Комбинированное обслуживание, очевидно, является наиболее приемлемым для эксплуатации аппаратуры для МБИ. Произведем оценку эффективности различных способов обеспечения надежности аппаратуры для МБИ, в предположении, что его техническое обслуживание (ТО) является комбинированным и обладает следующими свойствами:

1. Через промежуток времени $T_п$ за время t_p производится периодическое ТО всех подсистем аппаратуры для МБИ; (под $T_п$ понимается время между двумя соседними ТО).

2. В процессе контроля проверяется исправность части подсистем таким образом, что контролем охватывается поток отказов $\Lambda_1 = \partial\Lambda$ при общем потоке отказов аппаратуры для МБИ, равном Λ;

3. При обнаружении отказов контролируемых подсистем и их элементов принимаются меры по восстановлению их работоспособности. Интенсивность восстановления работоспособности аппаратуры для МБИ равна μ. В работе [7] для этого случая получено выражение для показателя оперативной готовности:

$$K_{г.оп.} = \frac{1}{T_p + t_p}\left\{\frac{\mu\left[1 - e^{-(1-\partial)\Delta T_п}\right]}{(1-\partial)\Lambda(\partial\cdot\Lambda-\mu)} + \frac{\partial\cdot\Lambda + e^{-(\Lambda+\mu)T_п}}{(\partial\cdot\Lambda+\mu)(\Lambda+\mu)}\right\}, \tag{16}$$

где ∂ – объем контроля исправности системы.

При $\partial = 0$ выражение (16) будет выражением для показателя оперативной готовности периодически обслуживаемой системы. При $\partial = 1$ проведение периодического обслуживания нецелесообразно. Тогда время $T_п + t_p$ может быть принято равным времени эксплуатации и выражение (16) будет задавать показатель оперативной готовности системы со случайным периодом обслуживания.

Из анализа показателя оперативной готовности системы с комбинированным ТО следует, что функция $K_{г.оп.}$, задаваемая соотношением (16) имеет максимум по параметру $T_п$ (интервал между двумя ТО), значение которого в соответствии с результатами работы [7], в приближенном виде определяется следующим выражением:

$$T_п = -\frac{t_p}{2} + \sqrt{\frac{t_p{}^2}{2} + \frac{t_p}{(1-\partial)\Lambda} - \frac{1}{(\Lambda+\mu)(1-\partial)\Lambda}}\,. \tag{17}$$

Отсюда следует, что интервал между двумя ТО (т.е. время надежной, аппаратуры для МБИ) выражается соотношением (17). Последнее выражение является количественной оценкой эффективности проведения МБИ и может быть использовано непосредственно для планирования хода МБИ.

Выводы

Получено аналитическое выражение для количественной оценки эффективности проведения МБИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Эвоинформатика: Теория и практика эволюционного моделирования / И. Л. Букатова, А. М. Шаров, Ю. И. Михасев. — М. : Наука, 1991. — 206 с.
2. Червоный А. А. Надежность сложных систем. / А. А. Червоный, В. И. Лукьященко – [изд. 2-е, перераб. и доп.] — М. : Машиностроение, 1976. — 288 с.

пост.25.06.13

Визначення статистичних параметрів комплекту стандартних зразків складу для спектрального аналізу з застосуванням методу нормування

Е. Н. СЕВЕРІН

Дніпропетровський політехнічний коледж

При количественном спектральном анализе с учетом межэлементных эффектов широко используются две различных концепции плана эксперимента: статистическую и векторную. Каждая из них предлагает собственную версию определения коэффициента корреляции как основного параметра плана эксперимента. Обнаружено существование противоречий в различных интерпретациях плана эксперимента в процессе оценки величины корреляционной связи между концентрациями комплекта стандартних образцов состава, что приводит к получению различных оценок значения указанного параметра. Методом математического моделирования предложен разработанный с применением специального нормирования переменных способ устранения этих противоречий.

При кількісному спектральному аналізі з урахуванням міжелементних ефектів широко використовуються дві різних концепцій плану експерименту: статистичну і векторну. Кожна з них пропонує власну версію визначення коефіцієнта кореляції як основного параметра плану експерименту. Виявлено існування суперечностей в різних інтерпретаціях плану експерименту в процесі оцінки величини кореляційного зв’язку між концентраціями комплекту стандартних зразків складу, що приводить до різних оцінок значення вказаного параметра. Методом математичного моделювання запропонований розроблений з застосуванням спеціального нормування змінних спосіб усунення цих суперечностей.

By quantitative spectral analysis with interelement effect calculation two different kinds of experiment desighn are used: statistical and vectorial. Everyone of them has own version of calculation of the coefficient correlation as the main experiment design parameter. The existence of contradictions between the values of coefficient correlation estimation by those two versions was determined. By the mathematical modelling the method of those contradictions removing by using special standardization of variables is worked out.

При кількісному спектральному аналізі речовини з урахуванням міжелементних ефектів оптимальним «планом експерименту», тобто складу контрольованих елементів комплекту стандартних зразків широко застосовують дві різні концепції при інтерпретації складу комплекту із m стандартних зразків на n аналізованих елементів, які можна назвати як: векторну та математико-статистичну.

.Розглянемо спочатку векторну інтерпретацію даного складу комплекту, згідно з якою вся сукупність концентрацій числом m даного елемента (т.зв. «вектор-стовпець») розглядається як координати його вектора в m-мірній системі координат. Оптимальною умовою урахування міжелементних ефектів являється відсутність зв'язків між всіма парами векторів концентрацій або ж принаймні – наявність мінімального зв'язку між ними. Ця умова полягає в їх взаємній ортогоналізації в m-мірному просторі.

Тоді перш за все виникає питання про формальну ознаку ортогональності двох вектор -стовпців. Як відомо [1], якщо два вектори $A(a_1, a_1, ..., a_m)$ та $B(b_1, b_2, ..., b_m)$, де $a_1, a_2, ...$ та $b_1, b_2, ...$ - координати цих векторів, взаємно перпендикулярні, то повинно стверджуватись рівняння

$$a_1 b_1 + a_2 b_2 + ... + a_m b_m = 0. \qquad (1)$$

Цілком зрозуміло, що для виконання цього рівняння необхідно, щоб принаймні хоча б один з доданків мав від`ємний знак. Оскільки ж в кожному КСЗ всі концентрації як координати відповідних векторів істотно додатні, то звідси виникає формальний висновок, ніби в ньому не може бути жодної взаємно ортогональної пари векторів. Для прикладу візьмемо два вектор-стовпці A та B $(n = 8)$, які для економії місця зобразимо як два вектор-рядки:

$A(1\ 3\ 5\ 7\ 2\ 6\ 4\ 8)$ та $B(5\ 7\ 2\ 6\ 4\ 8\ 1\ 3)$. (2)

Для них S = 156 ≠ 0, отже, згідно з умовою (1) ця пара векторів взаємно не перпендикулярна.

Міру їх «не перпендикулярності» можна визначити досить громіздким та незручним для використання розрахунком косинусу кута між ними. В доступній літературі ми не знайшли згадок практичного використання подібних розрахунків.

Розглянемо також зв'язок між двома іншими вектор-стовпцями D та F :

$$\begin{aligned} D &= (1\quad 3\quad 5\quad 7\quad 2\quad 6\quad 4\quad 8), \\ F &= (5\quad 7\quad 2\quad 6\quad 4\quad 8\quad 1\quad 3) \end{aligned} \qquad (3)$$

Неважко підрахувати суму парних добутків їх координат: $S = \sum_{u=1}^{8} d_{ui} f_{uj} = 162.$

З того факту, що тут S ≠ 0, виникає, що, згідно з [2], між векторами D та F існує лінійний зв'язок,тобто їх взаємна ортогональність також відсутня.

Перемістимо тепер паралельно обидва ці рядки так, щоб початок координат співпадав з серединою кожного рядку:

$$\begin{aligned} D_1 &= (-3.5\quad -1.5\quad .5\quad 2.5\quad -2.5\quad 1.5\quad -.5\quad 3.5), \\ F_1 &= (.5\quad 2.5\quad -2.5\quad 1.5\quad -.5\quad 3.5\quad -3.5\quad -1.5). \end{aligned} \qquad (4)$$

Підрахуємо й тут суму парних добутків. Вона рівна $S_1 = \sum_{u=1}^{8} d_{ui} f_{uj} = 0.$ Отже, тепер між векторами D_1 та F_1 лінійного зв'язку немає, тобто тепер вони виглядають вже як взаємно ортогональні.

Важливо зазначити, що в результаті цієї операції такі якості, як взаємна паралельність, чи внутрішня структура обох векторів не змінилась. Тобто в даному разі висновок про міру внутрішнього зв'язку між векторами залежить від вибору системи координат. Подібне явище мало місце при спробі в [2, с. 77] визначення мірою внутрішнього зв'язку між двома змінними x та y за допомогою т. зв. «другого змішаного моменту»:

$$s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i-1}^{n} (x_i - x)(y_i - y), \qquad (5)$$

яка закінчилась успіхом лише після ділення цього «другого змішаного моменту» на добуток стандартних відхилень:

$$\frac{s_{xy}}{s_x s_y} = r_{xy}. \qquad (6)$$

Розглянемо тепер статистичну інтерпретацію складу КСЗ.

Як відомо [2], кореляційний зв'язок r між змінними $X(x_1, x_2, ..., x_n)$ та $Y(y_1, y_2, ..., y_n)$ може бути тут встановлений по формулі

$$r_{x_1 y_1} = \frac{\Sigma x_i y_i - \dfrac{\Sigma x_i \Sigma y_i}{n}}{\sqrt{(\Sigma x_i^2 - \dfrac{(\Sigma x_i)^2}{n})(\Sigma y_i^2 - \dfrac{(\Sigma y_i)^2}{n}}}, \qquad (7)$$

при чому $-1 \le r_{x_i y_i} \le 1.$ Для словесного опису величини r звичайно користуються такими градаціями: до 0,2 – дуже слабка кореляція; до 0,5 – слабка, до 0,7 – середня, до 0,9 – висока, вище 0,9 – дуже висока кореляція ([2], див. *рис. 1*)

Для прикладу встановимо зв'язок між змінними A і B з фіксованими значеннями відповідних змінних $(n = 8)$:

$A(1,3,5,7,2,6,4,8)$ та. $B(5,7,2,6,4,8,1,3)$ (8)

які ми в (2) трактували як вектор-стовпці.

Користуючись формулою (7), дізнаємось, що для них $r = 0$, тобто кореляційний зв`язок між ними повністю відсутній. Але ж цей висновок суперечить висновку з (2).

В відомій літературі ми не знайшли ні згадок про такі суперечності, ні про їх розв`язання з відповідною вказівкою простого визначення ортогоналізації натуральних вектор-стовпців. В зв'язку з чим метою даної роботи поставлена спроба усунення всіх вказаних суперечностей. Ця спроба основана на розробленому нами методі з нормуванням концентрацій всіх вектор-стовпців до границь *[-1, +1]*.

В попередніх наших роботах нерідко застосовувалася операція нормування довільної системи фіксованих значень змінної величини X до границь, наприклад, *[-1, +1]*. При цьому без достатнього доказу вважалось, що одержані нормовані значення зберігають свої попередні математичні властивості. Оскільки така операція придбає важливе значення в подальшому викладі, ми вважаємо за доцільне привести зараз відповідні достатні докази. При цьому нагадаємо, що нормування довільної послідовності чисел $\boldsymbol{C_i}$ до відповідної нормованої послідовності $\boldsymbol{c_i}$ зручно виконувати по формулі

$$c_i = \frac{2C_i}{C_{max} - C_{min}} - \frac{C_{max} + C_{min}}{C_{max} - C_{min}}. \qquad (9)$$

Розглянемо проблему в загальному виді, розглядаючи її на прикладі, основаному на застосуванні пари як основних двох довільно вибраних ортогоналізованих натуральних вектор-стовпців X_i та Y_i n- мірного простору. На їх основі побудуємо два нормовані вектор-стовпці x_i та y_i у вигляді

$$x_i = X_i a + b, \; y_i = Y_i c = d, \qquad (10)$$

де a, b, c, d – довільні параметри нормування. Кореляційний зв'язок r між змінними $X(x_1, x_2, ..., x_n)$ та $Y(y_1, y_2, ..., y_n)$ може бути тут встановлений по формулі (7). Знайдемо таку ж формулу для нормованих до границь [-1, +1] вектор-стовпців та потім порівняємо результат її застосування з результатом формули (7).

Зауваживши, що для натуральних чисел $\sum X_i = \sum Y_i = \frac{n(n+1)}{2}$, в чисельнику одержимо

$$\sum x_i y_i = (X_i a + b)(Y_i c + d) =$$

$$= ac\sum XY + \frac{n(n+1)}{2}(ad + bc) + nbd.$$

$$\frac{\sum X_i \sum Y_i}{n} = \frac{\sum(X_i a = b)\sum(Y_i c + d)}{n} =$$

$$= \frac{(a\sum X + nb)(c\sum Y + nd)}{n} =$$

$$= \frac{ac\sum X_i \sum Y_i + and\sum X_i + cnb\sum Y_i + n^2 bd}{n} =$$

$$= \frac{ac\sum X_i \sum Y_i}{n} + \frac{n(n+1)}{2}(ad + bc) + nbd.$$

Загалом чисельник одержує вид

$$ac\sum X_i Y_i - ac\frac{\sum X_i \sum Y_i}{n} = ac(\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n}),$$

тобто відрізняється від чисельника (7) лише множником ac. В знаменнику формули (7) для змінної x маємо:

$$\sum x_i^2 = \sum(X_i a + b)^2 = \sum(a^2 X_i^2 + 2abX_i + b^2) =$$

$$a^2\sum X_i^2 + 2ab\sum X_i + nb^2 . \frac{(x_i)^2}{n} =$$

$$= \frac{(\sum(aX_i + b)^2}{n} = \frac{(a\sum X_i + \sum b)^2}{n} = \frac{(a\sum X_i + nb)^2}{n} =$$

$$= \frac{a^2(\sum X_i)^2 + 2nbX_i + n^2 b^2}{n} =$$

$$= a^2\frac{(\sum X_i)^2}{n} + 2anb\sum X_i + nb^2.$$ Так що

$$\sum x_i^2 - \frac{(x_i)^2}{n} = a^2\sum X_i^2 + 2ab\sum X_i + nb^2 -$$

$$-\left[a^2\frac{(X_i)^2}{n} + 2anb\sum X_i + nb^2\right] = a^2(\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}).$$

Аналогічно для змінної y держимо:

$$\sum y_i^2 - \frac{(\Sigma y_i)^2}{n} = c^2(\Sigma Y_i^2 - \frac{(\Sigma Y_i)^2}{n}).$$

Тепер неважко помітити, що в формулі (7) для змінних нормованого x_i та y_i в чисельнику та знаменнику

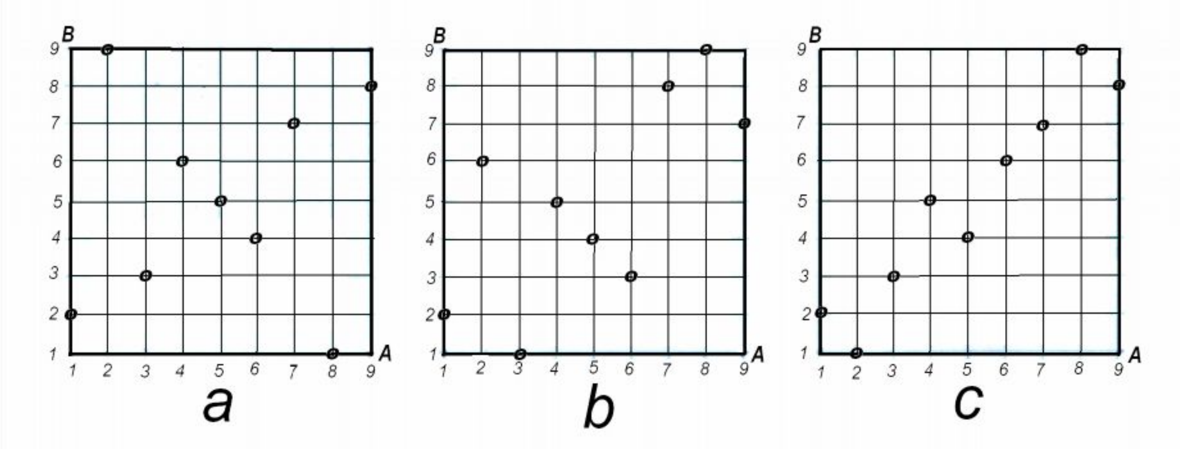

Рис.1. Приклади діаграм кореляційного зв'язку змінних A та B: a -дуже слабкого (r = 0,1), b - середнього (r = 0,683) та c - дуже високого (r = 0,95)

виникають однакові загальні множники a та c, після взаємного скорочення яких ця формула стає повністю вільною як від них, так і від параметрів b та d.

Таким чином, вищезазначена операція нормування залишає незмінною математичну структуру об'єкта нормування. Головним висновком приведеного дослідження являється те, що при проектуванні реального комплекту при умові рівномірності розподілу аргументів та їх взаємної ортогоналізації величини *a, b, c* та *d* можуть мати довільні значення. Ця властивість рівномірно розподілених структур відкриває широкі можливості в проектуванні ортогоналізованих планів КСЗ взамін вже існуючих звичайних.

Враховуючи тепер одержаний висновок, порівняємо формули (5) та (7) в нормованих змінних. Формально формула (5) збереже попередній вид. Проте важливою зміною її внутрішньої структури буде поява доданків з від`ємним знаком, що об’єктивно створює можливість рівності нулю всієї суми.

Формула ж (7) зазнає істотних змін. По-перше, в її чисельнику залишиться лише сума, цілком тотожна сумі (5). По-друге, істотно зміниться структура її знаменника, так що в результаті формула прийме поки що наступний простіший вид: $r_{xy} = \frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2 \Sigma y^2}}$. Але в нормованих координатах $\Sigma x^2 \equiv \Sigma y^2$. Через це цю формулу можна кінцево записати як

$$r_{xy} = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2}. \tag{11}$$

Можна сказати, що в цій формулі органічно сплелися як формула (2), так і формула (7), що вказує на близкість згаданих вище статистичної та векторної концепції. А для даної роботи ця формула важлива тим, що вона ефективно розв’язує всі згадані в ній суперечності, що і ставилось метою даної роботи. Треба лише пам’ятати, що одиниці змінних x та y тут нормовані до границь [-1, +1].

На закінчення порівняємо результатии визначення величини r , користуючись формлами (7) та (11). Для формули (7) візьмемо послідовності фіксованих значень двох змінних *A(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)* та *B(2, 9, 3, 6, 5, 4, 7, 1, 8).* По формулі (7) одержимо: $r = (231 – 225)/60 = 0,1$.

В нормованому виді координати векторів *A* та *B* будуть виглядать як *A(-1, -.75, -..5, -.25, 0, .25, .5, .75, 1)* та *B(-.75, 1, -.5, .25, 0, -.25, .5, -1).* По формулі (11) одержимо: $r = .375/3.75 = 0,1$.

Стосуючись перспектив подальшого розвитку прийнятої тут теми, слід перш за все зазначити, що загальний масив натуральних латинських квадратів не обмежується розглянутою тут множиною циклічних квадратів [3], яка становить лише його певну частину. Можливо, що серед множин, що зосталися, знайдуться такі, що, здатні забезпечити ще більшу мінімізацію до нуля середнього значення одержуваної матриці коефіцієнтів кореляції.

ЛІТЕРАТУРА

1. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. М. : — Наука. — 1975. — 141 с.
2. Хальд А. Математическая статистика с техническими приложеними. М. : — ИЛ. — 1956. — 664 с.
3. Северин Э. Н., Буравлев Ю. М. Ортогонализированный латинский квадрат как математическая модель оптимального плана эксперимента при количественом спектральном анализе многокомпонентных систем // Математическое моделирование. — 2008. — 1(18). — С. 68—74.

пост.19.08.13