

## Математическое моделирование гидродинамики металлической ванны в литейном ковше

ГРЕСС А.В., СТОРОЖЕНКО С.А.

Днепропетровский государственный технический университет

Разработана математическая модель гидродинамики двухфазной среды газ-расплав в литейном ковше, продуваемом через донную фурму. Доказана ее адекватность посредством сравнения расчетных параметров модели с данными физического моделирования.

Розроблена математична модель гідродинаміки двофазного середовища газ-розплав в ливарному ковші, який продувається через донну фурму. Доведена її адекватність шляхом порівняння розрахункових параметрів моделі з даними фізичного моделювання.

We worked out the mathematical model of the hydrodynamics of two-phase medium gas-melt in the foundry bucket. The bucket is blown out through the bottom form. We proved its adequacy through comparing of the calculation parameters of the model with the data of physical modeling.

В условиях посткризисного периода мировая экономика, в том числе и украинская, переживает сложнейшие времена. Наиболее глубоко экономические потрясения затронули такую важнейшую отрасль экономики Украины, как металлургия. Поэтому на современном этапе развития металлургии, в частности литейного производства, особенно актуальным становится вопрос повышения конкурентоспособности литой продукции. Решение этого вопроса напрямую связано с повышением качества подготовленного к разливке металла на фоне снижения материальных и энергетических затрат. Это возможно посредством создания и совершенствования технологий и конструкций соответствующих металлургических агрегатов, направленных на повышение качества литья, и, в частности, связанных с использованием современных методов внепечной обработки литейных расплавов.

Следует сказать, что научных работ в этом направлении известно немало. Как правило, большинство подобных работ связано с исследованием тепло- и массообменных процессов в ковшах большой вместимости. Литейные же ковши малой и средней вместимости (далее – литейные ковши) сейчас используются, в основном, в качестве емкостей для транспортировки металла к месту разливки и не являются, по мнению некоторых ученых, объектом исследований.

Причиной слабого использования литейных ковшей как самостоятельных металлургических агрегатов для дополнительной обработки металла, по нашему мнению, является не учет многих факторов, предопределяющих специфику эксплуатации литейных ковшей. В отличие от ковшей большой вместимости, литейные ковши, ввиду их относительно небольших размеров, обладают рядом недостатков. Недостатки связаны, главным образом, с высокой скоростью остывания металла в литейных ковшах и невысокой скоростью естественных конвективных потоков жидкости. Все это, в совокупности, предполагает невозможность проведения в таких ковшах дополнительных операций по раскислению, легированию, модифицированию и рафинированию металла от неметаллических включений. Таким образом, актуальность исследований тепло- и массообменных процессов в литейных ковшах с целью разработки и совершенствования технологий и конструкций

соответствующих металлургических агрегатов, обеспечивающих повышение качества литья на фоне снижения материальных и энергетических затрат, является очевидной. Знание закономерностей процессов, протекающих при внепечной обработке металла в литейных ковшах, позволит поднять на новый уровень управление качеством металлопродукции.

Решение задачи возможно на основе исследований и анализа гидродинамики, тепло- и массообмена жидкого металла в процессе ковшовой обработки металла, создания сопряженных математических моделей для моделирования влияния технологических факторов и разработки технологических приемов подготовки выплавленного металла к разливке и должно носить комплексный характер, объединяя представления ряда смежных научных дисциплин – гидродинамики, теории фазовых переходов и теплотехники.

В данной работе предложена математическая модель гидродинамики двухфазной среды газ-расплав в литейном ковше, продуваемом через донную фурму, и обеспечена её адекватность путем уточнения параметров модели при сравнении расчетных данных с данными физического моделирования.

Из-за неосесимметричного расположения фурмы в ковше и трехмерной конфигурации граничных условий, в нашем случае невозможно использование обычно применяемого осесимметричного приближения и необходимо решать задачу в трехмерной постановке. Поскольку среда газ-расплав, вследствие сжимаемости газовой фазы и наличия относительного движения фаз, является эффективно сжимаемой, необходимо учитывать несоленоидальный характер движения среды, что исключает использование переменных вихрь-функция тока для описания её динамики.

Методы расчета несоленоидального движения газожидкостных сред в естественных переменных скорость-давление были разработаны в [1,2] и реализованы в цилиндрических координатах в трехмерной постановке в работе [3] для анализа гидродинамики ванны ковша, заполняемого струей металла из конвертера с одновременной продувкой через шиберный затвор. Математическая модель, представленная в данной работе, основана на математической модели из [3], а также её упрощенном варианте, представленном в работе [4], где

изучалась гидродинамика металлической ванны в двухкамерном ковше, продуваемом через погружные фурмы азотом или аргоном и кислородом. Применение такого упрощенного варианта дает возможность использовать описанную ниже трехэтапную схему расщепления при расчете гидродинамических параметров, которая позволяет значительно сократить время расчета по сравнению с двухэтапной схемой, используемой в [3], что особенно важно для рассматриваемой задачи в трехмерной постановке.

Предполагается, что ковш имеет цилиндрическую форму и задача зеркально симметрична относительно плоскости, проходящей через ось симметрии ковша и донную фурму. Это дает возможность в качестве расчетной области использовать половину ковша.

Кроме того, в данной работе используется «вакуумное приближение», то есть принято, что отношением истинных плотностей газа ( $\rho'$ ) и расплава ( $\rho_0$ ) равно нулю. В этом случае динамика среды газ-расплав описывается системой уравнений [2]:

$$\partial \vec{V} / \partial t = R(\vec{V}, \alpha) - \nabla \vec{p}, \quad (1)$$

$$\nabla \vec{V} = \Psi, \quad (2)$$

$$\partial \alpha / \partial t = -\nabla(\alpha(\vec{V} + \vec{W})) + \Psi, \quad (3)$$

где  $\vec{V}$  - барицентрическая скорость среды газ-расплав,  $t$  - время,  $\Psi$  и  $\vec{W}$  - объемный источник и диффузионная скорость газовой фазы,  $\vec{p}$  - динамическая составляющая давления, деленная на плотность расплава,

$$R(\vec{V}, \alpha) = -(\vec{V} \nabla) \vec{V} + \nu_e \Delta \vec{V} - \alpha \vec{g}, \quad (4)$$

$\nu_e$  - коэффициент эффективной вязкости,  $\vec{g}$  - ускорение свободного падения. Выражение (4) получено с учетом пренебрежения объемной вязкостью среды.

В соответствии с методом расщепления по физическим факторам [4] на каждом временном шаге  $\tau$  система уравнений (1) - (3) решается в три этапа:

I этап:

$$\vec{V}^n = \vec{V}^{n-1} + \tau R(\vec{V}^{n-1}, \alpha^n), \quad (5)$$

$$\alpha^{n+1} = \alpha^n + \tau \left[ -\nabla(\alpha^n \vec{V}^n) + \Psi \right] \quad (6)$$

II этап:

$$\Delta \vec{p}^{n+1} = \left[ \nabla \vec{V}^n - \Psi \right] / \tau, \quad (7)$$

III этап:

$$\vec{V}^{n+1} = \vec{V}^n - \tau \nabla \Delta \vec{p}^{n+1}. \quad (8)$$

Здесь  $n$  - номер временного слоя.

На первом этапе выполнены явные вычисления без учета динамического давления, на втором - решается уравнение Пуассона (7), на третьем - промежуточные скорости подправляются с учетом динамического давления до реальных значений, для которых на  $n+1$ -ом временном шаге выполняется уравнение (2).

Компоненты скорости среды в цилиндрических координатах определены соотношением:

$\vec{V} = u \vec{e}_\rho + v \vec{e}_\varphi + w \vec{e}_z$ . Схема (5) - (8), в компонентах имеет вид:

I этап:

$$\tilde{u} = u + \tau \left\{ -u \partial_\rho u - \frac{v}{\rho} \partial_\varphi u - w \partial_z u + \frac{v^2}{\rho} + \right.$$

$$\left. + \partial_\rho \left[ \frac{\nu_e}{\rho} \partial_\rho (\rho u) \right] + \frac{1}{\rho^2} \partial_\varphi (v_e \partial_\varphi u) + \partial_z (v_e \partial_z u) - 2 \frac{\nu_e}{\rho^2} \partial_\varphi u \right\}, \quad (9)$$

$$\tilde{v} = v + \tau \left\{ -u \partial_\rho v - \frac{v}{\rho} \partial_\varphi v - w \partial_z v - \frac{uv}{\rho} + \right.$$

$$\left. + \partial_\rho \left[ \frac{\nu_e}{\rho} \partial_\rho (\rho v) \right] + \frac{1}{\rho^2} \partial_\varphi (v_e \partial_\varphi v) + \partial_z (v_e \partial_z v) + 2 \frac{\nu_e}{\rho^2} \partial_\varphi v \right\}, \quad (10)$$

$$\tilde{w} = w + \tau \left\{ -u \partial_\rho w - \frac{v}{\rho} \partial_\varphi w - w \partial_z w + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\rho} \partial_\rho (v_e \rho \partial_\rho w) + \frac{1}{\rho^2} \partial_\varphi (v_e \partial_\varphi w) + \partial_z (v_e \partial_z w) + \alpha g \right\}, \quad (11)$$

$$\alpha = \alpha + \tau \left\{ -\frac{1}{\rho} \partial_\rho (\rho \alpha u) - \frac{1}{\rho} \partial_\varphi (\alpha v) - \partial_z (\alpha w + W) + \Psi \right\}, \quad (12)$$

II этап:

$$\tilde{D} = \frac{1}{\rho} \partial_\rho (\rho \tilde{u}) + \frac{1}{\rho} \partial_\varphi \tilde{v} + \partial_z \tilde{w}, \quad (13)$$

$$\frac{1}{\rho} \partial_\rho (\rho \partial_\rho \tilde{p}) + \frac{1}{\rho^2} \partial_\varphi^2 \tilde{p} + \partial_z^2 \tilde{p} = (\tilde{D} - \Psi) / \tau, \quad (14)$$

III этап:

$$u = \tilde{u} - \tau \partial_\rho \tilde{p}, \quad (15)$$

$$v = \tilde{v} - \tau \frac{1}{\rho} \partial_\varphi \tilde{p}, \quad (16)$$

$$w = \tilde{w} - \tau \partial_z \tilde{p}. \quad (17)$$

Здесь для избежания громоздкости опущены индексы, указывающие на принадлежность величин временным слоям, и использованы сокращенные обозначения для производных:  $\partial_\rho = \frac{\partial}{\partial \rho}$ ,  $\partial_\varphi = \frac{\partial}{\partial \varphi}$ ,  $\partial_z = \frac{\partial}{\partial z}$ .

В данной работе используется двухпараметрическая алгебраическая модель турбулентности, в соответствии с которой эффективный коэффициент кинематической вязкости принимается равным:

$$\nu_e = \nu + \nu_t + \frac{\Delta}{Re_\Delta} \nu_\Delta.$$

Здесь  $\nu$  и  $\nu_e$  - молекулярная и изотропная турбулентная составляющая эффективного коэффициента кинематической вязкости. Кроме того, в него входит параметр  $Re_\Delta$  - сеточное число Рейнольдса,  $\Delta$  - характерный размер расчетной сетки,  $\nu_\Delta$  - средняя скорость расплава в рассматриваемой ячейке. Таким образом, при отсутствии изотропной составляющей, в тех областях, где  $\nu_\Delta \rightarrow 0$ , эффективная вязкость практически совпадает с молекулярной  $\nu_e \rightarrow \nu$ . В тех областях, где  $\nu_\Delta$  велико, турбулентная вязкость может во много раз превышать молекулярную. При  $\Delta \rightarrow 0$  (бесконечное измельчение сетки) также имеем  $\nu_e \rightarrow \nu$ .

Отметим, что для обеспечения устойчивости численного решения уравнения переноса газовой фазы (12) использовалось корректирующее диффузионное слагаемое с коэффициентом диффузии, равным  $\nu_e$ .

На внутренних поверхностях ковша, оси симметрии выбраны условия непротекания и свободного скольжения. На свободной поверхности ковша выбраны условия свободного протекания. Учет подачи газа через фурму осуществляется путем введения в месте их рас-

положения источников газовой фазы объемной плотностью  $\Psi = \frac{q}{V_0} \frac{T_{мет}}{273}$ , где  $q$  – расход газа через фурму и  $V_0$  – объем зоны формирования барботажного режима в прифурменной области (в расчетах он принят равным объему расчетной ячейки). Правые части уравнений (9) – (17) реализованы в разностном виде на равномерной сетке.

С целью проверки адекватности математической модели были проведены исследования гидродинамики металлической ванны на физической модели литейного ковша, выполненной в масштабе 0,6 реального образца. При моделировании в качестве определяющих критериев использовались числа Лапласа, Архимеда и критерий гомохронности. Модель выполнена прозрачной, что позволило визуализировать потоки жидкости с помощью специальных маркеров, имеющих нулевую плавучесть. Газ подавался через донную пористую фурму с расходами, соответствующими реальным условиям. Обработка снятых видеоматериалов позволила определить качественные (Рис. 1) и количественные характеристики потоков жидкости.

Численное моделирование проводилось при трёх интенсивностях продувки: вариант 1 – 0,3, вариант 2 – 0,5 и вариант 3 – 0,7 л/мин. Результаты расчетов представлены на Рис. 2.

Для получения представления о движении среды в целом использовался метод представления гидродинамических параметров в различных сечениях расчетной области с проектированием на них векторов скоростей. При анализе представленных рисунков необходимо учитывать, что скорости имеют еще и нормальные к плоскости рисунков компоненты.

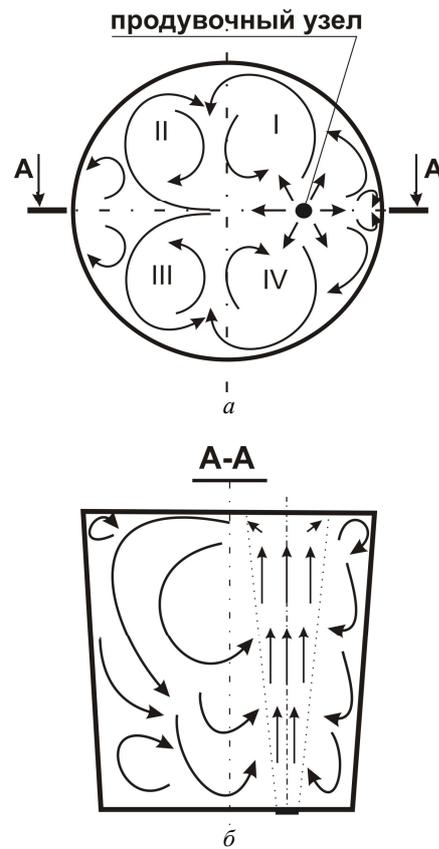


Рис. 1. Гидродинамика ванны литейного ковша: а - вид сверху; б - вертикальное сечение ковша

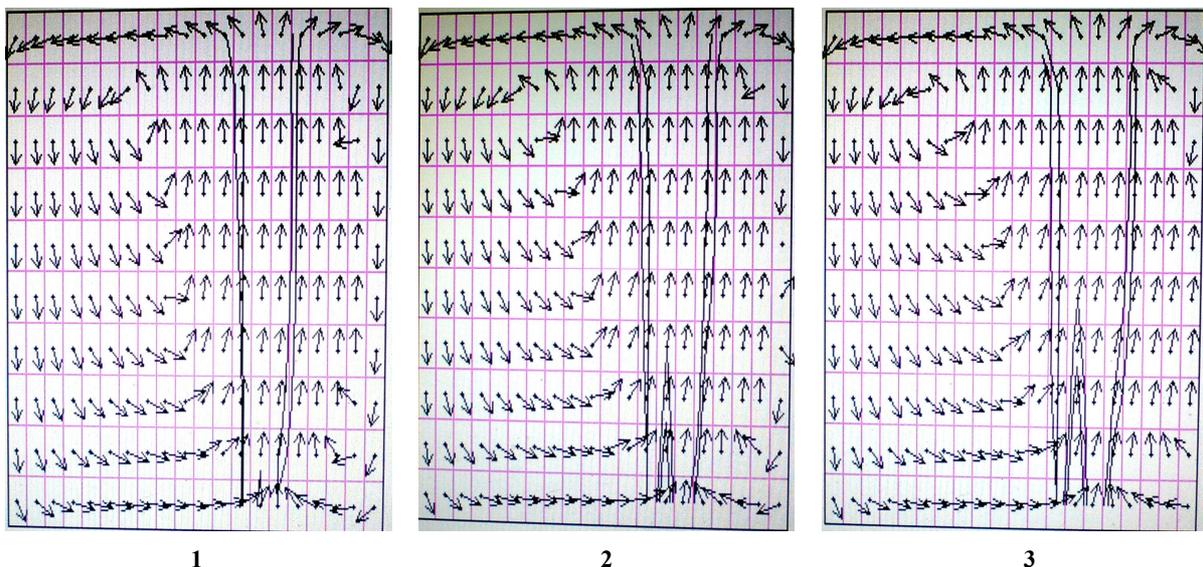


Рис. 2. Расчетные значения направлений проекций скоростей на площадь симметрии в модели при интенсивностях продувки 1 – 0,3, 2 – 0,5 и 3 – 0,7 л/мин

Сравнение экспериментальных данных, представленных на Рис. 1, и расчетных, полученных с использованием предложенной модели (Рис. 2), свидетельствует о качественной адекватности нашей модели.

Сравнение расчетных данных на Рис. 2, полученных при выбранных различных расходах газа, позволяет заключить, что качественная картина движения, в целом, одинакова для всех трёх расходов газа. Отли-

чие состоит, во-первых, в наблюдаемом при физическом моделировании расширении с ростом расхода газа ширины восходящего газо-жидкостного потока. Во-вторых – в расширении и увеличении интенсивности глобального вихря у дальней от фурмы стенке ковша под поверхностью жидкости (слева на рисунках, вращается против часовой стрелки).

Более существенно картина движения при разных расходах газа отличается у ближней к фурме стенке ковша. Так, при малой интенсивности продувки (вариант 1) глобальный вихрь (справа на рисунках, вращается по часовой стрелке) растягивается от поверхности до самого дна ковша, обеспечивая нисходящие потоки жидкости у стенки. С ростом интенсивности продувки данный глобальный вихрь разбивается на два локальных – один у поверхности, другой – у дна ковша (вариант 2). И, наконец, при наибольшей интенсивности (вариант 3) придонный вихрь подавляется и остается лишь приповерхностный вихрь, а на большей части стенки жидкость движется вверх.

На основании статистического анализа (доверительная вероятность всех статистических расчетов принята равной 95 %) результатов обработки фото- и видеоматериалов найдены регрессионные зависимости скорости ( $W$ , м/с) потоков жидкости в плоскости, проходящей через оси ковша и фурмы, от интенсивности продувки ( $i$ , л/(т·мин)) и местоположения контрольных точек в ковше ( $R$  – расстояние от оси ковша (со знаком «+» – в левую сторону, со знаком «-» – в правую, см. Рис. 1, б), м;  $Z$  – расстояние от днища ковша, м). Параметры уравнения расположены в порядке убывания  $t$ -критерия,  $R^2$  – коэффициент детерминации,  $\Delta$  – ошибка определения:

$$W = 4,59 - 4,42 \exp(R) + 114,57 R^3 + 0,0052 \exp(i) + 0,347 Z, \\ R^2 = 0,67, \Delta = 0,18. \quad (18)$$

Сравнение количественных характеристик газо-жидкостных потоков, полученных в результате числен-

ного и физического моделирования доказало адекватность математической модели – расхождение данных не превышало 10%.

### Выводы

1. Предложена математическая модель гидродинамики двухфазной среды газ-расплав в литейном ковше, продуваемом через донную фурму.

2. Путем сравнения с данными физического моделирования доказана её качественная и количественная адекватность с точностью до 10%.

3. Разработанная математическая модель гидродинамических процессов в литейном ковше в период продувки через донную фурму позволяет изучить характер поведения расплава в ковше, что необходимо при дальнейшем изучении тепло- и массопереносных процессов.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Самохвалов С.Е. Метод расщепления по физическим факторам для несоленоидального движения газожидкостных сред // ИФЖ. – 1998. - №3. – С. 454 – 459.
2. Самохвалов С.Є. Теплофізичні процеси в багатозфазних середовищах: теоретичні основи комп'ютерного моделювання. – Дніпродзержинськ: ДДТУ, 1994. – 174 с.
3. Математическая модель гидродинамики расплава в заполняемом сталеразливочном ковше с учетом донной продувки металла аргоном / В.А. Вихлевщук, Ю.Н. Омесь, С.Е.Самохвалов и др. // Математичне моделювання. – 1998. – №3. – С. 75 – 79.
4. Математическая модель гидродинамики расплава в двухкамерном ковше / А.Г. Чернятевич, Е.Н. Сигарев, С.Е.Самохвалов и др. // Математичне моделювання. – 2000. – №2(5). – С. 102 – 106.