

## Математична модель процесу кристалізації маломірної мідної і сталемідної заготовок в кристалізаторі

ТИТОВА Є.С.<sup>1</sup>, СОКОЛ А.М.<sup>2</sup>, ТИТОВА Т.М.<sup>2</sup>, ОГУРЦОВ А.П.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Національна металургійна академія України, м. Дніпропетровськ

<sup>2</sup>Дніпродзержинський державний технічний університет

Представлена двовимірна математична модель, яка описує теплофізичні процеси, що мають місце при використанні промислової технології одержання мідної і сталемідної заготовки. Створено програму, що моделює теплофізичні процеси, які мають місце у водоохолоджуваному кристалізаторі під час формування безперервної заготовки з урахуванням процесів кристалізації та плавлення металу. Якісна адекватність моделі підтверджується отриманими результатами і дає змогу спостерігати процес отримання безперервної заготовки та знайти його оптимальні параметри. Математична модель, що розроблена, має широке вживання і може бути використана для вивчення процесу кристалізації маломірної безперервної заготовки з будь-якого металу чи сплаву у кристалізаторі.

Представлена двухмерная математическая модель, которая описывает теплофизические процессы, имеющие место при использовании промышленной технологии получения непрерывнолитой медной и сталемедной заготовки. Создана программа, которая моделирует теплофизические процессы в водоохлаждаемом кристаллизаторе во время формирования непрерывнолитой заготовки с учетом процессов кристаллизации и плавления меди. Качественная адекватность модели подтверждается полученными результатами, дает возможность наблюдать процесс получения непрерывнолитой заготовки и найти его оптимальные параметры. Разработанная математическая модель имеет широкое применение и может быть использована для изучения процесса кристаллизации маломерной непрерывнолитой заготовки любого металла или сплава в кристаллизаторе.

A two-dimensional mathematical model, which describes thermophysical processes, taking place at the use of industrial technology of receipt of continuous-cast copper and steel-copper billets, is presented. Created program which designs thermophysical processes in water-cooled mold during forming of continuous-cast billet, taking into account the processes of crystallization and melting of copper. High-quality adequacy of model is confirmed the got results and enables to look after the process of receipt of continuous-cast billet and find his optimum parameters. The developed mathematical model has wide application and can be used for the study of process of crystallization of small size continuous-cast billets of any metal or alloy in crystallizer pan.

**Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями.** Високі електро- і теплопровідність роблять мідь незамінною в різних галузях техніки, промисловості, будівництва та ін. При цьому сфера вживання міді може бути розширена за рахунок її зміцнення. У відсутність власних промислових розробок міді на Україні при періодичному дефіциті і постійно зростаючій ціні на неї на світовому ринку особливої актуальності набуває виробництво мідної продукції з вторинної мідної сировини.

При повсюдному вживанні в практиці світового литва установок безперервного розливання доцільність їх використання для широкомасштабного виробництва литої мідної заготовки не викликає сумнівів. Забезпечення високої продуктивності таких установок при одночасному досягненні високої якості отримуваних заготовок вимагає вдосконалення параметрів технології. Проте в реальних умовах литва високотемпературного непрозорого розплаву, здійснюваного у вакуумі, а також з врахуванням високої вартості вихідного матеріалу і устаткування пошук раціональних технологічних параметрів не представляється можливим. Тому оптимізація технології, що розробляється, здійснена із залученням математичного моделювання, що є досить перевіреним, надійним і ефективним методом вирішення подібного роду задач.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми і на які спирається автор.** На відміну від технології здобуття безперервної мідної заготовки, що розроблюється нами, відомі технологічні схеми передбачають зміцнення міді на стадії формування мідного розплаву

за допомогою використання наночасток тугоплавких сполук і армуючих металів та сплавів.

Публікації по моделюванню процесу формування безперервної мідної заготовки одиничні. Приведені в роботі [1] міркування щодо здобуття крупних мідних заготовок врахують гідродинаміку руху розплаву, що в умовах формування маломірних заготовок не може бути використано. А розроблена у роботі [2] математична модель теплофізичних процесів формування сталевомідного композиту торкається принципово іншого процесу – взаємодії багатьох сталевих гранул з мідним розплавом.

Відомі дослідження білоруських вчених по математичному моделюванню [3, 4] стосуються теплових особливостей формування дротяних заготовок з дорогіших сплавів при безперервному литті в графітовий кристалізатор. Але розробку математичної моделі автори здійснювали для циклічного процесу витягування заготовки на установці менших розмірів (порівняно з використаною в даній роботі), що зумовило певні особливості моделі. При цьому відсутність системи вакуумування дозволила перевірити адекватність моделі по вимірах температури поверхні заготовки на виході з кристалізатора. Проте особливості конструкції установки, розмірів заготовки і процесу її витягування не дозволяють використовувати запропоновану модель для технології, що розробляється нами. В той же час нам не відомі свідомості про армування міді в процесі безперервного її лиття і, відповідно, наявності математичних моделей такого процесу.

**Постановка завдання.** Об'єктом дослідження даної роботи є промислова технологія отримання мало-

мірної (малого поперечного перерізу) циліндричної мідної заготовки та технологія отримання мідної заготовки, яка армована сталеву вставкою. З метою оптимізації параметрів технологічних процесів отримання мідних заготовок створена відповідна базова математична модель, у яку у разі використання сталеву вставки внесені відповідні доповнення.

Принципова схема технології отримання маломірної безперервної мідної заготовки представлена на рис. 1.

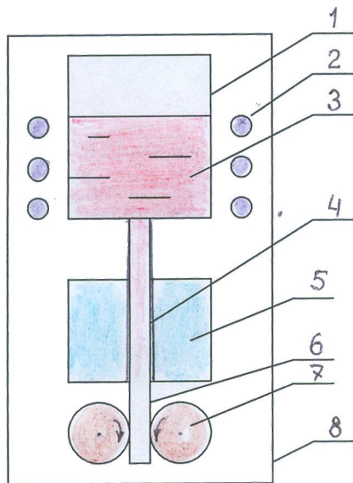


Рис. 1. Схема установки отримання маломірної безперервної мідної заготовки (позначення – в тексті)

Мідь розміщують у графітовому тиглі 1, який знаходиться в індукційній печі 2. З її допомогою через деякий час отримують мідний розплав 3 заданої температури. Після цього розплав металу подається у графітову вставку 4, яка торкається тигля 1 і входить у водоохолоджуваний кристалізатор 5. Розплав, що потрапив до кристалізатора, починає інтенсивно охолоджуватись у місцях контакту з графітовою вставкою, що зумовлює початок процесу кристалізації і появу на поверхні заготовки 6 скоринок металу. По мірі проходження заготовкою кристалізатора метал у місцях контакту з графітом охолоджується все більше і поверхнева скоринок збільшується (становиться більш товстою). На виході з кристалізатора встановлені тягучі ролики 7, за допомогою яких можна керувати швидкістю витяжки заготовки, що формується. Отже у результаті здійсненого процесу отримуємо металеву заготовку, яка на виході з кристалізатора має буди закритізованою. (Вся система знаходиться у вакуумній камері 8). На виявлення міри кристалізації заготовки і націлено математичне моделювання.

У відповідності зі схемою на рисунку 2 зроблені наступні уточнення і позначення. Розплав міді заданої температури 1 ( $0 < r < R_1$ ) потрапляє до кристалізатора, висота якого  $H$ , і який складається з графітової вставки 2 ( $R_1 < r < R_2$ ) та резервуару 3 з водою для охолодження, внутрішня стінка якого 4 ( $R_2 < r < R_3$ ) виконана із міді. Заготовка рухається по кристалізатору згори вниз. Введення сталеву вставку-дроту здійснюють по центру формуютьуючої графітової вставки. Процес кристалізації починається біля стінок графітової вставки, де має місце інтенсивний тепловідвід.

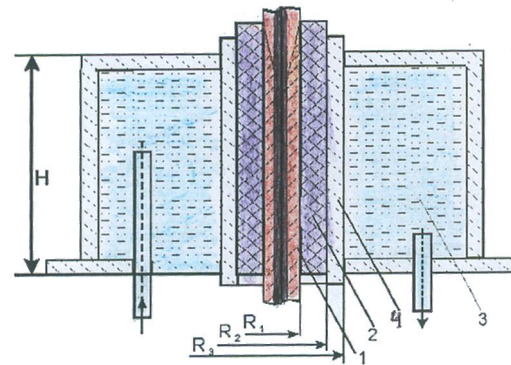


Рис. 2. Схема вузла водоохолоджуваного кристалізатора

Тривалість перебування металу в рідкому стані грає важну роль. Отже, за рахунок зміни температурних режимів лиття, режиму охолодження (кількість води, що підводиться до водоохолоджуваного кристалізатора) та швидкості витягування заготовки надається змога керувати процесом утворення скоринок та температурою заготовки на виході з кристалізатора, які можуть досить істотно впливати на якість продукції.

**Виклад та обґрунтування отриманих результатів дослідження.** З метою оптимізації параметрів технологічного процесу отримання мідної заготовки була створена відповідна математична модель, яка описує теплофізичні процеси у водоохолоджуваному кристалізаторі з урахуванням кристалізації та плавлення заготовки.

В силу наявності осової симетрії обмежилися двома вимірами циліндричних координат. У якості розрахункової області вибрали половину осового перерізу, яку розділили на 3 окремі вертикальні зони: зона заготовки ( $0 < r < R_1$ ); зона графітової вставки ( $R_1 < r < R_2$ ); внутрішня стінка ємності з водою ( $R_2 < r < R_3$ ). У кожній з цих зон розрахунок теплофізичних параметрів здійснюється окремо. Границі позначили наступним чином: 1 – верхня горизонтальна; 2 – ліва бічна; 3 – нижня горизонтальна; 4 – права бічна.

1. Зона заготовки ( $0 < r < R_1$ ).

Теплофізика описується рівнянням теплопровідності з урахуванням процесів кристалізації та плавлення металу:

$$C_e(T)\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T),$$

де  $C_e(T)$  – ефективний коефіцієнт теплоємності міді.

$C_e(T)$  в припущенні лінійної залежності кількості затверділого металу від температури записується наступним чином:

$$C_e(T) = \begin{cases} C & T < T_S, \\ C + \frac{Q}{T_L - T_S} & T_S \leq T \leq T_L, \\ C & T_L < T, \end{cases}$$

причому теплоємність  $C$  також залежить від температури:

$$\text{при } T < T_S \quad C = C_S, \text{ а при } T > T_L \quad C = C_L,$$

у двофазній зоні:

$$C = C_L(1-\psi) + C_S\psi,$$

де  $\psi$  – частка затверділого металу;  $C_L$  і  $C_S$  – теплоємність рідкого та твердого металу відповідно;  $T_L$  і  $T_S$  – температура ліквідусу та температура солідусу металу відповідно.

Записуючи різницевий аналог, матимемо:

$$T_{i,j}^{n+1} = T_{i,j}^n + \frac{\tau}{C_{i,j}\rho_{i,j}} \left[ \frac{r_{i,j}\lambda_{i,j}(T_{i+1,j} - T_{i,j}) - r_{i-1,j}\lambda_{i-1,j}(T_{i,j} - T_{i-1,j})}{r_{i,j}\Delta r^2} + \frac{\lambda_{i,j}(T_{i,j+1} - T_{i,j}) - \lambda_{i,j-1}(T_{i,j} - T_{i,j-1})}{\Delta z^2} \right].$$

Записане рівняння теплопровідності слід доповнити граничними умовами.

*1-ша границя.* Задана температура розплаву:

$$T = T_0,$$

*2-га границя.* Умова теплоізоляції:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0.$$

*3-тя границя.* Умова теплоізоляції:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0.$$

*4-та границя.* Умова теплообміну з графітовою вставкою:

$$-\lambda^m \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha(h)(T^m - T^{zp}).$$

2. *Зона графітової вставки* ( $R_1 < r < R_2$ ).

Теплофізика описується рівнянням теплопровідності:

$$C\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T).$$

Різницевий аналог цього рівняння запишеться аналогічно чином, як і в попередній зоні.

Записане рівняння теплопровідності слід доповнити граничними умовами.

*1-ша границя.* Умова теплоізоляції:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0.$$

*2-га границя.* Умова теплообміну із мідною заготовкою:

$$-\lambda^{zp} \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha(h)(T^m - T^{zp}).$$

*3-тя границя.* Умова теплоізоляції (аналогічно першій границі).

*4-та границя.* Умова безпосереднього теплового контакту з внутрішньою мідною стінкою кристалізатора (рівність температур та теплових потоків на границі):

$$T^{zp} = T^m, \lambda^m \frac{\partial T^m}{\partial r} = \lambda^{zp} \frac{\partial T^{zp}}{\partial r}.$$

Із умови рівності теплових потоків знаходимо температуру, яка б забезпечувала цю рівність. Потім розраховуємо потік, який забезпечує знайдена температура, і задаємо його на границі.

**3. Внутрішня стінка ємності з водою** ( $R_2 < r < R_3$ ).

Теплофізика описується рівнянням теплопровідності:

$$C\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T).$$

Різницевий аналог цього рівняння запишеться аналогічно чином, як і в попередній зоні.

Рівняння теплопровідності слід доповнити граничними умовами.

*1-ша границя.* Умова теплоізоляції:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0.$$

*2-га границя.* Умова безпосереднього теплового контакту з внутрішньою мідною стінкою кристалізатора (рівність температур та теплових потоків на границі):

$$T^{zp} = T^m, \lambda^m \frac{\partial T^m}{\partial r} = \lambda^{zp} \frac{\partial T^{zp}}{\partial r}.$$

*3-тя границя.* Умова теплоізоляції (аналогічно першій границі).

*4-та границя.* Заданий тепловий потік, який відводиться у напрямку води кристалізатора:

$$-\lambda^m \frac{\partial T^m}{\partial r} = K\Delta TG, \text{ де}$$

$\Delta T$  – перепад температури води у кристалізаторі (від входу до виходу; за результатами фізичного моделювання відомо, що  $\Delta T = 5 \div 8^\circ$ );  $G$  – витрати води,  $\text{м}^3/\text{годину}$ ;  $K$  – емпіричний коефіцієнт (за результатами фізичного моделювання відомо, що  $K = 1000$ ).

Нижче, у таблицях 1 і 2, наведені конкретні значення геометричних та теплофізичних параметрів, які використовували для даної установки.

Таблиця 1. Геометричні параметри моделі

Параметр	Одиниці вимірювання	Значення
Висота кристалізатора	м	0,05
Радіус заготовки ( $R_1$ )	м	0,004
Радіус струменя рідкого металу	м	0,004
Радіус графітової вставки (внутрішній)	м	0,004
Радіус графітової вставки (зовнішній, $R_2$ )	м	0,007
Радіус внутрішньої стінки кристалізатора ( $R_3$ )	м	0,009
Крок по радіусу	м	0,00025
Крок по висоті	м	0,002

У програмному середовищі Borland Delphi 7 розроблена програма, яка є реалізацією математичної моделі. Відповідно, всі наведені вище параметри моделі є параметрами програми та можуть змінюватись.

Таблиця 2. Теплофізичні параметри моделі

Параметр	Одиниці вимірювання	Значення
Температура мідного розплаву	°C	1250
Початкова температура міді в кристалізаторі	°C	1000
Температура солідусу міді	°C	1078
Температура ліквідусу міді	°C	1088
Початкова температура графітової вставки	°C	30
Початкова температура мідної стінки кристалізатора	°C	30
Щільність рідкої міді	кг/м <sup>3</sup>	8200
Щільність твердої міді	кг/м <sup>3</sup>	8900
Щільність графіту	кг/м <sup>3</sup>	2230
Теплопровідність рідкої міді	Вт/(м·К)	245
Теплоємність рідкої міді		450
Теплопровідність твердої міді	Вт/(м·К)	295
Теплоємність твердої міді	Дж/(кг·К)	380
Теплопровідність графіту	Вт/(м·К)	400
Теплоємність графіту	Дж/(кг·К)	690
Теплота фазового переходу	КДж/кг	214

У програмі передбачена можливість відображення результатів розрахунків як у графічному, так і у чисельному вигляді. При цьому чисельні дані подаються у вигляді таблиці. При графічному відображенні температура виводиться у вигляді ізоліній (лінії, вздовж якій значення показника не змінюється). Окремими лініями відображаються температура солідусу та температура ліквідусу.

Нижче приведемо результати, які отримані за допомогою розробленої програмної реалізації математичної моделі. Слід зазначити, що з плином часу процес кристалізації втрачає залежність від нього (часу), тобто стабілізується і становиться стаціонарним. Саме до цього моменту і велися розрахунки.

Розглянемо протікання процесу при наступних розрахункових параметрах:

$$V_e = 13 \text{ м/год}, G = 40 \text{ м}^3/\text{год}, T_0 = 1250^\circ \text{ C.}$$

Результати розрахунку зображені на рис. 3.

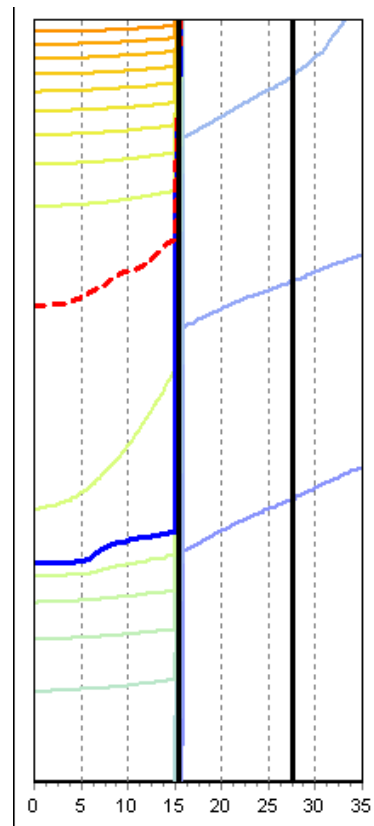


Рис. 3. Розрахункова температура при  $V_e = 13 \text{ м/год}, G = 40 \text{ м}^3/\text{год}, T_0 = 1250^\circ \text{ C.}$

Як бачимо, при таких параметрах заготовка, починаючи вже з кінця другої треті кристалізатора, повністю затверділа. Отже необхідний тепловідвід забезпечено і установка може безаварійно працювати.

Отримані результати представлені графічно на рис. 4, де по вертикалі зображена товщина скоринки на виході із кристалізатора у % від радіуса заготовки.

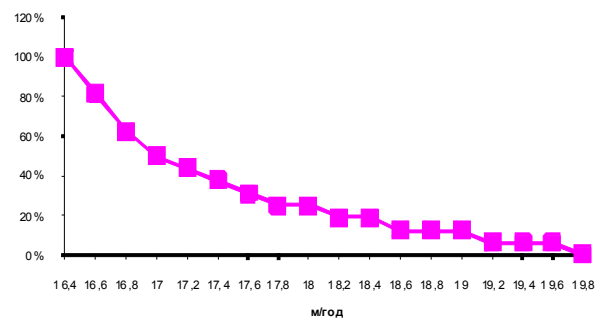


Рис. 4. Залежність товщини скоринки від швидкості витягування заготовки.

Характер залежності товщини скоринки від швидкості витягування для різних режимів охолодження

схожий. Відмінним є безпосередньо діапазон зміни швидкості при заданому охолодженні. Для  $G = 45 \text{ м}^3/\text{год}$  цей діапазон  $16,4 - 19,8 \text{ м}/\text{год}$ . Для  $G = 30 \text{ м}^3/\text{год}$  цей діапазон  $9,1 - 10,1 \text{ м}/\text{год}$ . Отже істотною відмінністю розглянутих вище двох випадків є те, що в першому забезпечується більш широкий робочий діапазон, в якому можна керувати процесом кіркоутворення за допомогою швидкості витягування заготовки. В другому ж випадку цей діапазон значно вузький. Але в обох випадках маємо змогу, знаючи необхідну мінімальну товщину скоринки, визначити максимальну швидкість витягування, при якій неможливий прорив оболонки заготовки.

В результаті, використовуючи програмну реалізацію створеної математичної моделі, можемо скласти таблиці, за допомогою яких оператор технологічної установки завжди зміг би визначити оптимальні з якоїсь позиції (необхідно конкретизувати критерій оптимальності) параметри технологічного процесу.

Для врахування наявності сталевго сердечника математичну модель було вдосконалено – додано ще одну розрахункову зону. Це – зона армуючої (в даному випадку – сталевго) вставки. Враховано наплавлення шару міді на сталевий дріт, що подається в кристалізатор, і можливого плавлення мідної оболонки.

Теплофізика процесу описується рівнянням теплопровідності:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T).$$

Різницевий аналог цього рівняння аналогічний наведеним вище. Записане рівняння слід доповнити відповідними граничними умовами.

*1-ша границя.* Задано температуру сталевго дроту:

$$T = T_0.$$

*2-га границя.* Умова теплоізоляції:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0.$$

*3-тя границя.* Умова теплоізоляції:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0.$$

*4-та границя.* Умова теплообміну з розплавом міді:

$$-\lambda^{cm} \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha(h)(T^{cm} - T^m).$$

Результати чисельних експериментів, проведених при наявності сталевго вставки-дроту, представлені на рис. 5.

**Висновки з проведеного дослідження і перспективи подальших розробок у даному напрямку.** Математична модель, яка побудована для промислової технології отримання мідної заготовки, що розробляється, може використовуватись також для моделювання подібних технологій формування у кристалізаторі інших металів або їх сплавів. Це досягається завдяки зміні теплофізичних параметрів відповідних частин установки для лиття та параметрів самого металу або сплаву, які фігурують у математичній моделі.

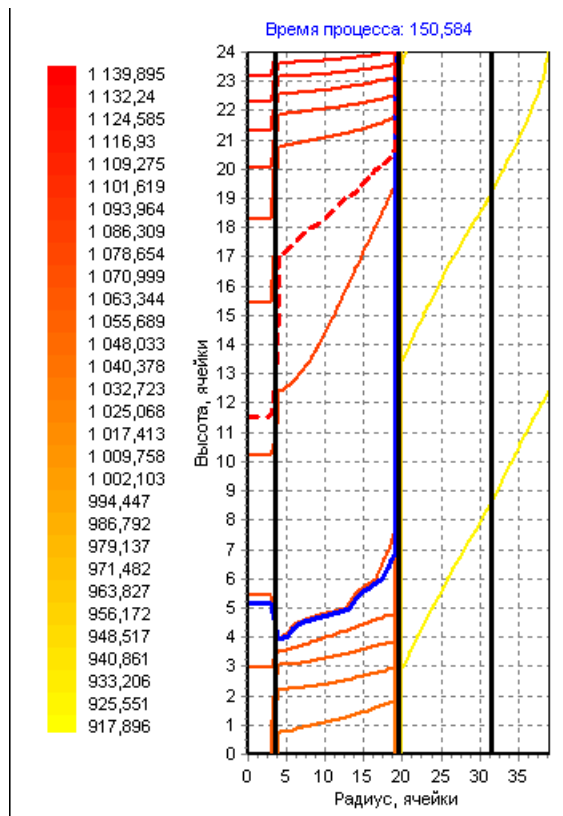


Рис. 5. Розрахункова температура при  $V_e = 25 \text{ м}/\text{год}$ ,  $G = 60 \text{ м}^3/\text{год}$ ,  $T_0 = 1100^\circ\text{C}$ .

З огляду на наявність математичної моделі та її програмної реалізації можна створити АРМ (автоматизоване робоче місце) оператора, яке б було обладнане ПЕОМ та відповідним програмним забезпеченням для розрахунку або навіть оптимізації параметрів отримання маломірної безперервнолітої мідної або сталемідної заготовки.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Смирнов А. Н., Антыкуз О. В., Савенков Ю. Д. / Особенности полунепрерывной розливки медных заготовок и оптимизация режимов осциляции кристаллизатора / Научные работы ДонНТУ. Металлургия. – Выпуск 11 (159). – С.145–153.
2. Затуловский А.С., Пономаренко Ю.Н. Теплофизика и кинетика формирования макронеоднородного литого композита системы медный расплав-сталь / Процессы литья. – 2007. – №4. – С. 47–52.
3. Моделирование процесса вертикального непрерывного литья проволочных заготовок / Е.И. Марукович, В.А. Пумпур, В.А. Харьков и др. / Литье и металлургия. – 2006. – №1. – С.12 – 15.
4. Анализ тепловых особенностей формирования непрерывнолитых проволочных отливок / Е.И. Марукович, А.М. Брановицкий, Ю.А. Лебединский и др. / Литье и металлургия. – 2008. – №2. – С.5–7.