

10. Ф.М. Гольцман, Физический эксперимент и статистические выводы. - Ленинград: Изд-во ЛГУ, 1982. – 191 с.
11. М. Ашкрофт, Н. Мермин Физика твёрдого тела, в 2т., М: Мир 1977
12. Р.Флейшер, У.Хиббард. Структура и механические свойства металлов. Металлургия. М. 1967 С. 85.
13. А.М. Кривцов, Н.В. Кривцова. Метод частиц и его использование в механике деформации твердого тела. Дальневосточный МЖ ДВО РАН. 2002, Т.3. №2. С. 254-276.
14. Erkos S. Empirical many-body potential energy functions used in computer simulations of condensed matter properties. Physics Reports. 1977. V.278. №2 P. 80-105.
15. Мочалов А.А., Евфимко К.Д. Исследование влияния высокого давления на макроскопические параметры вещества //Вісник СумДУ – 2008. №1 С.156-160.
16. Мочалов А.А., Гайша А.А., Евфимко К.Д. Динамика деформации структурной единицы твердого тела от внешнего воздействия //Журнал нано- та електронної фізики – 2009. Т1, №1 С.70-79.

пост. 18.04.11

Математична модель нестационарної зміни термодинамічних параметрів при обробці металів в газостатах

ЄВФИМКО К.Д., ШАПОВАЛ Н.О.

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

Запропоновано математичну модель нестационарної зміни термодинамічних параметрів при обробці металів в газостатах. Описана методика розрахунку зміни термодинамічних параметрів процесів, що протікають в газостатах, з урахуванням кінетики наноструктурних і макроскопічних параметрів.

Предложена математическая модель нестационарного изменения термодинамических параметров при обработке металлов в газостатах. Описана методика расчета изменения термодинамических параметров процессов, протекающих в газостатах, с учетом кинетики наноструктурных и макроскопических параметров.

The mathematical model of thermodynamic parameters transient changes in the metals gas-static processing is presented. The method of calculating the thermodynamic parameters of the gas-static processes taking into account nanostructure and macroscopic parameters kinetics is described.

Аналіз проблеми. Останнім часом у світовій практиці процес обробки матеріалів в газостатах набув широкого поширення. Ізостатичне пресування дозволяє помістити матеріал в рідке або газоподібне середовище, на яке діє певний тиск, що розподіляється рівномірно по усій поверхні матеріалу. Матеріал, у свою чергу, піддається стискуванню по багатьох напрямках і утворює форму, аналогічну заготівлі, але менших розмірів. Ця технологія дозволяє отримувати матеріали з гомогенною дрібнозернистою структурою, без сегрегацій, високою міцністю та з високими та пластичними характеристиками. У багатьох випадках ці характеристики значно перевищують рівень, що досягається при гарячій деформації відповідних компактних матеріалів. Це дає можливість отримання багатьох нових матеріалів і розробки принципово нових технологій їх отримання. При правильно підібраних режимах з'являється можливість досягнення теоретичної щільності матеріалу, отримання рекордних фізико-хімічних і механічних характеристик деталей.[1]

Інструментом для здійснення усебічного об'ємного стискування служать установки гарячого ізостатичного пресування, в якому робочим тілом, що передає усебічний тиск, є інертний газ, що забезпечує умови ізостатичної дії високого тиску впродовж

тривалого часу при значних розмірах резервуару. Розробка першої установки була свого часу виконана в США в Battelle Memorial Institute під керівництвом Ч. Бойера в 1955 р. і сьогодні вони використовуються в багатьох країнах. Свое застосування газостати знаходять для будь-яких конструкційних матеріалів виконаних литвом, біметалічних матеріалів, у порошковій металургії, для з'єднання різномірних матеріалів і інших. Але висока вартість зарубіжних установок, а також використання дорогих матеріалів не дозволяють в сучасних реаліях купувати і використовувати їх в нашій країні.

Усі вищезгадані чинники дозволяють зробити висновок про те, що в даний момент в нашій країні актуальні розробка і проектування газостатів, а також вивчення процесів, що протікають при ізостатичному стискуванні і технологічних аспектів гарячого ізостатичного пресування. Одним з найважливіших етапів в цьому процесі є математичне моделювання зміни термодинамічних параметрів при обробці металів в газостатах, том що емпіричним шляхом робити такі дослідження у більшості випадків неможливо, тому що необхідно враховувати наноструктурні зміни в умовах надвисокого тиску.

Постановка задачі. У цій роботі поставлена завдача дослідити, як будуть змінюватися термодинамічні параметри тіла з часом і визначити тривалість обробки тіла у газостаті, якщо відома швидкість підведення тепла і швидкість підвищення тиску.

Основний текст. Перший початок термодинаміки для тіла масою M , до якого з певною швидкістю $\frac{dQ}{d\tau}$ підводиться тепло ззовні, при цьому воно піддається усебічному стискуванню з швидкістю $\frac{dp}{d\tau}$ має вигляд:

$$\frac{dQ}{d\tau} = \frac{dU_{\text{вн}}}{d\tau} + \frac{dA}{d\tau}, \quad (1)$$

де $\frac{dU_{\text{вн}}}{d\tau}$ — зміна внутрішньої енергії з часом; $\frac{dA}{d\tau}$ — зміна роботи деформації з часом.

Використовуючи рівняння (1) і знаючи швидкість підведення тепла і швидкість підвищення тиску, необхідно розрахувати, як будуть змінюватися термодинамічні параметри цього тіла з часом.

Швидкість підведення тепла $\frac{dQ}{d\tau}$ згідно (1) може бути записана так:

$$\frac{dQ}{d\tau} = \alpha F (T_{cp} - T), \quad (2)$$

де F — поверхня тіла; α — коефіцієнт теплоотдачі; T — поточна температура тіла; T_{cp} — температура середовища.

Знаючи масу тіла, можемо знайти площу його поверхні:

$$F = 6a^2 = 6\left(\frac{M}{\rho}\right)^{\frac{2}{3}} \quad (3)$$

де M — маса тіла; ρ — щільність тіла; a — розмір грані кубу.

Зміну внутрішньої енергії цього тіла з часом можна записати як:

$$\frac{dU_{\text{вн}}}{d\tau} = \frac{d(MC_v T)}{d\tau}, \quad (4)$$

де C_v — питома теплоємність при $V = \text{const}$.

Зміна з часом роботи деформації при усебічному

стискуванні тіла з швидкістю $\frac{dp}{d\tau}$ запишемо,

використовуючи потенціал Морзе, який дає добрі результати для металів, в наслідок його швидкого загасання із збільшенням міжатомної відстані [2,3]

$$\frac{dA}{d\tau} = \frac{dU}{d\tau} = \frac{d\left\{w\left[\left(1 - e^{-a\delta}\right)^2 - 1\right]\right\}}{d\tau} \quad (5)$$

де w — енергія дисоціації атомів металу; $\delta = \frac{r - r_0}{r_0}$ —

відносна зміна міжатомної відстані; a — константа для Fe, $a_{\text{Fe}} = 3,95$.

Перетворимо рівняння (4), беручи до уваги, що $C_v = f(T)$,

$$\frac{dU_{\text{вн}}}{d\tau} = MC_v \frac{dT}{d\tau} + MT \frac{dC_v}{d\tau} \quad (6)$$

Єдина залежна від часу змінна величина у вираженні (5) - це зміна міжатомної відстані r , крім того

ця величина істотно залежить від термодинамічних параметрів p , V , T і фізичних властивостей цієї речовини.

Виразимо $\delta = \frac{r - r_0}{r_0}$ скориставшись рівнянням

стану для твердого тіла [4]:

$$v = v_0(1 + \beta(T - T_0) - k(p - p_0)), \quad (7)$$

де v_0 — питомий тіла при $T = T_0$, $p = p_0$; β — коефіцієнт об'ємного розширення тіла; k — коефіцієнт об'ємного зтиснення тіла; p — поточний тиск; T — поточна температура тіла.

Тоді, міжатомну відстань при p_0, T_0 можна записати так

$$r_0 = \sqrt[3]{\frac{\mu}{N_A}} \cdot \sqrt[3]{v_0} \quad (8)$$

Згідно виразу (8) r_0 можливо представити у вигляді наступної залежності:

$$r_0 = a_1 \sqrt[3]{v_0}, \quad (9)$$

де $a_1 = \sqrt[3]{\frac{\mu}{N_A}}$.

Аналогічним чином запишеться залежність міжатомної відстані r через поточний питомий об'єм тіла v :

$$r = a_1 \sqrt[3]{v}. \quad (10)$$

Використовуючи вирази (10) і (11), отримаємо вираз для відносної зміни міжатомної відстані:

$$\delta = \frac{r - r_0}{r_0} = \sqrt[3]{\frac{v}{v_0}} - 1 \quad (11)$$

Підставимо вирази (7) в (11) і (5), диференціюючи, після перетворення отримаємо:

$$\frac{dA}{d\tau} = -\frac{2}{3} a w e^{-a\delta} (1 - e^{-a\delta}) \left(\frac{v}{v_0}\right)^{-\frac{2}{3}} \left(\beta \frac{dT}{d\tau} - k \frac{dp}{d\tau}\right) \quad (12)$$

Далі, шляхом підстановки виразів (2), (6), (12) в (1) отримаємо диференціальне рівняння, що зв'язує усі термодинамічні параметри що змінюються з часом:

$$6\alpha(Mv_0)^{\frac{2}{3}}(T_{cp} - T) = MC_v \frac{dT}{d\tau} + MT \frac{dC_v}{d\tau} - \frac{2}{3} a w (1 - e^{-a\delta}) \left(\frac{v}{v_0}\right)^{-\frac{2}{3}} \left(\beta \frac{dT}{d\tau} - k \frac{dp}{d\tau}\right) \cdot M \cdot e^{-a\delta} \quad (13)$$

Для вирішення цього диференціального рівняння, з формули (13) виразимо $\frac{dp}{d\tau}$:

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{6\alpha(M \cdot v_0)^{\frac{2}{3}}(T_{cp} - T) - M \cdot C_v \frac{dT}{d\tau} + \frac{2}{3} a \cdot w \cdot M \cdot e^{-a\delta} (1 - e^{-a\delta}) \left(\frac{v}{v_0}\right)^{-\frac{2}{3}} k}{\frac{2}{3} a \cdot w \cdot e^{-a\delta} (1 - e^{-a\delta}) \left(\frac{v}{v_0}\right)^{-\frac{2}{3}} \beta} \quad (14)$$

$$+ \frac{\frac{2}{3} a \cdot w \cdot e^{-a\delta} (1 - e^{-a\delta}) \left(\frac{v}{v_0}\right)^{-\frac{2}{3}} \beta \frac{dT}{d\tau}}{\frac{2}{3} a \cdot w \cdot M \cdot e^{-a\delta} (1 - e^{-a\delta}) \left(\frac{v}{v_0}\right)^{-\frac{2}{3}} k}$$

Залежність температури від тиску виразимо формулою:

$$T = T_0 + \frac{kC_v}{\nu_0\beta^2} \ln \left| \frac{1 + \frac{\nu_0\beta}{C_v} p}{1 + \frac{\nu_0\beta}{C_v} p_0} \right| - \frac{k}{\beta} (p - p_0). \quad (15)$$

Продиференціювавши рівняння (15), отримаємо:

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{k}{\beta} \left(\frac{1}{1 + \frac{\nu_0\beta}{C_v} p} - 1 \right) \frac{dp}{d\tau}. \quad (16)$$

В рівняння (14) підставимо рівняння (16)

$$\frac{dp}{d\tau} = 6\alpha(M\nu_0)^{\frac{2}{3}}(T_{cp} - T) \times \left(\left(MC_v - \frac{2}{3} a w e^{-a\delta} (1 - e^{-a\delta}) \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^{\frac{2}{3}} \beta \right) \frac{k}{\beta} \left(\frac{1}{1 + \frac{\nu_0\beta}{C_v} p} - 1 \right) + \frac{2}{3} a M w e^{-a\delta} (1 - e^{-a\delta}) \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^{\frac{2}{3}} k \right)^{-1} \quad (17)$$

Вирішення цього диференціального рівняння можливе тільки чисельним методом, внаслідок чого отримаємо залежність зміни тиску і температури при заданій швидкості підведення тепла. Для розрахунків рівнянь моделі був створений програмний комплекс, який дозволив розрахувати вищевказані залежності.

Висновки

На базі запропонованої математичної моделі, шляхом проведення чисельного експерименту отримано теоретичні залежності термодинамічних параметрів, з урахуванням наноструктурних та макроскопічних змін, що дозволяють визначити тривалість обробки тіла у газостаті і оптимізувати швидкість підведення тепла і підвищення тиску, зменшити тривалість обробки, а як наслідок, зменшити енергетичні витрати. Ці данні допоможуть створити більш сучасні газостати та модернізувати існуючі, що надає можливість створювати вироби, відповідаючі вимогам часу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Падалко А.Г. Практика горячего изостатического прессования неорганических материалов. - М. : ИКЦ "Академкнига", 2007. - 267 с
2. Erkos S. Empirical many-body potential energy functions used in computer simulations of condensed matter properties. Physics Reports. 1977. V.278. №2 p.80-105
3. Мочалов А.А., Евфимко К.Д. Исследование влияния высокого давления на макроскопические параметры вещества //Вісник СумДУ – 2008. №1 С.156-160
4. М. Ашкрофт, Н. Мермин Физика твёрдого тела, в 2т., М: Мир 1977.

пост. 18.04.2011

