

ЛИТЕРАТУРА

1. Амелянич А.В., Макаров И.И., Широлапова Т.Б., Прохорова Е.А. Расчет на ЭВМ температурных полей при затвердевании стального слитка в изложнице // ИФЖ, 1974, -Т.26. С. 705-713.
2. Саломатов В.В., Горбунов А.Д., Мельников А.Н. Математическое моделирование теплового состояния слитков в технологической цепи от разливки до прокатки // ИФЖ, 1975, - Т.29. С.919-925.
3. Самойлович Ю.А. Формирование слитка. – М.: Металлургия, 1977.- 160 с.
4. Горбунов А.Д. Расчет процессов теплопроводности в телах сложной формы // Изв. Вузов. Черная металлургия. – 1985.-№10.-С.114-119.
5. Ефимов В.А. Разливка и кристаллизация стали.- М.: Металлургия. 1976.-552 с.
6. Самарский А.А, Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. -552 с.

пост. 31.03.2010

**Моделирование процесса получения пористых материалов с оптимальными механическими свойствами**

*СОКОЛОВСКАЯ И.Е.*

Днепропетровский государственный технический университет

В статье приводятся экспериментальные данные, на основании которых было изучено влияние различных факторов на прочностные характеристики пористых теплоизоляционных материалов. Так же была предложена математическая модель процесса термической обработки пористого материала, с помощью которой можно прогнозировать его свойства.

Ключевые слова: прочность характеристики, теплоизоляционные материалы, термообработка, экспериментальные данные.

В статті наводяться експериментальні дані, на підставі яких було вивчено вплив різних чинників на тривкі характеристики пористих теплоізоляційних матеріалів. Так само була запропонована математична модель процесу термічної обробки пористого матеріалу, за допомогою якої можна прогнозувати його властивості.

Ключові слова: міцнісні характеристики, теплоізоляційні матеріали, термообробка, експериментальні дані.

In article experimental data are presented, on the basis of which influencing was studied of different factors on the prochnostnie descriptions of porous thermoisolation materials. Similarly a mathematical model was offered of process of heat treatment of material porous, by which it is possible to forecast its properties.

Keywords: durability of description, thermoisolation materials, heat treatment, experimental data.

**Введение.** Область применения теплоизоляционных материалов напрямую зависит от теплофизических и механических свойств самого материала, которые также взаимосвязаны. Механические свойства определяют поведение материала при деформации и разрушении от действия внешних нагрузок и при температурном напряжении.

**Цель работы.** Изучить влияние различных факторов на прочностные характеристики пористых теплоизоляционных материалов.

**Материалы и результаты исследований.** Для выявления влияния характеристик термических режимов обработки на механические свойства обрабатываемого материала строилась математическая модель процесса термической обработки пористого материала [1,2]. В качестве показателей процесса, характеризующих поведение материала при деформации и разрушения от действия внешних нагрузок, были взяты модуль упругости  $Y_1$  и прочность материала  $Y_2$ . В качестве факторов, характеризующих термический режим обработки, были взяты температура термического процесса

$X_1$ , время термического воздействия  $X_2$ , влажность материала  $X_3$  и пористость материала  $X_4$ .

Для определения механических свойств при статических испытаниях наиболее часто используют данные, полученные при испытании на растяжение [3]. Испытание на растяжение проводится на специальных машинах, которые записывают диаграмму растяжения зависимости удлинения образца  $\Delta l$  (мм) от действующей нагрузки  $P$ , т.е.  $\Delta l = f(P)$ . На основе диаграммы растяжения строят диаграмму «зависимость относительного удлинения  $\delta$  (%) от напряжения  $\sigma$ ». По закону Гука (1) определяем модуль упругости  $E$ .

$$\sigma = E \delta \tag{1}$$

Предел прочности  $\sigma$  определяется:

$$\sigma = P / F \tag{2}$$

где  $P$  - нагрузка, соответствующая пределу прочности;  $F$  - исходное поперечное сечение образца.

Относительное удлинение  $\delta$  представляет отношение прироста длины образца после растяжения к первоначальной длине (%):

$$\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100, \quad (3)$$

где  $l_0$  и  $l_1$  - длина образца до и после пластической деформации соответственно.

Методика испытаний на прочность осуществляется непосредственно на готовой детали без ее разрушения. При испытании на прочность производят вдавливание в испытуемый материал индентор, изготовленный из значительно более твердого материала, чем испытуемый. О твердости судят по глубине проникновения индикатора (твердость по Роквеллу). Чем больше сопротивление материала пластической деформации, тем на меньшую глубину проникает индентор и тем выше твердость.

При определении прочности по Роквеллу в испытуемое тело вдавливаются алмазный конус с углом при вершине 120°. Конус вдавливается при приложении двух последовательных нагрузок: предварительной ( $P=10$  кгс) и основной.

Данные, полученные в ходе эксперимента, приведены в таблицах 1 и 2. Для построения моделей использовался ортогональный центральный композиционный план второго порядка с ядром  $2^4$  [4].

Таблица 1. Уровни варьирования

X	-1,414	-1	0	+1	+1,414	$\Delta$
X <sub>1</sub>	20	100	300	500	580	200
X <sub>2</sub>	0,2	1	3	5	5,8	2
X <sub>3</sub>	24	30	45	60	66	15
X <sub>4</sub>	56	60	70	80	84	10

Таблица 2. Полученные значения модуля упругости и прочности

№	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>
1	+	+	+	+	0,181	0,020
2	-	+	+	+	0,362	0,031
3	+	-	+	+	0,395	0,038
4	-	-	+	+	0,519	0,076
5	+	+	-	+	0,154	0,023
6	-	+	-	+	0,416	0,035
7	+	-	-	+	0,433	0,041
8	-	-	-	+	0,429	0,039
9	+	+	+	-	0,159	0,018
10	-	+	+	-	0,428	0,044
11	+	-	+	-	0,444	0,048
12	-	-	+	-	0,433	0,046
13	+	+	-	-	0,190	0,025
14	-	+	-	-	0,388	0,039
15	+	-	-	-	0,419	0,053
16	-	-	-	-	0,530	0,078
17	-1,414	0	0	0	0,321	0,047
18	+1,414	0	0	0	0,375	0,051
19	0	-1,414	0	0	0,322	0,046
20	0	+1,414	0	0	0,353	0,050
21	0	0	-1,414	0	0,421	0,056
22	0	0	+1,414	0	0,519	0,076
23	0	0	0	-1,414	0,283	0,038
24	0	0	0	+1,414	0,480	0,063
25	0	0	0	0	0,331	0,027

X<sub>1</sub> - температура термического процесса ( $T_1=100^\circ\text{C}$ ;  $T_0=300^\circ\text{C}$ ;  $T_{+1}=500^\circ\text{C}$ );

X<sub>2</sub> - время термического воздействия ( $t_{-1}=1\text{с}$ ;  $t_0=3\text{с}$ ;  $t_{+1}=5\text{с}$ );

X<sub>3</sub> - влажность материала ( $\varphi_{-1}=30\%$ ;  $\varphi_0=45\%$ ;  $\varphi_{+1}=60\%$ );

X<sub>4</sub> - пористость материала ( $\phi_1=60\%$ ;  $\phi_2=70\%$ ;  $\phi_3=80\%$ );

Y<sub>1</sub> - модуль упругости, МПа;

Y<sub>2</sub> - прочность, МПа.

После проведенных расчетов по алгоритму метода были получены следующие квадратичные модели зависимости Y<sub>1</sub> и Y<sub>2</sub> от исследуемых факторов X<sub>k</sub>, k=1, ... 4.

$$Y_1 = 0,376 - 0,053X_1 - 0,064X_2 + 0,005X_3 + 0,0009X_4 - 0,020X_1^2 - 0,025X_2^2 + 0,042X_3^2 - 0,003X_4^2 - 0,043X_1X_2 + 0,005X_3X_4, \quad (4)$$

$$Y_2 = 0,05 - 0,0058X_1 - 0,0089X_2 + 0,0008X_3 + 0,0006X_4 - 0,0046X_1^2 - 0,0051X_2^2 + 0,004X_3^2 - 0,0038X_4^2 - 0,0003X_1X_2 - 0,0015X_1X_3 + 0,0003X_1X_4 - 0,0004X_2X_3 + 0,0009X_2X_4 + 0,0041X_3X_4, \quad (5)$$

где X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, X<sub>3</sub>, X<sub>4</sub> - кодированные значения факторов [4,5].

Для проверки зависимости влияния факторов и их взаимодействий на показатели, а также адекватности полученных ошибок наблюдений для  $S_1^2$  и  $S_2^2$ , соответственно для Y<sub>1</sub> и Y<sub>2</sub>. Для этого каждого показателя в «нулевой» точке  $X_1=X_2=X_3=X_4=0$  были проведены четыре повторных опыта. Их результаты для значений Y<sub>1</sub>: 0,300; 0,358; 0,347; 0,319, для значений Y<sub>2</sub>: 0,023; 0,034; 0,024; 0,026.

В результате при расчете по формуле оценки дисперсии ошибки наблюдения:

$$S^2 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^4 (Y_i - \bar{Y})^2, \quad (6)$$

где Y<sub>i</sub> - наблюдаемое значение показателя Y в i-ом повторном опыте, а  $\bar{Y}$  - среднее значение Y в «нулевой» точке, получили  $S_1^2 = 0,0007$  и  $S_2^2 = 0,0000025$ .

«Пороги значимости» для оценок коэффициентов, характеризующих силу влияния факторов и их эффектов взаимодействия, находились как  $h_i \cdot S$ , где S - среднее квадратическое отклонение ошибки наблюдения,  $h_i = t_{kp}(\alpha; \varphi) \cdot \sqrt{c_i}$ ,  $t_{kp}(\alpha; \varphi)$  - критическое значение распределения Стьюдента для уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы  $\varphi$ . В проведенных исследованиях  $\varphi = 3$ ,  $c_1 = 0,05$ , для  $X_i, c_2 = 0,125$  для  $X_i^2$ ,  $c_3 = 0,0625$  для  $X_i \cdot X_j$ ,  $i, j = 1, \dots 4$  [4].

В результате расчетов по приведенной выше формуле «пороги значимости» для оценок коэффициентов составили для уровня значимости  $\alpha = 0,05$ , для показателя Y<sub>1</sub> 0,021; 0,033; 0,023, для показателя Y<sub>2</sub> 0,004; 0,0056; 0,004. Для уровня значимости  $\alpha = 0,1$  для Y<sub>1</sub> 0,014; 0,020; 0,015; для Y<sub>2</sub> 0,003; 0,0042; 0,003.

Исключив из моделей факторы и их взаимодействия, величина коэффициентов которых по модулю меньше указанных «порогов значимости», для уровня значимости  $\alpha = 0,1$  получили следующие зависимости.

$$\hat{Y}_1 = 0,374 - 0,053X_1 - 0,064X_2 - 0,020X_1^2 + 0,025X_2^2 + 0,042X_3^2 - 0,043X_1X_2, \quad (7)$$

$$\hat{Y}_2 = 0,05 - 0,0058X_1 + 0,0089X_2 + 0,0046X_1^2 + 0,0051X_2^2 + 0,0041X_3X_4, \quad (8)$$

Надо отметить, что влияние на  $Y_1$   $X_1, X_2, X_3^2, X_1 \cdot X_2$  значимо с вероятностью 0,95, а влияние  $X_1^2$  и  $X_2^2$  с вероятностью 0,90. Аналогично, влияние на  $Y_2$   $X_1, X_2, X_3 \cdot X_4$  значимо с вероятностью 0,95, а  $X_1^2$  и  $X_2^2$  с вероятностью 0,9.

Проверка адекватности полученных моделей проводилась по критерию Фишера. Расчетное значение F-статистики находилось по формуле:

$$F_p = \frac{S_{OCT}^2}{S^2}, \quad (9)$$

Для полученных моделей остаточная дисперсия находилась

$$S_{OCT}^2 = \frac{1}{n - m} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2, \quad (10)$$

где  $n=25$  – число опытов;  $m$  – число коэффициентов в модели.

В результате для  $Y_1$ :  $S_{OCT 1}^2 = 0,0053$  и  $F_{p1} = 7,56$ ; для  $Y_2$ :  $S_{OCT 2}^2 = 0,00002$  и  $F_{p2} = 8,00$ .

Табличные значения F-статистики для уровня значимости  $\alpha = 0,05$ :

$$\text{для } Y_1 F_{ТАБЛ} = F(0,05; 18; 3) = 8,675;$$

$$\text{для } Y_2 F_{ТАБЛ} = F(0,05; 19; 3) = 8,667.$$

Так как  $F_p$  для обеих моделей меньше  $F_{ТАБЛ}$ , то обе модели адекватны с надежностью 0,95 истинной зависимости и могут быть использованы для технологического анализа процесса и прогноза значений показателей  $Y_1$  и  $Y_2$ .

Так как регрессионные зависимости для модуля упругости  $Y_1$  и прочности  $Y_2$  получились адекватными экспериментальным данным, то этот факт позволил использовать их для управления процессом термической обработки. В качестве функции цепи была взята прочность  $Y_2$ , а модуль упругости  $Y_1$  был включен в ограничения. В результате получена следующая оптимизационная модель процесса термической обработки.

$$\max Y_2 = 0,05 - 0,0058X_1 - 0,0089X_2 - 0,0046X_1^2 - 0,0051X_2^2 + 0,0041X_3X_4 \quad (11)$$

$$Y_1 = 0,374 - 0,053X_1 - 0,064X_2 - 0,020X_1^2 - 0,025X_2^2 + 0,042X_3^2 - 0,043X_1 \cdot X_2 \leq 0,45 \quad (12)$$

Для определения оптимального режима термической обработки составлялась функция Лагранжа:

$$L = Y_2 + \lambda(Y_1 + X_5 - 0,45). \quad (13)$$

Для определения оптимальных значений  $X_i, i = 1, \dots, 5$  получена система уравнений.

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial X_1} = -0,0058 - 0,0092X_1 + \lambda(-0,53 - 0,4X_1 - 0,43X_2) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial X_2} = -0,0089 - 0,0102X_2 + \lambda(-0,64 - 0,5X_2 - 0,43X_1) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial X_3} = 0,0041X_4 + 0,84 \cdot \lambda \cdot X_3 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial X_4} = 0,0041X_3 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial X_5} = \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0,374 - 0,053X_1 - 0,064X_2 - 0,02X_1^2 - 0,025X_2^2 + 0,042X_3^2 - 0,043X_1 \cdot X_2 + X_5 - 0,45 = 0 \end{cases} \quad (14)$$

В результате решения данной системы уравнений получена стационарная точка функции Лагранжа в кодированных значениях переменных  $X_i$ :  $X_1 = -0,63$ ;  $X_2 = -0,87$ ;  $X_3 = 0$ ;  $X_4 = 0$ ;  $X_5 = 0,076$ ;  $\lambda = 0$ ; в натуральных величинах:  $X_1 = 174^\circ$ ,  $X_2 = 1,3$  сек.,  $X_3 = 45\%$ ,  $X_4 = 70\%$ . Точечный прогноз показателей по полученным моделям для данного термического режима обработки пористого материала составил: значение модуля упругости равно 0,413, значение прочности материала на сжатие равно 0,056.

### Выводы

Таким образом, основным фактором, определяющим прочность теплоизоляционного пористого материала, является продолжительность термического воздействия. Очевидно, что именно этот фактор определяет интенсивность теплообменных процессов в исходном материале, которая взаимосвязана с основным технологическим показателем – температурой внешнего теплоносителя.

И, тем не менее, на наш взгляд главным параметром, определяющим пористость материала, а следовательно, его прочность, является начальная влажность заготовки, поскольку от влагосодержания будет зависеть объем газообразователя – водяного пара. Отмечено также, что термодинамические параметры пара определяются температурой и продолжительностью термического контакта с теплоносителем. Таким образом, используя полученные данные можно прогнозировать свойства пористого материала.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Чураев Н.В. Физикохимия процессов массо-переноса в пористых телах. – М.: Химия, 1990. – 272 с.
2. Горлов В.Н., Мерлин А.И. Технология производства теплоизоляционных материалов. – М.: Химия, 1987. – 236.
3. Мозберг Р.К. Материаловедение. М.: Высш. шк., 1991. – 448 с.
4. Хартман К. и др. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов. – М.: Мир, 1977. – 552 с.
5. Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1976. – 279 с.