical converter at different positions of overhead tuyere and different placing of the ground nozzles and also at the different variants of scrap-iron heaping up.

Постановка проблемы. Инженеры и учёные активно интересуются гидродинамическими процессами в полости конвертера. В настоящее время в мире активно применяют программные пакеты для компьютерного моделирования. Примером тому могут служить программные комплексы ANSYS CFX и FLUENT от компании ANSYS Inc., FLOW-3D от Flow Science Inc., STAR-CD от CD-adapco. Упомянутые программные пакеты являются коммерческим продуктом и полученные с их помощью результаты исследований не разглашаются и не публикуются. Стоимость этих программных пакетов велика и поэтому отдельными группами учёных предпринимаются попытки создания более специализированных и доступных решений для моделирования, в частности для моделирования процессов в металлургии.

Анализ публикаций. В Днепропетровском государственном техническом университете на протяжении более двадцати лет разрабатываются математические модели, описывающие различные аспекты процессов в металлургических агрегатах. В том числе ведутся работы по описанию гидродинамических и переносных процессов в объёме металлургического конвертера. На данный момент усилиями сотрудников кафедры прикладной математики при содействии металлургов создана квазитрёхмерная математическая модель [1] и трёхмерные математические модели [2, 3], а также сопряжённая математическая модель [4], расчёты в которой проводятся одновременно по шлаковой и металлической фазам конвертера.

Цель работы. Целью работы является развитие существующих математических моделей в направлении учёта наличия металлического лома в металлической фазе конвертера.

Изложение материалов исследования. Существующие математические модели [1-4] не учитывают наличие металлического лома в металлической фазе конвертера. Его наличие естественным образом видоизменяет форму металлической ванны, что в свою очередь приводит к изменению гидродинамической картины в этой области.

Предложенная математическая модель базируется на модели, опубликованной в работе [4], в основу которой заложены следующие исходные предположения:

- А. В отношении геометрии расчётной области:
- форма реакционной зоны, которая образуется при взаимодействии струи одного сопла с металлом, имеет вид параболоида, следовательно, форма реакционной зоны от многосопловой фурмы несимметрична по углу;
 - уровень металла и шлака в конвертере, а также форма реакционной зоны не изменяются с течением времени;
 - завалка лома производится в пристеночную область.

Б. В отношении гидродинамики среды:

- среда в целом полагается эффективно сжимаемой за счёт наличия источников газовой фазы и её ненулевой диффузионной скорости движения;
- поверхность шлака ровная, на ней отсутствуют волны и брызги;
- граница сопряжения металлической и газослаковой зон является плоскостью и не меняется с течением времени;
- присутствуют внешние силовые воздействия в газослаковой зоне (подъёмная сила газа);

С учётом сделанных допущений динамику движения многофазной среды можно описать следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} + \nu' \Delta \vec{V} - \vec{\nabla} \tilde{p} - \alpha \vec{g}, \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \Phi, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{V}) + \Phi_\alpha, \quad (3)$$

где \vec{V} — барицентрическая скорость движения расплава;

α — концентрация газовой фазы в объёме;

\tilde{p} — динамическая составляющая давления, нормированная на плотность расплава;

ν' — эффективный коэффициент кинематической вязкости среды;

$\Phi = \Phi_\alpha - \vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{W})$ — источник дивергенции поля скоростей;

$\Phi_\alpha = \psi_\alpha - \alpha \zeta \rho_0 \vec{g} \vec{V}_\alpha$ — эффективный объёмный источник концентрации газовой фазы;

ψ_α — объёмный источник концентрации газовой фазы, отличен от нуля в зоне контакта дувяемого кислорода с металлом (на границе реакционной зоны) и в зоне формирования барботажного режима в местах установки донных сопел;

$\vec{V}_\alpha = \vec{W} + \vec{V}$ — скорость движения газовой фазы;

$\vec{W} = \vec{V}_\alpha - \vec{V}$ — диффузионная скорость движения газовой фазы;

\vec{g} — вектор ускорения свободного падения.

В отличие от базовой модели, представленной в работе [4], уравнения (1)–(3) не решаются в зоне металлического лома, находящегося в металлической фазе конвертера.

Система уравнений (1)–(3) дополняется граничными условиями. На твёрдых границах для скоростей принимаются условия непротекания и частичного прилипания:

$$\vec{V}_\perp \Big|_S = 0, \quad \vec{V}_\parallel \Big|_S = 0.$$

На границе металлической и шлаковой фаз для скоростей принимаются условия непротекания и частичной передачи импульса:

$$\vec{v}_\perp|_S = 0, \vec{V}_\parallel|_{S-\delta} = K_V \vec{V}_\parallel|_{S+\delta},$$

где K_V — коэффициент передачи импульса (в расчетах принимал значение от 0,2 до 1,0).

На оси симметрии конвертера для скоростей принимаются условия непротекания и свободного скольжения:

$$\vec{v}_\perp|_S = 0, \vec{n} \cdot \vec{\nabla} \vec{V}_\parallel|_S = 0.$$

Применяя к системе уравнений (1)–(3) метод расщепления по физическим факторам для несолоноудального движения, получаем соответствующую схему расщепления (детальнее см. в работе [4]). Эффекты турбулентности описываются трёхпараметрической алгебраической моделью, которая включает в себя изотропную составляющую эффективной вязкости, учитывает перенос вихрей вдоль потока и условия зарождения вихрей (модель Л. Прандтля).

Наличие лома учитывалось изменением геометрии расчетной области. В численных экспериментах лом размещался в пристеночной области конвертера и занимал там 20% радиуса конвертера. При расчете гидродинамических характеристик лом выступал в роли твердой границы. Предусмотрена возможность изменения ширины (по радиусу) и высоты навалки лома, а также возможность внесения неравномерности в его расположение. Неравномерность вносится в ширину (по радиусу) и высоту насыпи. Детальнее форма насыпи металлического лома представлена на *рис. 1*.

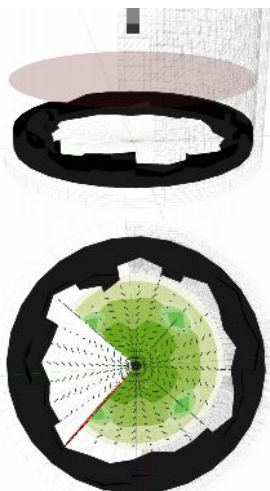


Рис. 1. Форма засыпанного в конвертер лома

Поскольку уравнения математической модели решаются как в шлаковой, так и в металлической фазах в объеме конвертера, то сохраняется принципиальная возможность учитывать донную подачу газа. Такая возможность актуальна, так как многие предприятия используют комбинированную продувку конвертеров. Схема расположения донных сопел и соотношение количества подведенного верхнего дутья к количеству донного существенно влияют на циркуляционные процессы в объеме конвертера.

Уравнения предложенной математической модели были записаны в цилиндрических координатах и

аппроксимировались конечными разностями на шахматной сетке. Полученные алгебраические уравнения решались методом простой итерации.

Разработанное программное обеспечение позволило провести серию численных экспериментов с разными значениями определяющих параметров. На рисунках 2 и 3 представлены трёхмерные распределения газовой фазы в виде поверхностей равной концентрации на начальном этапе численных расчетов (*рис. 3*) и в последующий период времени (*рис. 4*), когда расчет стабилизируется. Форма насыпи лома принята в расчетах такой, как показано на *рис. 1*.

Как было отмечено в предыдущей работе [4], подаваемый через днище в объем конвертера газ частично объединяется с потоками, которые образуются в реакционной зоне. Другая его часть увлекается в толщу металла. При неудачном расположении донных сопел, возможно накопление газа в толще металла, что приводит к выносу металлических капель в область шлаковой фазы и вспениванию шлака.

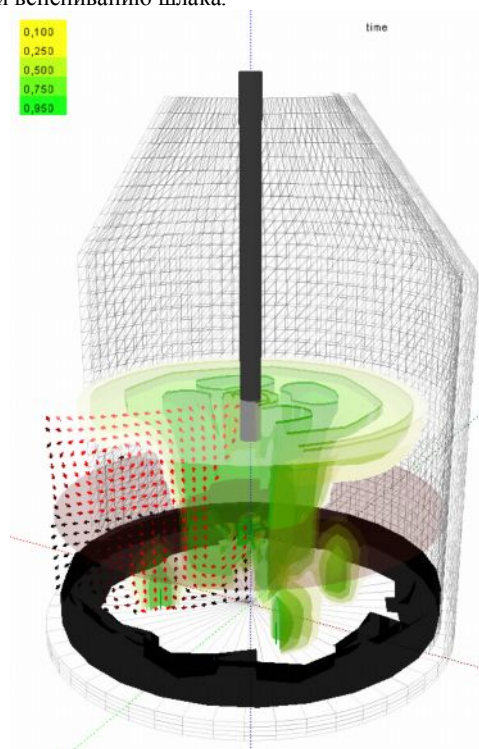


Рис. 2. Поверхности равной концентрации газовой фазы и проекции векторов скорости на начальном этапе численных расчетов

Выводы

Получила развитие существующая сопряжённая трёхмерная математическая модель в направлении учёта наличия металлического лома в металлической фазе конвертера.

Предложенная математическая модель позволяет изучать закономерности циркуляционных процессов в шлаковой и металлической фазах кислородного конвертера при разном расположении донных сопел и разных соотношениях количества верхнего и донного дутья, а также при разных вариантах завалки металлического лома.

В дальнейшем планируется развитие математической модели в направлении усложнения геометрии расчетной области (учёт придонной конусности, возможность установки верхней фурмы под углом к вертикальной оси конвертера) и учёта теплофизических процессов, которые имеют место при конвертерной плавке (в частности интересной задачей является учёт во время продувки плавления заваленного в конвертер металлического лома).

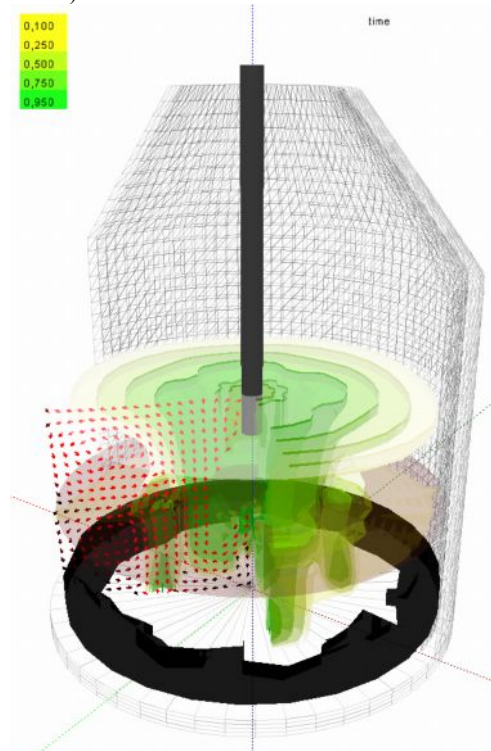


Рис. 3. Поверхности равной концентрации газовой фазы и проекции векторов скорости

ЛИТЕРАТУРА

1. Самохвалов С. Е. Квазитрёхмерная математическая модель гидродинамических процессов в полости конвертера / С. Е. Самохвалов, А. Н. Сокол // Математичне моделювання. — 2008. — Дніпродзержинськ : ДДТУ, № 2(19). — С. 67—70.
2. Зуев О. І. Тривимірна математична модель гідродинамічних процесів у порожнині конвертера під час продування розплаву із використанням багатосоплової фурми / О. І. Зуєв // Математичне моделювання. — Дніпродзержинськ : ДДТУ, № 2(14). — 2005. — С. 63—68.
3. Сокол А. Н. Математическое моделирование гидродинамических процессов в полости конвертера во время верхней продувки в трёхмерной постановке / А. Н. Сокол // Вестник Херсонского национального технического университета. — 2010. — Херсон : ХНТУ, № 3(39). — С. 448—454.
4. Сокол А. Н. Сопряжённая математическая модель гидродинамических и массопереносных процессов в шлаковой и металлической фазах металлургического конвертера / А. Н. Сокол // Математичне моделювання. — Дніпродзержинськ : ДДТУ, № 2(27). — 2012. — С. 101—104.