5. Казакевич В.В. Автоколебания (помпаж) в компрессорах: моногр./В. В. Казакевич. – М.: Машиностроение, 1974. – 264 с.
6. Вильнер Я. М. Лабораторный практикум по гидравлике и гидравлическим машинам (насосам) / Я. М. Вильнер, И. П. Вопнярский. – Минск.: Высшая школа, 1967. – С. 169 – 170.
7. Гоцуленко В. Н. Экспериментальное исследование автоколебаний в системе, включающей лопастной насос с монотонно убывающей напорной характеристикой / В.Н. Гоцуленко, Н. Н. Гоцуленко // Энерго-машиностроение. – 1978. – № 5. – С. 44 – 45.
8. Гоцуленко В. В. К проблеме неустойчивости лопастных насосов при малых величинах кавитационного запаса / В. В. Гоцуленко, В. Н. Гоцуленко // Наукові праці ДонНТУ. – 2002. – Вип. 51. – С. 64 – 68.
9. Чарный И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах /И. А. Чарный − М. − Л.: Гостехиздат, 1951. – 225 с.
10. Основы теории колебаний / [Мигулин В. В., Медведев В. И., Мустель Е. Р., Парыгин В. Н.] . – М. : Наука, 1978. – 393 с.
11. Березин И. С. Методы вычислений / И. С. Березин, Н. П. Жидков. – М.: Физматлит, 1959. – 620 с.
12. Холл Дж. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений / Дж. Холл, Дж. Уатт. – М.: Мир, 1979. – 312 с.
13. Гоцуленко В.В. Комп'ютерна техніка в інженерних розрахунках. /Гоцуленко В.В. – Запоріжжя: ЗДІА, 2009. – 127 с.

пост. 21.02.11

Моделирование процессов конвективного переноса тепла в замкнутом объеме

САЙКО Е.Н.

Днепродзержинский государственный технический университет

Рассмотрены некоторые аспекты проблемы исследования теплопроводности пористых материалов, в частности, вопросы влияния температуры греющей поверхности на процесс передачи тепла конвекцией в порах гетерогенных систем. Предложена математическая модель гравитационной конвекции, которая дает возможность оценки интенсивности конвективного течения.
Ключевые слова: конвективный теплообмен, дисперсный материал, температурный градиент.

Розглянуті деякі аспекти проблеми дослідження теплопровідності пористих матеріалів, зокрема, питання впливу температури гріючої поверхні на процес передачі тепла конвекцією в порах гетерогенних систем. Запропонована математична модель гравітаційної конвекції, яка дає можливість оцінки інтенсивності конвективної течії.
Ключові слова: конвективний теплообмін, дисперсний матеріал, температурний градієнт.

Some aspects of problem of research of heat conductivity of porous materials are considered, in particular, questions of influence of temperature of warming surface on the process of transmission of heat convection in the pores of the heterogeneous systems. The mathematical model of gravity convection that gives an opportunity of estimation of intensity of convection flow is offered.
Keywords: convective heat transfer, permeability, disperse material, the temperature gradient.

Постановка проблемы. Пористые теплоизоляционные материалы представляют собой своеобразный класс неупорядоченных сред, особенности которых затрудняют применение традиционных методов описания структуры [1]. Сложность теоретического описания процесса переноса тепла в пористых структурах заключается не только в различных механизмах теплопереноса, но и в наличии двух фаз: собственно материала и газонаполненного порового пространства.

Передача теплоты в пористых материалах осуществляется посредством:

– кондуктивной теплопроводности твердого скелета (каркаса), образующего пористую структуру материала $\lambda_{карк}$;
– кондуктивной теплопроводности газа λ_q, находящегося в ячейках пор;
– излучения между стенками пор (радиационная теплопроводность) λ_p;
– конвекции вследствие перемещения газа в порах материала $\lambda_к$.

Следует заметить, что элементарные виды теплообмена не обособлены и в чистом виде не встречаются. Как правило, одновременно имеют место все виды теплообмена, поэтому количественная оценка вклада каждого из них в общую теплопередачу затруднена и доминирует при конкретных термодинамических условиях применения.

Анализ последних исследований и публикаций. В ряде случаев конвективный теплообмен, возникающий в порах материала, преобладает над элементарными составляющими теплообмена в пористых материалах. Поэтому теоретический анализ конвективного теплопереноса представляет собой актуальную задачу, которая сводится к разработке методики количественной оценки конвективного теплопереноса в порах гетерогенных систем.

В литературных источниках [1] приводится методика оценки характера передачи тепла в замкнутом объеме, основанная на расчетных числах Грасгофа (Gr) и Прандтля (Pr) для конкретной среды.

Процесс конвективного теплообмена принято рассматривать как элементарное явление теплопроводности, вводя при этом понятие эквивалентного коэффициента теплопроводности $\lambda_{экв}$, выражающего изменение кондуктивной теплопроводности вследствие конвекции.

Получим величину безразмерного коэффициента увеличения теплопроводности при наличии конвекционных токов, называемую коэффициентом конвекции [1]:

$$\varepsilon_k = \lambda_{экв} / \lambda \quad (1)$$

где λ - коэффициент теплопроводности среды.

В критериальной форме формула, выражающая возникновение конвекционных токов, имеет вид:

$$Ra = Gr \cdot Pr \geq 10^3 \quad (2)$$

здесь Ra – критерий Релея:

$$Gr = g\beta_0 \Delta t \frac{d^3}{\nu^2} \quad (3)$$

$$Pr = \frac{\nu}{a} \quad (4)$$

Поскольку циркуляция среды обусловлена разностью плотностей нагретых и холодных частиц и определяется критерием Релея [3], то и ε_k должно быть функцией того же аргумента, т.е.

$$\varepsilon_k = f(Ra) \quad (5)$$

При малых значениях аргумента $Ra<10^3$ (или $\lg Ra<3$) значение функции $\varepsilon_k = 1$ ($\lg \varepsilon_k = 0$). Это означает, что при малых значениях *Ra* теплопередача в порах обуславливается только теплопроводностью воздуха. При значении $10^3 < Ra < 10^6$ коэффициент конвекции

$$\varepsilon_k = 0{,}105\, Ra^{0{,}3} \quad (6)$$

При значении $10^6 < Ra < 10^{10}$ коэффициент конвекции

$$\varepsilon_k = 0{,}40\, Ra^{0{,}2} \quad (7)$$

Для оценки доли теплопередачи конвекцией в открытой поре дисперсного материала, выполним расчет по формулам (1) – (7). Принимая диапазон значений диаметра открытой поры от 9,0 мм до 20,0 мм, перепад температур на границах поры до 100 ^{0}C (максимальный для открытой поры), определим наличие конвекционных токов в открытой поре в диапазоне температур -110 ^{0}C …+1000 ^{0}C. Результаты расчета приведены на рис. 1.

Анализируя характер кривых зависимости коэффициента конвекции ε_k от температуры (рис. 1), можно сделать вывод, что при приближении к температуре, при которой конвективный ток прекращается, происходит небольшой рост коэффициента конвекции (кривая имеет некоторый «скачок») от минимально возможной величины (при определенном температурном перепаде в поре) к ε_k=1.

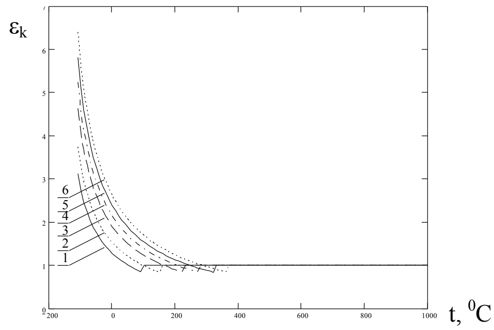


Рис. 1. Зависимость коэффициента конвекции от температуры для открытой поры при диаметрах поры: 1 – d =9 мм; 2 – d =11 мм; 3 – d =14 мм; 4 – d =16 мм; 5 – d =18 мм; 6 – d =20 мм.

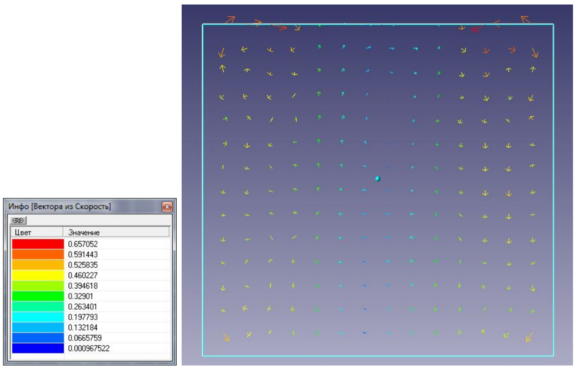
С увеличением температуры происходит снижение интенсивности теплопередачи путем конвекции, что можно объяснить взаимными помехами в движении поднимающихся и опускающихся потоков воздуха (влияние внутреннего трения воздуха о частицы), вследствие ограниченности пространства.

Соотношение чисел Gr и Pr в заданном диапазоне величин дает возможность установить наличие конвективных токов у нагретой поверхности. О точности такой оценки можно судить лишь по изменению интенсивности передачи тепла при изменении условий теплоподвода. Такая качественная характеристика процесса теплопереноса на наш взгляд не отражает реальных физических процессов, происходящих в замкнутых пространствах. Интенсивность гравитационных конвективных течений определяется не только теплофизическими характеристиками контактирующих сред, масштабными факторами, но и ориентацией греющей поверхности в пространстве. Тепло передается от поверхности в пристеночных областях, толщина которых достаточно мала. Если взять ее в качестве масштабного фактора для уравнения Грасгофа, то число Gr не будет превышать критического значения, соответствующего теплопередаче теплопроводностью. Но при нагреве пространства через боковые поверхности конвективные течения присутствуют всегда. И вопрос о том, какой вклад они вносят в теплопередачу остается актуальным.

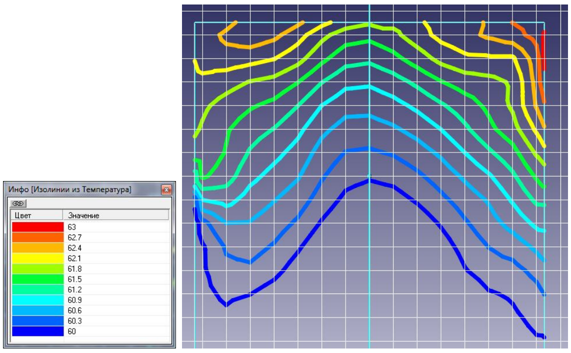
Цель работы. Необходимо разработать математическую модель конвекции внутри поры материала, решить уравнения и провести сопоставление с соответствующими теоретическими положениями.

Материалы и результаты исследований. Симуляцию процесса переноса тепла конвекцией выполняли с использованием прикладного программного пакета Flow Vision [2]. В качестве переменных величин выбирали размеры замкнутой ячейки и температуры поверхности газа. Для численного решения уравнений Навье-Стокса и неразрывности, описывающих конвективные течения использована консервативная схема расчета нестационарных уравнений в частных производных. Решение приведено на рис. 2.

На рис. 2 видно, что вдоль стенок формируются слои с относительно высокой скоростью течения. Изолинии в центре стремятся к горизонтальному положению. Такое распределение потоков оказалось характерным для всех расчетных случаев. При больших числах Gr формируется течение газа от нагретой поверхности. Именно для этих случаев в литературе [1] приведены критические числа Gr, которые формализуют процесс теплопередачи в замкнутой области. Но конвективный перенос тепла может происходить и вдоль поверхности, при этом в центре полости движение отсутствует. Такой случай в литературе [1] рассматривается как передача тепла теплопроводностью. Очевидно, что перенос энергии в граничном слое может быть весомым.



а) распределение скоростей (вектора для скорости)



б) распределение температур (изолинии для температуры)

Рис. 2. Результаты расчета конвективных течений

Для оценки интенсивности пограничного переноса тепла разработана математическая модель, связывающая температуру поверхности со скоростью конвективного течения [3].

Математическая модель гравитационной конвекции включает уравнения Навье-Стокса:

$$\rho\left[\frac{\partial V}{\partial t}+(V\cdot\nabla)V\right]=-\nabla p+\eta\nabla^2 V+\frac{1}{3}\eta\nabla(\nabla\cdot V)+\rho g \qquad (8)$$

- уравнения неразрывности (закона сохранения массы)

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho V)=0 \qquad (9)$$

- уравнения переноса тепла (закона сохранения энергии)

$$c\rho\left(\frac{\partial T}{\partial t}+V\cdot\nabla T\right)=\lambda\nabla^2 T \qquad (10)$$

- уравнение состояния

$$\rho=\rho(T) \qquad (11)$$

где неизвестные функции:

V - вектор скорости, p – давление, T – абсолютная температура газа, ρ - плотность, η - динамическая вязкость, λ - теплопроводность, t - время, g – ускорение свободного падения.

Принимаем коэффициенты η, λ, c = const (т.к. имеющиеся в среде разности температур достаточно малы).

Для упрощения прибегают к приближению Буссинеска-Обербека [4].

Пусть T_0 – некоторое значение из интервала изменения температуры в среде, при котором плотность имеет величину $\rho=\rho_0=\rho(T_0)$. Предположим, что температура T в среде мало отклоняется от T_0. Тогда уравнение состояния можно линеаризовать, оставляя лишь член 1-го порядка малости в разложении функции ρ(T) в ряд Тейлора в окрестности значения T_0:

$$\rho=\rho_0[1-\beta(T-T_0)],$$

где $\beta=-\frac{1}{\rho_0}\partial\rho(T_0)/\partial T$ - коэффициент теплового расширения газа при $T=T_0$.

Зависимость плотности от температуры (11) учитывается лишь в члене с объемной силой тяжести ρg, а в остальных случаях полагают $\rho=\rho_0$. При таких допущениях система (8) - (11) примет вид:

$$\frac{\partial V}{\partial t}+(V\cdot\nabla)V=-\frac{1}{\rho_0}\nabla p+\nu\nabla^2 V+[1-\beta(T-T_0)]g \qquad (12)$$

$$\nabla\cdot V=0 \qquad (13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+V\cdot\nabla T=a\nabla^2 T \qquad (14)$$

где $\nu=\eta/\rho_0$ – коэффициент кинематической вязкости; $a=\lambda/c\rho_0$ - коэффициент температуропроводности, значения которых соответствуют табличным для $T=T_0$.

Найдем решение граничной задачи

$$\lambda\frac{\partial T(r,\theta)}{\partial r}+\alpha T(r,\theta)\bigg|_{r=R}=f(\theta) \qquad (15)$$

для дифференциального уравнения в частных производных

$$V\frac{\partial T(r,\theta)}{\partial r}=a\cdot\Delta T(r,\theta) \qquad (16)$$

здесь $$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\left[\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}+ct\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right] \qquad (17)$$

Уравнение (10) запишем в виде:

$$\frac{\partial^2 T(r,\theta)}{\partial r^2}+\left(\frac{2}{r}-\frac{V}{a}\right)\frac{\partial T(r,\theta)}{\partial r}+ +\frac{1}{r^2}\left[\frac{\partial^2 T(r,\theta)}{\partial\theta^2}+ct\theta\frac{\partial T(r,\theta)}{\partial\theta}\right] \qquad (18)$$

Функцию $f(\theta)$ разложим по полиномам Лежандра

$$f(\theta)=\sum_{n=0}^{\infty}f_n P_n(\cos\theta) \qquad (19)$$

где

$$f_n=\frac{2n+1}{2}\int_0^{\pi}f(\theta_0)P_n(cos\theta_0)\sin\theta_0 d\theta_0 \qquad (20)$$

Приближенное решение граничных задач для уравнения (16) принимает вид:

$$T(r,\theta) \approx R \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\cdot\frac{V}{a}(R-r)\right]\times$$

$$\times\sum_{n=0}^{\infty}\frac{f_n\cdot\left(\frac{r}{R}\right)^n P_n(\cos\theta)}{\lambda\cdot(\frac{1}{2}\frac{V}{a}R+n)+\alpha\cdot R} \qquad (21)$$

Решение уравнения (21) показано на графике рис.3.

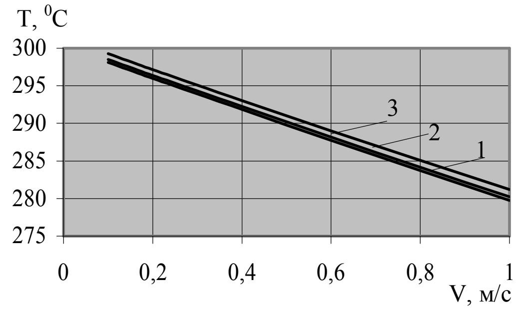


Рис.3. Решение уравнения (14) соответствующее радиусу поры: 1 – r =2,5 мм; 2 - r = 4,5 мм; 3 - r =7,5 мм

Для вертикальной греющей стенки расчетные значения числа $Nu = f(Gr,\Pr)$ приведены на рис. 4.

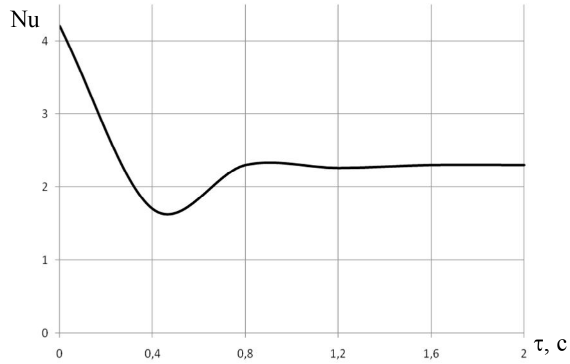


Рис.4. Изменение числа Nu во времени для условий рис. 2 (на греющей поверхности)

Выводы

Выполненные расчеты подтверждают наличие конвективных течений на греющей поверхности в замкнутых объемах газа с любыми геометрическими и энергетическими характеристиками.

По расчетным данным можно определить основные этапы теплопередачи и установить их границы. На графике рис. 4 в интервале времени $\tau = 0-0{,}4$ можно наблюдать релаксационный период теплообмена газа (воздуха) с поверхностью. Если бы конвективный перенос тепла отсутствовал, значение числа Nu приближалось бы к 1, т.е. тепловой поток, передаваемый конвекцией был бы равен тепловому потоку теплопроводностью. Минимальное значение числа Nu на графике соответствует началу конвективного переноса.

Таким образом, приведенные математическая модель и результаты расчетов дают возможность выполнить количественный анализ конвективного теплопереноса в зависимости от температуры греющей поверхности в замкнутом объеме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Михеев М.А. Основы теплопередачи / М.А.Михеев, И.М.Михеева. – М.: Энергия, 1977. – 344 с.
2. Кондранин Т.В. Применение пакетов прикладных программ при изучении курсов механики жидкости и газа: учебное пособие / Т.В.Кондранин, Б.К.Ткаченко, М.В.Березникова. – М.: МФТИ, 2005. – 104 с.
3. Полежаев В.И. Математическое моделирование конвективного тепломассообмена на основе уравнений Навье-Стокса / В.И.Полежаев, А.В. Бунэ, Н.А.Верезуб. – М.: Наука, 1987. – 275 с.
4. Берковский Б.М. Вычислительный эксперимент в конвекции / Б.М.Берковский, В.К. Полевиков. – Минск: Университетское, 1988. – 167 с. - ISBN: 5-7855-0077-9.

пост. 14 03.11