

4. Чернятевич А. Г. Гидродинамические закономерности нанесения шлакового гарнисажа на футеровку конвертера / А. Г. Чернятевич, Е. А. Сигарев, Е. А. Чубина // *Металлы и литье Украины*. — 2005. — №3—4. — С. 45—47.
5. Огурцов А. П. Математичне моделювання теплофізичних процесів у багатофазних середовищах / А. П. Огурцов, С. Є. Самохвалов — Київ : Наукова думка. — 2001. — 409 с.

пост. 26.12.2011

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОПРЯЖЕННЫХ ПРОЦЕССОВ ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЛИТЕЙНОМ КОВШЕ

*ГРЕСС А.В., САМОХВАЛОВ С.Е., СТОРОЖЕНКО С.А., КАБАКОВ Д.Ю.*

Днепродзержинский государственный технический университет

Представлена математическая модель тепловых процессов в литейном ковше, продуваемом через донную фурму.

Представлено математичну модель теплових процесів у ливарному ковші, що продувається крізь донну фурму.

We present the mathematical model of the heat process in the foundry bucket. The bucket is blown out through the bottom form.

Математическая модель теплопереносных процессов в газо-жидкостной среде расплав-газ, построенная в рамках концепции взаимодействующих и взаимопроницающих континуумов по методике, описанной в монографии [1], представлена в работе [2] применительно к установке ковш-печь. С помощью этой модели было проведено ряд численных исследований теплового состояния расплава [3]. Следует отметить, что в работе [2] лишь выписаны основные уравнения теплопереноса в газожидкостной среде и ничего не сказано о методе их решения. В работе [4] представлена адекватная трёхмерная математическая модель динамики расплава в литейном ковше при его продувке технологическими газами.

Тепловое состояние ковша определяющим образом отражается на технологических показателях процесса разлива и качестве готовой продукции. Ввиду дальнейшего ужесточения требований к качеству готового литья на фоне обеспечения высокой стабильности технологических процессов, ранее использовавшиеся методы и методики определения теплового состояния ковша, не учитывавшие гидродинамические особенности поведения жидкого металла при его обработке, уже не отвечают современности. Причиной есть то, что процесс теплопереноса в период продувки металла газом в значительной степени определяется гидродинамикой расплава. Поэтому изучение теплового состояния расплава в ковше предполагает знание гидродинамической картины.

В данной работе предложена математическая модель гидродинамики и теплопереноса в двухфазной среде газ-расплав в литейном ковше, продуваемом через донную фурму, обобщающая гидродинамическую математическую модель, предложенную в работе [4] с учетом явлений теплопереноса.

В дополнение предположений работы [4], относящихся к динамике среды газ-расплав, в данной

работе принято, что изменение объема газовых включений вследствие изменения температуры газа пренебрежимо мало по сравнению с изменением их объема вследствие изменения ферростатического давления везде, кроме зоны ввода газа (зоны формирования барботажного режима) в околоразливной области. Кроме того, принято, что обмен теплотой с окружающей средой осуществляется посредством эффективной теплоотдачи с коэффициентами теплоотдачи, линейно зависящими от температуры (разными на поверхности металла, стенках и днище ковша).

По геометрии задачи в данной работе отказались от предположения о зеркальной симметрии модели с целью возможности изучения с её помощью в дальнейшем и несимметричных комбинаций, например вариантов продувки через две несимметрично расположенные фурмы, или с разными расходами газа, подаваемого через них, существования перегородок в ковше и т.д. Это привело к необходимости рассмотрения в качестве расчетной области полного объема ковша и замены, вследствие этого, граничных условий для рассчитываемых величин на плоскости симметрии на условия замыкания на плоскости периодичности азимутальной переменной.

Исходя из вышесказанного, использованная в работе [4] система уравнений, описывающая динамику среды газ-расплав:

$$\partial \vec{V} / \partial t = R(\vec{V}, \alpha) - \vec{\nabla} \tilde{p}, \quad (1)$$

$$R(\vec{V}, \alpha) = -(\vec{\nabla} \vec{V}) \vec{V} + \nu_e \Delta \vec{V} - \alpha \vec{g}, \quad (1')$$

$$\vec{\nabla} \vec{V} = \Psi, \quad (2)$$

$$\partial \alpha / \partial t = -\vec{\nabla}(\alpha(\vec{V} + \vec{W})) + \Psi, \quad (3)$$

дополняется уравнением конвективного теплопереноса в газожидкостной среде [1], записанным в приближении малого  $\alpha$  :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T = \vec{\nabla} \cdot [a_e (1 - \frac{3}{2} \alpha) \vec{\nabla} T] / (1 - \alpha). \quad (4)$$

Здесь, как и в [4],  $\vec{V}$  - барицентрическая скорость среды газ-расплав,  $t$  - время,  $\Psi$  и  $\vec{W}$  - объемный источник и диффузионная скорость газовой фазы,  $\tilde{p}$  - динамическая составляющая давления, деленная на плотность расплава,  $\nu_e$  - коэффициент эффективной вязкости,  $\vec{g}$  - ускорение свободного падения. Кроме того,  $T$  - температура среды, а  $a_e$  - коэффициент эффективной температуропроводности среды. Коэффициенты  $\nu_e$  и  $a_e$  включают в себя турбулентные составляющие алгебраической модели турбулентности.

Система уравнений (1) - (4) на каждом временном шаге  $\tau$ , в соответствии с методом расщепления по физическим факторам, решается в три этапа [1]:

I этап:

$$\vec{V}^n = \vec{V}^{n-1} + \tau R(\vec{V}^{n-1}, \alpha^n), \quad (5)$$

$$\alpha^{n+1} = \alpha^n + \tau \left[ -\vec{\nabla}(\alpha^n \vec{V}^n) + \Psi \right] \quad (6)$$

$$T^{n+1} = T^n + \tau \left\{ -\vec{V}^n \cdot \vec{\nabla} T^n + \vec{\nabla} \cdot [a_e (1 - \frac{3}{2} \alpha^n) \vec{\nabla} T^n] / (1 - \alpha^n) \right\}, \quad (7)$$

II этап:

$$\Delta \tilde{p}^{n+1} = \left[ \vec{\nabla} \vec{V}^n - \Psi \right] / \tau, \quad (8)$$

III этап:

$$\vec{V}^{n+1} = \vec{V}^n - \tau \vec{\nabla} \tilde{p}^{n+1}, \quad (9)$$

(здесь  $n$  - номер временного слоя). В отличие от расчетной схемы, принятой в работе [4], первый этап здесь дополнен расчетом поля температур по явной схеме (7).

Приведем для полноты представленную схему в трёхмерном случае в использованных нами цилиндрических координатах  $\rho$ ,  $\varphi$ ,  $z$ , в которых компоненты скорости среды  $\vec{V}$  будем обозначать  $u$ ,  $v$  и  $w$  соответственно:

I этап:

$$\begin{aligned} \tilde{u} = u + \tau \left\{ -u \partial_\rho u - \frac{\nu_e}{\rho} \partial_\rho u - w \partial_z u + \frac{v^2}{\rho} + \right. \\ \left. + \partial_\rho \left[ \frac{\nu_e}{\rho} \partial_\rho (\rho u) \right] + \frac{1}{\rho^2} \partial_\varphi (v_e \partial_\varphi u) + \partial_z (v_e \partial_z u) - 2 \frac{\nu_e}{\rho^2} \partial_\varphi v \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\tilde{v} = v + \tau \left\{ -u \partial_\rho v - \frac{\nu_e}{\rho} \partial_\varphi v - w \partial_z v - \frac{uv}{\rho} + \right.$$

$$\left. + \partial_\rho \left[ \frac{\nu_e}{\rho} \partial_\rho (\rho v) \right] + \frac{1}{\rho^2} \partial_\varphi (v_e \partial_\varphi v) + \partial_z (v_e \partial_z v) + 2 \frac{\nu_e}{\rho^2} \partial_\varphi u \right\}, \quad (11)$$

$$\tilde{w} = w + \tau \left\{ -u \partial_\rho w - \frac{\nu_e}{\rho} \partial_\varphi w - w \partial_z w + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\rho} \partial_\rho (v_e \rho \partial_\rho w) + \frac{1}{\rho^2} \partial_\varphi (v_e \partial_\varphi w) + \partial_z (v_e \partial_z w) + \alpha g \right\}, \quad (12)$$

$$\alpha = \alpha + \tau \left\{ -\frac{1}{\rho} \partial_\rho (\rho \alpha u) - \frac{1}{\rho} \partial_\varphi (\alpha v) - \partial_z (\alpha w + W) + \Psi \right\}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} T = T + \tau \left\{ -u \partial_\rho T - \frac{1}{\rho} v \partial_\varphi T - w \partial_z T + \left( \frac{1}{\rho} \partial_\rho [\rho a_e (1 - \frac{3}{2} \alpha) \partial_\rho T] + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\rho} \partial_\varphi \left[ \frac{1}{\rho} a_e (1 - \frac{3}{2} \alpha) \partial_\varphi T \right] + \partial_z [a_e (1 - \frac{3}{2} \alpha) \partial_z T] \right) / (1 - \alpha) \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

II этап:

$$\tilde{D} = \frac{1}{\rho} \partial_\rho (\rho \tilde{u}) + \frac{1}{\rho} \partial_\varphi \tilde{v} + \partial_z \tilde{w}, \quad (15)$$

$$\frac{1}{\rho} \partial_\rho (\rho \partial_\rho \tilde{p}) + \frac{1}{\rho^2} \partial_\varphi^2 \tilde{p} + \partial_z^2 \tilde{p} = (\tilde{D} - \Psi) / \tau, \quad (16)$$

III этап:

$$u = \tilde{u} - \tau \partial_\rho \tilde{p}, \quad (17)$$

$$v = \tilde{v} - \tau \frac{1}{\rho} \partial_\varphi \tilde{p}, \quad (18)$$

$$w = \tilde{w} - \tau \partial_z \tilde{p} \quad (19)$$

(здесь принято  $\partial_\rho = \frac{\partial}{\partial \rho}$ ,  $\partial_\varphi = \frac{\partial}{\partial \varphi}$ ,  $\partial_z = \frac{\partial}{\partial z}$ ).

При расстановке граничных условий в нашем случае важно точно обеспечить условие сопряжения всех характеристик среды (скоростей, давлений, плотностей газовой фазы, а также температуры) при  $\varphi = 0$  и  $\varphi = 2\pi$ . Для облегчения этого расчетную область удобно представить в пространстве с координатами  $\rho$ ,  $\varphi$  и  $z$  в качестве декартовых. В этом случае расчетная область принимает форму параллелепипеда, причем грань I, соответствующая значению  $r = 0$ , в реальной области вырождается в осевую линию, а грани II и III, соответствующие  $\varphi = 0$  и  $\varphi = 2\pi$ , должны быть отождествлены. Таким образом, грани II и III следует связать условиями сопряжения, а на всех остальных границах следует выбрать условия непротекания и эффективной конвективной теплоотдачи.

В разностном виде с использованием шахматной сетки для удобства расстановки граничных условий расчетная область со всех сторон окаймляется слоем заграничных ячеек. В этом случае условия сопряжения на гранях II и III реализуются тем, что заграничные значения всех характеристик среды на одной из граней выбираются равными приграничным значениям на другой, и наоборот.

Представленная математическая модель программно реализована в среде Qt.

Для проверки качественной адекватности модели была выполнена серия расчетов тепломассопереносных процессов в литейном ковше в период продувки расплава через донную фурму при различных расходах газа. На Рис.1 представлены три фрагмента тепловой картины в ковше, заполненном расплавом стали с начальной температурой 1690 °С по истечении 5-ти минут продувки с расходами газа а) 1,2 б) 2,2 и в) 3,2 л/(мин · т).

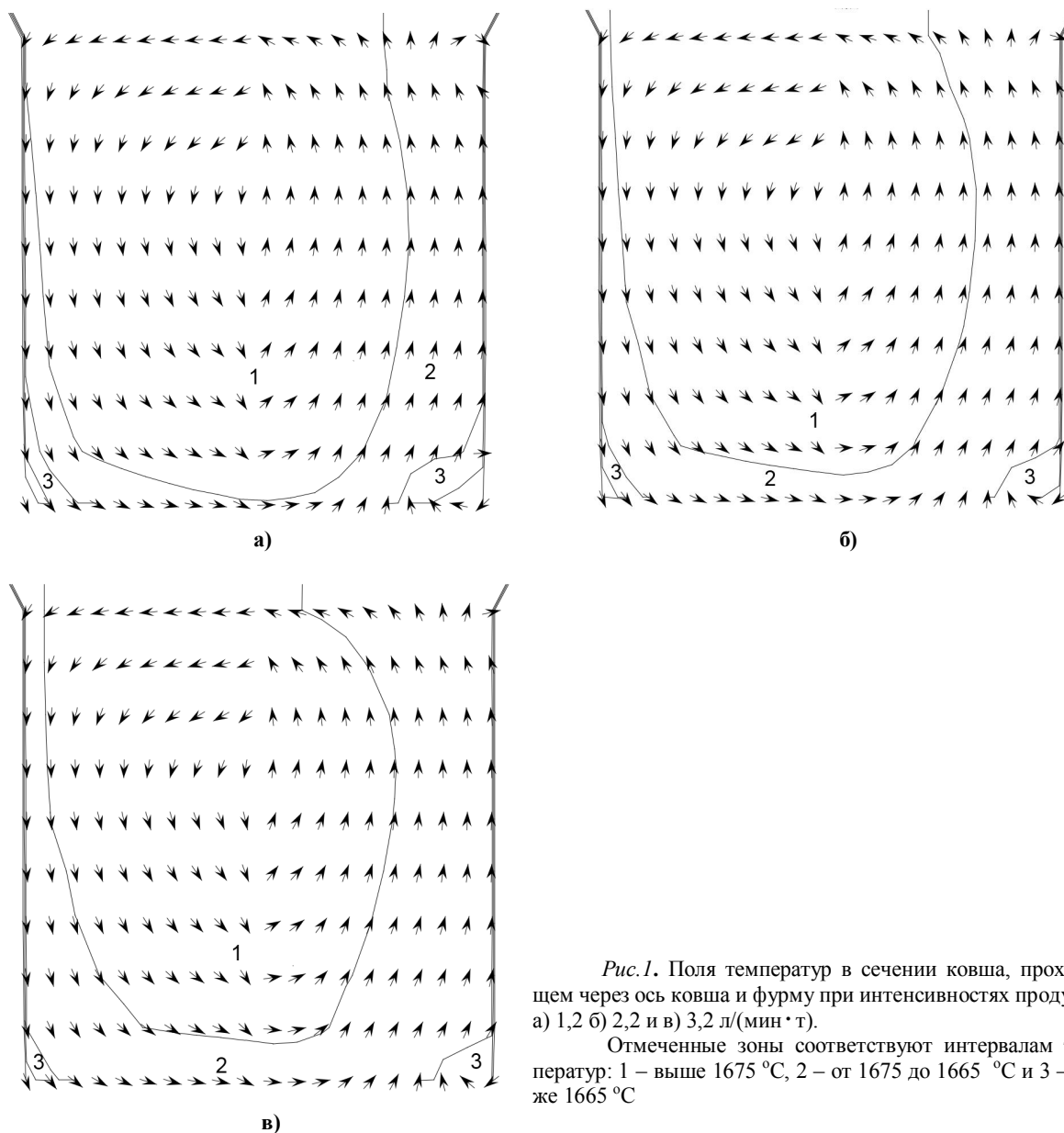


Рис.1. Поля температур в сечении ковша, проходящем через ось ковша и фурму при интенсивностях продувки а) 1,2 б) 2,2 и в) 3,2 л/(мин · т).

Отмеченные зоны соответствуют интервалам температур: 1 – выше 1675 °С, 2 – от 1675 до 1665 °С и 3 – ниже 1665 °С

Сравнение расчетных данных, представленных на Рис.1, позволяет заключить, что при увеличении интенсивности продувки, в среднем, скорость охлаждения металла увеличивается, что естественно объясняется увеличением тепловых потоков со всех внешних поверхностей вследствие более интенсивного подвода к ним горячих порций металла и наличия в результате этого больших градиентов температур у поверхностей. С другой стороны, увеличение интенсивности продувки приводит к увеличению однородности по объему ковша температурных полей, что, очевидно, связано с увеличением интенсивности перемешивания расплава. Всё это свидетельствует о качественной адекватности предложенной модели.

Здесь следует отметить существование традиционных трудностей при анализе трёхмерных полей температур, поскольку их трёхмерные конфигурации могут иметь достаточно сложную структуру, пример которой представлен на Рис.2.

Для построения таких поверхностей в разработанном пакете программ реализован метод марширующих кубов.

Для обеспечения количественной адекватности расчетов требуется выполнить настройку модели по имеющимся экспериментальным данным тепловой картины в литейном ковше, что осуществляется в настоящее время.

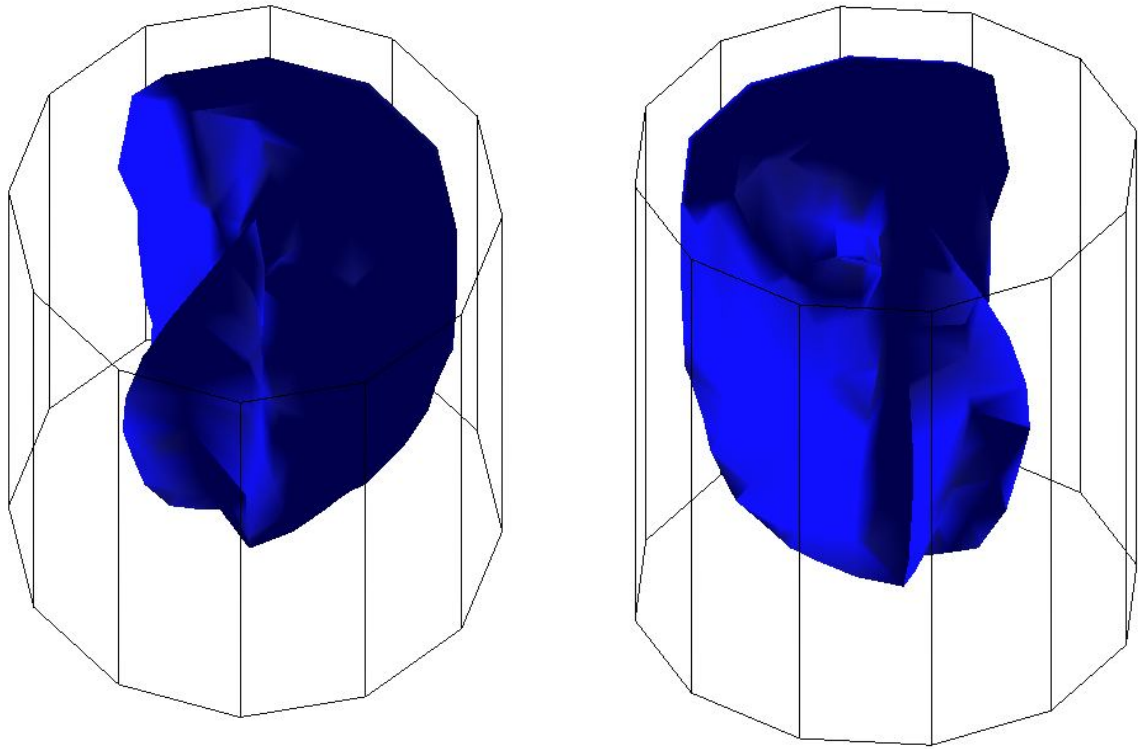


Рис.2. Исоповерхность температуры  $1675^{\circ}\text{C}$ , полученная для варианта в) и наблюдаемая с разных ракурсов

### Выводы

1. Предложена математическая модель сопряженных явлений гидродинамики и теплопереноса в литейном ковше, продуваемом через донную фурму.
2. Разработан пакет программ, реализующий данную модель, с помощью которого проведена серия тестовых расчетов, свидетельствующих о качественной адекватности модели.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Самохвалов С.Е. Теплофізичні процеси в багатофазних середовищах: теоретичні основи комп'ютерного моделювання. – Дніпродзержинськ: ДДТУ, 1994. – 174 с.
2. Исследования тепло-, массообменных процессов в ванне установки ковш-печь. Ч.1. Математическая модель / В.П. Пиптюк, С.Е.Самохвалов, И.А. Павлюченков и др. // Теория и практика металлургии. – 2008. – № 3. – С. 3-5.
3. Изучение теплового состояния ванны установки ковш-печь / В.П. Пиптюк, В.Ф.Поляков, С.Е.Самохвалов и др. // Металлург. – 2011. – №.7 – С. 50-53.
4. Гресс А.В., Стороженко С.А. Математическое моделирование гидродинамики металлической ванны в литейном ковше // Математичне моделювання. – 2011. – №.1(24) – С. 71-74.