

*Рис. 3* – Графики изменения кинематических параметров манипулятора в процессе движения

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Патент 83727. Україна. Пристрій для відсічення шлаку при випуску сталі з конвертера / С.П.

Еронько, О.М. Смірнов, О.Ю. Цупрун та ін. // Бюл. № 15.- 2008.

2. Исследование энергосиловых параметров привода манипулятора для ввода отсенок элементов в выпускной канал кислородного конвертера / С.П. Еронько, Е.В. Ошовская, С.А. Бедарев, С.В. Мечик // *Металлургическая и горнорудная промышленность*. – 2010. – №5. – С. 112–117

пост. 11.07.2011

## Математична модель утворення дотичної реакції при нестационарному прямолінійному русі колеса шахтного локомотива

ЗІБОРОВ К.А.

Державний вищий навчальний заклад «Національний гірничий університет»

У роботі на основі теоретичних досліджень параметрів руху шахтного локомотива по рейковому шляху, автором зроблена спроба сформулювати математичну модель фрикційної пари колесо-рельс, що дозволяє з більшим ступенем точності вирішувати задачі динаміки шахтного рейкового транспорту.

В работе на основе теоретических исследований параметров движения шахтного локомотива по рельсовому пути, автором сделана попытка сформулировать математическую модель фрикционной пары колесо-рельс, которая позволяет с большей степенью точности решать задачи динамики шахтного рельсового транспорта.

Theoretical studies of the motion parameters of mining locomotive on the track are given in the article. The author attempts to formulate a mathematical model of the friction pair wheel-rail, allowing a greater degree of accuracy to solve problems in the dynamics of mining rail transport.

**Вступ.** В якості виконавчого органу традиційного тягового приводу шахтного локомотива використовується колесо, яке утворює при взаємодії з рейкою фрикційну пару. Параметри колісної пари повинні відповідати вимогам оптимальності як з позицій виконання функцій опорного елемента – для сприйняття і передачі ваги локомотива на опорну поверхню, так й елемента тягового приводу – для створення сили тяги, що долає опір руху. У цьому закладені суперечності, що накладають обмеження на параметри і конструктивні рішення ряду елементів ходової частини, приводу і локомотива в цілому [1].

З одного боку, колесо, як опорний елемент, змушене відстежувати траєкторію рейкового шляху, яка через його недосконалість ніколи не буває прямолінійною у вертикальній площині, що сприяє виникненню динамічних складових навантажень у всіх ланках приводу. Сприяє динамічному навантаженню приводу й те, що колісна пара виконує функції направляючого елемента локомотива, а, отже, безпосередньо взаємодіє з рейкою і в поперечному напрямі [2, 3, 4, 5]. З іншого боку, сила тяги реалізується за допомогою тертя в місці контакту колеса і рейки, тому вона обмежена фрикційними властивостями дотичних поверхонь і силою притиснення їх один до одного [6, 7, 8].

Досвід експлуатації локомотивів свідчить про те, що певні резерви підвищення використання сили зчеплення коліс з рейками закладені в реалізації

можливостей, що залежать від умов утворення контакту бандажа й рейки і фізико-хімічних властивостей прилеглих поверхонь бандажа і рейки, а також не ідеалізованих, а реальних процесів в зоні контакту. При цьому слід зазначити, що завдання, яке полягає в дослідженні умов утворення контакту з урахуванням властивостей і форм цих поверхонь, достатньо складне.

Для шахтних умов при визначенні тягово-гальмівних характеристик необхідно також враховувати відмінність в діаметрах коліс колісної пари, знос поверхонь катання рейок і бандажів коліс, розширення колії, поганий стан стиків і стрілочних переїздів, локальні прогини рейкових ниток і нахил рейок, які в шахтних умовах визначаються технологією проведення гірських виробок і властивостями вмшучих порід.

У зв'язку із вказаними вище причинами не існує єдиної теорії зчеплення коліс локомотива з рейками, що описує взаємодію контактуючих матеріалів бандажа і рейки у всьому різноманітті процесів, що відбуваються.

**Мета роботи.** Мета роботи – визначення функціонального зв'язку силового (дотична реакція) і кінематичного (відносне ковзання) параметрів при нестационарному прямолінійному русі колеса.

**Матеріал і результати досліджень.** Зчеплення коліс з рейками є основою руху кочення, пов'язаного з реалізацією сили тяги або гальмування. У основі процесу зчеплення лежать фрикційні взаємодії, здійснювані між колесами і рейками. Кількісним показником цієї взаємодії є коефіцієнт зчеплення коліс з

рейками, що є відношенням тягового (гальмівного) зусилля до нормального навантаження коліс на рейки.

Вперше механічна і фізична природа зчеплення коліс з рейками була виявлена Н.П. Петровим. Висунута ним гіпотеза заснована на припущенні, що тертя кочення обумовлене тертям ковзання, неминуче супроводжуючим відносний зсув елементів поверхні перекочаного тіла і підстави в процесі їх контакту.

У 1950–70 рр. були закладені наукові основи фізики процесу взаємодії колеса і рейки в рудниковому транспорті, а також обґрунтовані геометричні параметри елементів путньої структури і рейкових екіпажів. У основу наукових досліджень даного напрямку покладені методи і рекомендації Ф.В. Картера [9], Дж. Калкера [10] і ін., що відносяться до механіки залізничного транспорту. Як ці, так і велика кількість інших робіт в області взаємодії колеса і рейки при коченні засновані на припущенні, що полягає в тому, що в області контакту утворюються дві зони – зона зчеплення і зона ковзання. Залежність сили зчеплення від ковзання має велике значення для теорії і практики взаємодії шляху і рухомого складу. Ця залежність необхідна для розрахунку режимів тяги і гальмування, умов сходу колісних пар з рейок, бічних сил і темпів зношування.

Результуюча сила, що передається від поверхні рейки до колеса колісної пари, розкладається на нормальну реакцію  $Q_z$ , що діє уздовж загальної нормалі, і дотичну (тангенціальну) –  $Q_{xy}$ , що діє в дотичній площині і випробовує протидію з боку сил тертя. Величина сили  $Q_{xy}$  повинна бути менше або в граничному стані рівна силі граничного тертя, тобто:

$$Q_{xy} \leq \mu \cdot Q_z, \quad 1)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт граничного тертя.

Під терміном «дотична реакція» в теорії фрикційної взаємодії розумітимемо рівнодіючу подовжньої –  $Q_x$  і бічний –  $Q_y$  реакцій опорної площини  $XOY$ , яка функціонально зв'язана із швидкістю ковзання  $\delta V$  колеса по поверхні рейки (рис.1). Швидкість ковзання колеса характеризує різні співвідношення лінійної швидкості руху колісної пари  $V_1$  (швидкість поступальної ходи) і швидкості обертального руху  $V_2 = \omega R$  ( $\omega$  – кутова швидкість,  $R$  – динамічний радіус колеса). Очевидно, що вектор лінійної швидкості руху колісної пари  $V_1$  складається з швидкості кочення колеса  $V_2$  і швидкості його ковзання  $\delta V$ , яка характеризується сукупною дією деформацій і ковзання точок контакту.

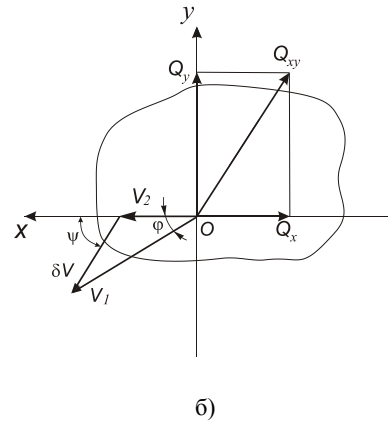
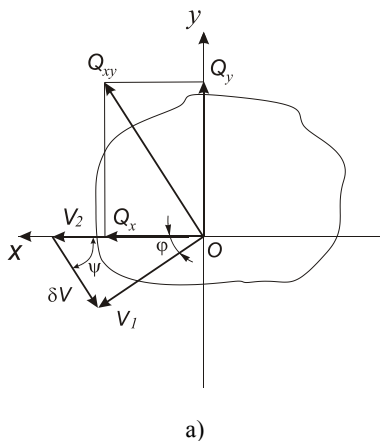


Рис. 1. Розрахункова схема сил і швидкостей: а – колеса в тяговому режимі ( $Q_{xy} > 0$ ); б – колеса в гальмівному режимі ( $Q_{xy} < 0$ )

Точку фрикційної взаємодії  $O$  приймемо за початок прямокутної системи координат  $O_{xyz}$  і помістимо в центрі плями контакту, направивши вісь  $X$  уздовж площини обертання обода колеса, яка перпендикулярна площині  $XOY$  (рис.2).

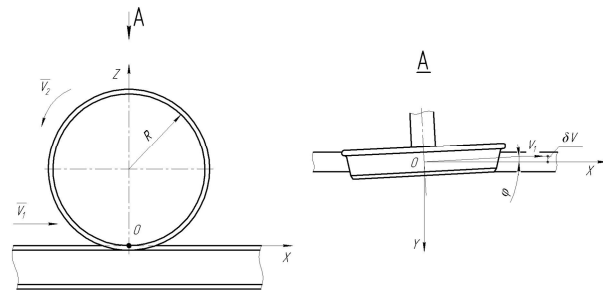


Рис. 2. Розрахункова схема моделі

Колесо, рухоме по рейці, може знаходитися у вільному ( $Q_{xy} = 0$ ), гальмівному ( $Q_{xy} < 0$ ) або тяговому ( $Q_{xy} > 0$ ) режимах. Тому, враховуючи різні співвідношення швидкості руху колісної пари  $V_1$  і швидкості обертання  $V_2$ , характеристику відносного ковзання необхідно визначати у вигляді:

$$S = \begin{cases} |\delta V|/|V_2| & \text{при } Q_{xy} > 0 \\ |\delta V|/|V_1| & \text{при } Q_{xy} < 0 \end{cases}, \quad (2)$$

Безрозмірною характеристикою дотичної реакції  $Q_{xy}$ , що становить, вважатимемо співвідношення:

$$\xi = Q_{xy}/Q_z \leq \mu, \quad 3)$$

де  $Q_z$  – нормальна реакція опорної площини;  $\mu$  – коефіцієнт граничного тертя.

При ковзанні блокованого колеса  $S = 1$ , а сили тертя в кожній  $i$ -точці контакту паралельні  $\delta V$  і рівні добутку коефіцієнта тертя  $\mu$  на нормальне навантаження  $Q_{zi}$  в цій крапці. В цьому випадку,  $Q_{xy} = \mu \sum Q_{zi} = \mu \cdot Q_z$ , а  $\xi = \mu$ .

При буксуючому колесі також  $S=1$ , але із-за поперечного ковзання точок плями контакту колеса локомотива, що обертається, з бандажем конічної форми, швидкості ковзань  $\delta V_i$  і дотичні сили  $Q_{xyi}$  точок зони контакту непаралельні. Тому для даного режиму  $\xi < \mu$ .

У режимі вільного кочення колеса  $S=0$  і  $Q_{xy}=0$ . Тому даний режим реалізується тільки у випадку плоского руху.

Відомо також [6], що контакт реальних поверхонь твердих тіл має дискретний (у вигляді плям) характер, обумовлений нерівностями цих поверхонь: відхиленням форми, хвилястістю, шорсткістю. Реальні поверхні коліс і рейок завжди мають дефекти у вигляді виступів і западин. Вони утворюються в процесі виготовлення деталей (їх обточування, фрезерування і шліфування) і далі розвиваються в результаті самої фрикційної взаємодії. Висота нерівностей і глибина западин на доріжках катання колеса і рейки різноманітна і коливаються від декількох десятків мікрон до міліметрів. Тому реальна площа контакту завжди менше номінальної, обмеженою контуром дотичних тіл. Додатково на формування дотичної реакції  $Q_{xy}$  в парі колесо – рейка надають вплив різні полідисперсні забруднення, що постійно присутні на фрикційних поверхнях і значно змінюються на різних ділянках шахтних виробок.

Тому у формуванні дотичної реакції  $Q_{xy}$  беруть участь елементарні сили  $Q_{xyi}$ , що діють на кожній з  $i$  – точок фактичного контакту. Ці сили завжди направлені убік протилежну швидкості ковзання  $i$  – точки  $\delta V_i$  на опорній поверхні і в загальному випадку нахилені під кутами  $\alpha_i$  до напрямку своєї рівнодіючої  $Q_{xy}$  (рис.3). Остання за умови незалежності  $\mu$  від напрямку  $\delta V_i$  діє в сторону, протилежну швидкості ковзання  $\delta V$  колеса як твердого тіла, а їх скалярний добуток  $Q_{xy}\delta V$  – характеризує потужність дисипативних сил в плямі контакту.

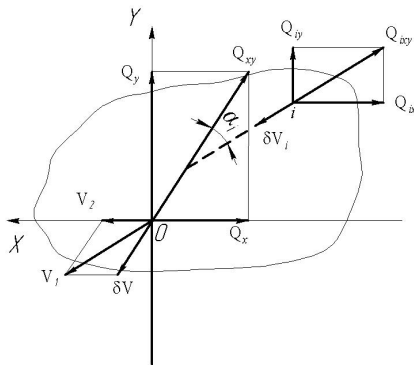


Рис. 3. Розрахункова схема сил і швидкостей в зоні ковзання  $i$ -точки плями контакту

Тому:

$$Q_{xy} = \mu \sum_{i=1}^k Q_{zi} \cos \alpha_i, \quad (4)$$

де  $k$  – число точок фактичного контакту в зоні ковзання.

Коефіцієнти подовжнього  $S_x$  і поперечного  $S_y$  ковзань відповідно до (2) визначаються залежностями:

$$S_x = \begin{cases} |\delta V_x|/|V_2| & \text{при } Q_{xy} > 0, \\ |\delta V_x|/(|V_1| \cos \varphi) & \text{при } Q_{xy} < 0. \end{cases} \quad (5)$$

$$S_y = \begin{cases} |\delta V_y|/|V_2| = (1 - S_x) \operatorname{tg} \varphi & \text{при } Q_{xy} > 0, \\ |\delta V_y|/|V_1| = \sin \varphi & \text{при } Q_{xy} < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Використовуючи залежності (5) і (6) отримаємо:

$$\operatorname{tg} \psi = \begin{cases} \operatorname{tg} \varphi (1 - S_x) / S_x & \text{при } Q_{xy} > 0, \\ \operatorname{tg} \varphi / S_x & \text{при } Q_{xy} < 0. \end{cases} \quad (7)$$

Оскільки для повного ковзання  $S = (S_x^2 + S_y^2)^{1/2}$ , то підставивши (5), (6) в (2), отримаємо:

$$S = \begin{cases} \left[ S_x^2 + (1 - S_x)^2 \operatorname{tg}^2 \varphi \right]^{1/2} & \text{при } Q_{xy} > 0 \\ \left( S_x^2 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \right)^{1/2} & \text{при } Q_{xy} < 0 \end{cases}, \quad (8)$$

Дана залежність встановлює всі необхідні кінематичні характеристики, що описують нестационарний рух колеса по прямолінійній ділянці шляху. Наступне завдання - встановити їх зв'язок з вектором дотичної реакції  $Q_{xy}$ .

Враховуючи дискретний характер формування плями контакту, можна припустити, що напрями сил  $Q_{xyi}$  різні, оскільки швидкості проковзування окремих точок плями контакту  $\delta V_i$  неоднакові за напрямом. Елементарні сили тертя  $Q_{xyi}$  утворюють при цьому

плоску систему сил, головний вектор якої  $Q_{xy}$ . Незалежно від напрямку вектора  $Q_{xy}$ , із зростанням його абсолютного значення площа зони ковзання збільшується з боку виходу колеса з контакту. Це обумовлено тим, що не пружні сили опору коченню збільшують сили  $Q_{zi}$  на вході і зменшують на виході. Тому проковзування завжди починається з найменш навантаженої частини контакту.

Для встановлення (4) необхідно вирішити відповідну контактну задачу теорії пружності, яка враховувала б дію сил тертя, з'ясувати розподіл нормальних реакцій  $Q_{zi}$ , напрями зсуву всіх точок контакту по опорній поверхні і визначити конфігурацію зони ковзання. Тому скористаємося підходом, викладеним в роботі [5]. Таке представлення фізичного процесу дозволяє замість (4) розглянути суму добутків сил  $Q_{zi}$ , що діють на всіх  $n$ -точках фактичного

контакту на відповідні значення функції  $\cos \alpha_i$  в цих точках:

$$Q_{xy} = \mu \sum_{i=1}^n Q_{zi} \cos \alpha_i, \quad (9)$$

де  $n$  – число точок фактичного контакту по всій плямі.

При цьому для точок, що знаходяться в зоні спокою, необхідно вважати  $\cos \alpha_i = 0$ . Отже, середнє значення  $\cos \alpha_i$  в (9) буде менше середнього значення цієї функції в (4), оскільки підрахунок ведеться тільки по зоні ковзання. Суми (4) і (9) можна замінити інтегралами по відповідних площах.

За своєю фізичною природою  $Q_{zi} > 0$ . Рівність середнього значення  $\cos \alpha_i = 0$  в зоні спокою можна представити у вигляді  $\cos \alpha_i > 0$  за умови  $\cos \alpha_i \rightarrow 0$ . Тоді до суми (9) або еквівалентного неї інтеграла можна застосувати теорему про середнє значення. Таким чином:

$$Q_{xy} = \mu \cdot \cos \alpha \sum_{i=1}^n Q_{zi} = \mu \cdot Q_z \cos \alpha, \quad (10)$$

де  $\cos \alpha$  – середнє значення  $\cos \alpha_i$  по всій плямі контакту.

Скориставшись (3), знаходимо:

$$\xi = \mu \cdot \cos \alpha, \quad (11)$$

Перехід від (3), (4) і (9) до (10) і (11) дає можливість встановити зв'язок між силовими і кінематичними параметрами, які характеризують кочення колеса, тобто між  $\xi$  і  $S$ . З цією метою функцію  $\cos \alpha_i$  представимо у вигляді  $1/(1+tg^2 \alpha_i)^{1/2}$ . У свою чергу,  $tg \alpha_i$  – це відношення проєкцій  $\delta V_i$  на лінію дії векторів  $\delta V$  і  $Q_{xy}$ , а також на напрям, перпендикулярний цій лінії.

Середня швидкість ковзання точок фактичного контакту  $\delta V_i$  у напрямі вектора  $\delta V$  рівна  $|\delta V|$ , а в перпендикулярному нею напрямі пропорційна добутку відносної дотичної деформації  $\varepsilon$  круга катання колеса шахтного локомотива на швидкість його кочення  $V_2$ . У свою чергу, дотична деформація в напрямі, перпендикулярному  $Q_{xy}$ , і  $\delta V$  пропорційна

пропорційна контактній жорсткості  $C$ . Використовуючи відоме співвідношення,  $ctg \alpha_i = 1/tg \alpha_i$  що слід припустити:

$$tg \alpha = \begin{cases} Q_z/CS & \text{при } Q_{xy} > 0, \\ Q_z(1-S)/CS & \text{при } Q_{xy} < 0. \end{cases} \quad (12)$$

де  $C$  – контактна жорсткість, Н;  $S$  – повне ковзання, визначуване згідно (8).

Враховуючи (12) для (11) маємо:

$$\xi = \begin{cases} \mu S / [S^2 + (Q_z/C)^2]^{1/2} & \text{при } Q_{xy} > 0, \\ \mu S / [S^2 + (Q_z/C)^2 (1-S^2)]^{1/2} & \text{при } Q_{xy} < 0. \end{cases}$$

Відношення  $Q_x/Q_z$  вважатимемо коефіцієнтом подовжньої реакції і позначимо як  $\xi_x$ , а відношення  $Q_y/Q_z$  – коефіцієнтом поперечної (осьовий) реакції і, відповідно, позначимо як  $\xi_y$ .

Геометрична сума цих коефіцієнтів дорівнює  $\xi$ :

Тому:

$$\xi = (\xi_x^2 + \xi_y^2)^{1/2}, \quad (14)$$

Використовуючи (13) і (14) з допомогою (7) і (8) можна отримати теоретичний опис функціональних зв'язків  $\xi$ ,  $\xi_x$  та  $\xi_y$  із  $S$ ,  $S_x$  або  $S_y$ .

Отримана залежність встановлює функціональний зв'язок між силовим (дотична реакція) і кінематичним (ковзанням) параметрами при нестационарному прямолинійному русі колеса. Адекватність моделі (13) встановлена шляхом її зіставлення з експериментально набутих значень коефіцієнта зчеплення для різних умов взаємодії [11,12].

## Висновок

У роботі на основі теоретичних досліджень параметрів руху шахтного локомотива по рейковому шляху сформульована математична модель реалізації колесом шахтного локомотива дотичної реакції при нестационарному прямолинійному русі, що встановлює функціональний зв'язок силового і кінематичного параметрів і що дозволяє з більшим ступенем точності вирішувати завдання динаміки шахтного рейкового транспорту.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Шахтарь П.С. Рудничные локомотивы. М.: Недра, 1982. – 296 с.
2. Вериго М.Ф., Коган А.Я. Взаимодействие пути и подвижного состава / Под ред. М.Ф. Вериго. – М.: Транспорт, 1986. – 559 с.
3. Движения в кривых участках малых радиусов // Изв. вузов. Горный журнал. – 1988. – № 4. – С.46–53.
4. Гарг В.К., Дуккипати Р.В. Динамика подвижного состава: Пер. с англ. / Под ред. Н.А. Панькина. – М.: Транспорт, 1988. – 391 с.
5. Зіборов К.А. Модель реалізації колесом шахтного локомотива сили тяги при нестационарному прямолинійному русі // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії, № 2(23), 2011, С.59–63
6. Исаев И.П., Лужнов Ю.М. Проблемы сцепления колес локомотива с рельсами. – М.: Машиностроение, 1985. – 238 с.

7. Ренгевич А.А. Коэффициент сцепления шахтных электровозов // Вопросы рудничного транспорта. Под общ. ред. Н.С.Полякова. М., 1961. – Вып.5. – С.227–247.
8. Кузнецов Б.А. Геометрические параметры контакта колеса с рельсом // Вопр. руднич. трансп. – М., 1954. – Вып.1. – С. 216–228.
9. Carter F. W. On the action of locomotive driving wheel // Proceedings of Royal Society of London. Ser. A. –1926. –V. 112. –P. 151–157.
10. Kalker J. J. Survey of wheel–rail rolling contact theory // Vehicle System Dynamics. –1979. –V. 8. –P. 317–379.
11. Зіборов К.А., Таран І.А. Условия образования и реализации силы сцепления рабочих поверхностей контактирующей пары „колесо–рельс” // Науковий вісник НГУ, №6, 2006, С. 62–64
12. Зіборов К.А., Таран І.А. Относительное проскальзывание колеса и рельса при наличии промежуточной среды // Науковий вісник НГУ, №7, 2007, С. 62–6.

пост. 16.11.11

