в прямотоке и противотоке // ИФЖ. – 1984. – Т.46. № 5. – С. 870–871.
4. Горбунов А.Д., Гольдфарб Э. М. Нахождение корней трансцендентных уравнений в задачах теплопроводности цилиндра при неоднородных граничных условиях // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1983. – № 12. – С. 94–97.
5. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. школа, 1967. – 600 с.

пост.17.07.11

Математическая модель кинематики манипулятора для ввода отсечных элементов в кислородный конвертер

ОШОВСКАЯ Е.В., БЕДАРЕВ С.А., КАРАСЁВА Т.И.

ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет»

Представлена математична модель для визначення кінематичних параметрів маніпулятора для введення відсічних елементів поплавкового типу в кисневий конвертер; наведені результати розрахунку і перевірка адекватності моделі.

Представлена математическая модель для определения кинематических параметров манипулятора для ввода отсечных элементов поплавкового типа в кислородный конвертер; приведены результаты расчета и проверка адекватности модели.

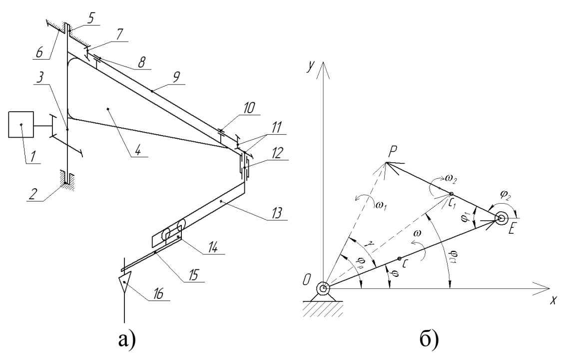
A mathematical model for determine the kinematic parameters of the robot arm to enter a float shut-off elements into oxygen convertor is submitted, the results of calculation and verification of the adequacy of the model are given.

Введение. Качество стали, выплавляемой в кислородном конвертере, в значительной мере зависит от эффективности отсечки конечного шлака. Для осуществления данной технологической операции используют отсечные элементы поплавкового типа, вводимые в жидкую ванну конвертера специальными манипуляторами. На кафедре «Механическое оборудование заводов чёрной металлургии» разработан и запатентован манипулятор, отличающийся от аналогов универсальностью и рациональностью конструкции [1]. Кинематическая схема манипулятора приведена на рисунке 1а. Отличительной особенностью конструкции манипулятора является реализация различной траектории движения рабочего звена (штанги с отсечным элементом) за счет изменения передаточного отношения конической зубчатой пары 6–7, что позволяет расположить манипулятор в любом месте рабочей площадки конвертера.

Постановка задачи. При проектировании манипулятора возникает задача определения его кинематических параметров в процессе движения, а именно, координат шарниров, угловых скоростей и ускорений звеньев, необходимых для силового расчета конструкции и нахождения мощности привода [2]. Для решения указанной задачи разработана математическая модель кинематики манипулятора.

Результаты. Исходными данными для модели являются: геометрические размеры элементов конструкции, определенные и назначенные с учетом теплового воздействия на конструкцию и обеспечения необходимых запасов прочности; график скорости движения поворотной колонны, обусловленный требованиями технологического процесса производства стали в конвертере.

Так как перемещение рабочего звена манипулятора происходит в одной плоскости, то для определения его кинематических параметров выполнен переход от пространственной конструкции к плоскому рычажному механизму, векторный контур которого приведен на рисунке 1б и описывается уравнением $\vec{OP} = \vec{OE} + \vec{EP}$. При этом первое звено (вектор $\vec{OE}$) соответствует узлу поворотной колонны, консоли с установленной системой конических передач и трансмиссионным валом; второе звено (вектор $\vec{EP}$) включает кронштейн, штангу, каретку и отсечной элемент.



а) б)

Рис.1 – Кинематическая схема манипулятора (а) и векторный контур плоского механизма (б): 1 – привод; 2, 5 – нижняя и верхняя подшипниковые опоры колонны; 3 – колонна; 4 – консоль; 6 – коническая шестерня; 7 – коническое колесо; 8, 10 – подшипниковые опоры; 9 – горизонтальный вал; 11 – коническая зубчатая передача; 12 – вертикальный вал; 13 – кронштейн; 14 – каретка; 15 – штанга; 16 – отсечной элемент.

Точка O соответствует оси колонны 3, точка E – оси вертикального вала 12, точка P – крайней точке кронштейна 13 (рисунок 1). С учетом обозначения длин векторов $l_{OE}=l_1$, $l_{EP}=l_2$, $l_{OP}=r_P$, $l_{OC}=r_C$, $l_{OC1}=r_{C1}$ функции положения в координатной форме для векторного контура имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} r_p\cdot cos\varphi_p &= l_1\cdot cos\varphi + l_2\cdot cos\varphi_2 \\ r_p\cdot sin\varphi_p &= l_1\cdot sin\varphi + l_2\cdot sin\varphi_2 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где φ, φ_2, φ_P – углы, характеризующие положение звеньев.

Причем $\varphi_2 = 180-\varphi_1+\varphi$; $\varphi_{\eth} = \varphi+\gamma$;

$$\gamma = arcsin\left(\frac{l_2\cdot sin\varphi_1}{r_p}\right);$$

$$r_p = \sqrt{l_1^2+l_2^2-2\cdot l_1\cdot l_2\cdot cos\varphi_1}\ . \qquad (2)$$

Особенность движения манипулятора выражается через соотношение между углами, характеризующими положение звеньев механизма в произвольный момент времени:

$$\varphi_1 = U_{\hat{e}.\ddot{i}.}\cdot\varphi\ , \qquad (3)$$

где $U_{\hat{e}.\ddot{i}.}$ – передаточное отношение конической передачи 6–7 (рисунок 1 а).

Траектории движения звеньев механизма в зависимости от угла поворота приводной колонны φ описываются координатами шарниров и центров тяжести звеньев:

$$\begin{aligned} &x_{\hat{A}} = l_1\cdot cos\varphi;\ y_{\hat{A}} = l_1\cdot sin\varphi; \\ &x_C = r_C\cdot cos\varphi;\ y_C = r_C\cdot sin\varphi; \\ &x_P = r_p\cdot cos\varphi_p;\ y_P = r_p\cdot sin\varphi_p; \\ &x_{C_1} = r_{C_1}\cdot cos\varphi_{C_1};\ y_{C_1} = r_{C_1}\cdot sin\varphi_{C_1}. \end{aligned} \qquad (4)$$

На рисунке 2 показаны траектории движения шарниров Е и Р при передаточном отношении $U_{\hat{e}.\ddot{i}.}$ равном 1,5 и 2, соответствующие осевому и боковому расположению манипулятора относительно конвертера.

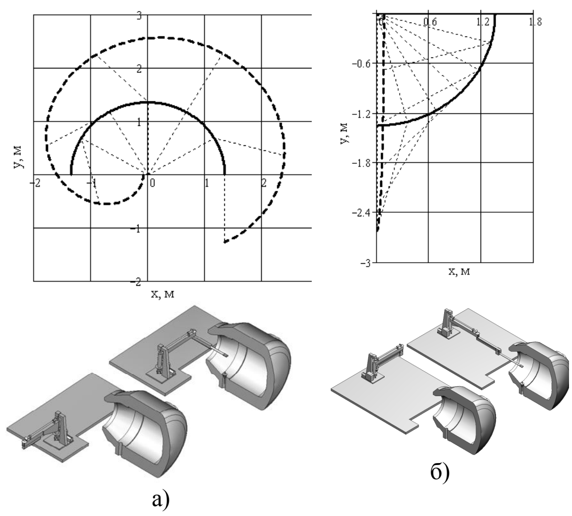


Рис. 2 – Траектории движения шарниров Е (___) и Р (– – –) манипулятора и его расположение относительно конвертера при $U_{\hat{e}.\ddot{i}.}$ = 1,5 (а) и $U_{\hat{e}.\ddot{i}.}$ = 2 (б) (--- – положения звеньев манипулятора при разных углах поворота колонны).

Дифференцированием выражений (1) по времени, получена система линейных уравнений, отражающая связь угловых скоростей звеньев манипулятора:

$$\begin{cases} \dot{r}_p\cdot cos\varphi_p - r_p\cdot\dot{\varphi}_{\eth}\cdot sin\varphi_p = \\ = -l_1\cdot\dot{\varphi}_{\eth}\cdot sin\varphi - l_2\cdot\dot{\varphi}_2\cdot sin\varphi_2; \\ \dot{r}_p\cdot sin\varphi_p + r_p\cdot\dot{\varphi}_{\eth}\cdot cos\varphi_p = \\ = l_1\cdot\dot{\varphi}\cdot cos\varphi + l_2\cdot\dot{\varphi}_2\cdot cos\varphi_2. \end{cases} \qquad (5)$$

Так как $\dot{\varphi}=\omega$, $\dot{\varphi}_2=\omega_2$, $\dot{\varphi}_p=\omega_p$ – угловые скорости соответствующих звеньев, то систему (5) удобно записать в виде:

$$\begin{cases} \omega_2\cdot l_2\cdot sin\varphi_2 - \omega_p\cdot r_p\cdot sin\varphi_p = \\ = -\omega_1\cdot l_1\cdot sin\varphi - \dot{r}_p\cdot cos\varphi_p; \\ -\omega_2\cdot l_2\cdot cos\varphi_2 + \omega_p\cdot r_p\cdot cos\varphi_p = \\ = \omega\cdot l\cdot cos\varphi - \dot{r}_p\cdot sin\varphi_p. \end{cases} \qquad (6)$$

При известных l_1, l_2, r_p, φ, φ_2, φ_p, ω и $\dot{r}_p$ из системы (6) определяются угловая скорость ω_2, соответствующая угловой скорости кронштейна 13 с полой штангой 15 и отсечным элементом 16, и угловая скорость ω_p, отвечающая угловой скорости мнимого звена ОР. Для их нахождения после представления системы (5) в матричном виде $A\cdot\tilde{O}=\hat{A}$, где $\tilde{O}=\begin{pmatrix}\omega_2\\ \omega_p\end{pmatrix}$, использовался метод Крамера:

$$\omega_2 = \frac{D_1}{D}; \qquad \omega_p = \frac{D_2}{D}\ . \qquad (7)$$

Здесь определители равны:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}\cdot a_{22} - a_{12}\cdot a_{21}; \qquad (8)$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} = b_1\cdot a_{22} - b_2\cdot a_{12};$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} = b_2\cdot a_{11} - b_1\cdot a_{21},$$

а элементы матриц:

$$\begin{aligned} &a_{11} = l_2\cdot sin\varphi_2;\ a_{12} = -r_p\cdot sin\varphi_p; \\ &b_1 = -\omega\cdot l_1\cdot sin\varphi - \dot{r}_P\cdot cos\varphi_p; \\ &a_{21} = -l_2\cdot cos\varphi_2;\ a_{22} = r_p\cdot cos\varphi_p; \\ &b_2 = \omega\cdot l_1\cdot cos\varphi - \dot{r}_P\cdot sin\varphi_p\ . \end{aligned} \qquad (9)$$

Для вычисления по выражениям (9) с учетом соотношений (2) и (3) получена производная $\dot{r}_p$:

$$\dot{r}_p = \frac{l_1\cdot l_2\cdot\omega\cdot U_{\hat{e}.\ddot{i}.}\cdot sin(U_{\hat{e}.\ddot{i}.}\cdot\varphi)}{\sqrt{l_1^2+l_2^2-2\cdot l_1\cdot l_2\cdot cos(U_{\hat{e}.\ddot{i}.}\cdot\varphi)}}\ . \qquad (10)$$

Аналогично, дифференцированием системы (6) по времени с учетом, что $\dot{\varphi}=\omega$, $\dot{\varphi}_2=\omega_2$, $\dot{\varphi}_{\eth}=\omega_p$, $\ddot{\varphi}=\varepsilon$, $\ddot{\varphi}_2=\varepsilon_2$, $\ddot{\varphi}_p=\varepsilon_p$ – угловые скорости и ускорения соответствующих звеньев, получена система уравнений, отражающая связь угловых ускорений звеньев манипулятора:

$$\begin{cases} \varepsilon_2 \cdot l_2 \cdot sin\varphi_2 - \varepsilon_p \cdot r_p \cdot sin\varphi_p = -\varepsilon \cdot l_1 \cdot sin\varphi - \\ -\omega^2 \cdot l_1 \cdot cos\varphi - \omega_2^2 \cdot l_2 \cdot cos\varphi_2 + \omega_p^2 \cdot r_p \cdot cos\varphi_p + \\ +2 \cdot \omega_p \cdot \dot{r}_p \cdot sin\varphi_p - \ddot{r}_p \cdot cos\varphi_p; \\ -\varepsilon_2 \cdot l_2 \cdot cos\varphi_2 + \varepsilon_p \cdot r_p \cdot cos\varphi_p = \varepsilon \cdot l_1 \cdot cos\varphi - \\ -\omega^2 \cdot l_1 \cdot sin\varphi - \omega_2^2 \cdot l_2 \cdot sin\varphi_2 + \omega_p^2 \cdot r_p \cdot sin\varphi_p - \\ -2 \cdot \omega_p \cdot \dot{r}_p \cdot cos\varphi_p - \ddot{r}_p \cdot sin\varphi_p. \end{cases} \quad (11)$$

Из системы (11) при известных l_1, l_2, r_p, φ, φ_2, φ_p, ω, ω_2, ω_p, ε и $\ddot{r}_p$ определяются угловое ускорение ε_2, соответствующее угловому ускорению кронштейна 13 с полой штангой 15 и отсечным элементом 16, и угловое ускорение ε_p мнимого звена OP. Для их нахождения после представления системы (11) в матричном виде $A \cdot \tilde{O} = \hat{A}$, где $\tilde{O} = \begin{pmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_p \end{pmatrix}$, также использовался метод Крамера:

$$\varepsilon_2 = \frac{D_1}{D}; \qquad \varepsilon_p = \frac{D_2}{D}, \quad (12)$$

при этом определители равны:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}; \quad (13)$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} = b_1 \cdot a_{22} - b_2 \cdot a_{12};$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} = b_2 \cdot a_{11} - b_1 \cdot a_{21},$$

а элементы матриц:

$$a_{11} = l_2 \cdot sin\varphi_2; \; a_{12} = -r_p \cdot sin\varphi_p;$$

$$a_{21} = -l_2 \cdot cos\varphi_2; \; a_{22} = r_p \cdot cos\varphi_p;$$

$$b_1 = -\varepsilon \cdot l_1 \cdot sin\varphi - \omega^2 \cdot l_1 \cdot cos\varphi - \omega_2^2 \cdot l_2 \cdot cos\varphi_2 +$$
$$+\omega_p^2 \cdot r_p \cdot cos\varphi_p + 2 \cdot \omega_p \cdot \dot{r}_p \cdot sin\varphi_p - \ddot{r}_p \cdot cos\varphi_p;$$

$$\begin{aligned} b_2 = \varepsilon \cdot l_1 \cdot cos\varphi - \omega^2 \cdot l_1 \cdot sin\varphi - \\ -\omega_2^2 \cdot l_2 \cdot sin\varphi_2 + \omega_p^2 \cdot r_p \cdot sin\varphi_p - \\ -2 \cdot \omega_p \cdot \dot{r}_p \cdot cos\varphi_p - \ddot{r}_p \cdot sin\varphi_p. \end{aligned} \quad (14)$$

Вычисление второй производной $\ddot{r}_p$ выполняется по соотношению:

$$\ddot{r}_p = \left(\frac{m}{n}\right)' = \frac{m' \cdot n - m \cdot n'}{n^2}, \quad (15)$$

где $m = l_1 \cdot l_2 \cdot \omega \cdot U_{ê.ï.} \cdot sin(U_{ê.ï.} \cdot \varphi)$;

$$n = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2 \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot cos(U_{ê.ï.} \cdot \varphi_1)};$$

$$n' = \frac{l_1 \cdot l_2 \cdot \omega \cdot U_{ê.ï.} \cdot sin(U_{ê.ï.} \cdot \varphi)}{\sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2 \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot cos(U_{ê.ï.} \cdot \varphi_1)}};$$

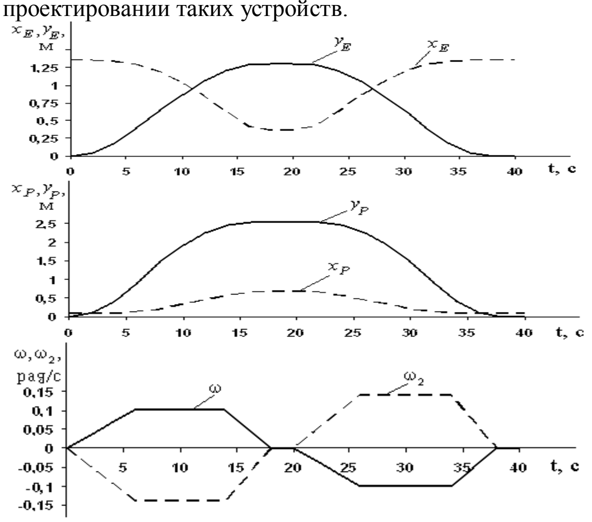
$$m' = l_1 \cdot l_2 \cdot U_{ê.ï.} \cdot \left(\varepsilon \cdot sin(U_{ê.ï.} \cdot \varphi) + \omega^2 \cdot U_{ê.ï.} \cdot cos(U_{ê.ï.} \cdot \varphi)\right).$$

Таким образом, выражения (2) – (15) образуют математическую модель кинематики манипулятора для ввода отсечных элементов в ванну кислородного конвертера, с помощью которой можно определять положения шарниров, центров тяжести звеньев манипулятора в процессе движения, а также угловые скорости и ускорения его звеньев в зависимости от угла поворота колонны φ. Программная реализация модели выполнена в пакете MathCAD. На рисунке 3 показаны графики изменения кинематических параметров в процессе движения манипулятора.

Выводы

Проверка адекватности математической модели выполнена на лабораторном образце манипулятора. В процессе лабораторного тестирования с помощью акселерометра измеряли тангенциальную и нормальную составляющую линейного ускорения в точках манипулятора, соответствующих шарнирам E и P. Ускорение контролировалось в режиме реального времени за весь цикл движения манипулятора. Акселерометр был собран на основе датчика ускорения фирмы Freescale Semiconductor – MMA7260Q, обеспечивающего измерение ускорений в диапазоне 0…±$6g$ ($g=9,81$ м/с^2) по трем осям координат, и сопрягался с платой АЦП фирмы L-Card L1250, позволяющей выполнять многоканальный сбор информации с аналоговых каналов и преобразовывать ее в цифровую форму для ЭВМ. На основании измеренных значений тангенциальной и нормальной составляющей линейного ускорения рассчитывались угловые скорости и ускорения звеньев манипулятора, сравнение которых с результатами расчета, полученными с помощью математической модели, показали хорошую сходимость. Средняя погрешность не превысила 10%.

Таким образом, разработанная математическая модель позволяет моделировать функционирование манипулятора для ввода отсечных элементов, определять его кинематические характеристики, что значительно сокращает трудозатраты при проектировании таких устройств.



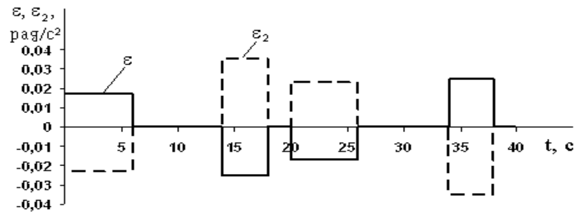


Рис. 3 – Графики изменения кинематических параметров манипулятора в процессе движения

ЛИТЕРАТУРА

1. Патент 83727. Україна. Пристрій для відсічення шлаку при випуску сталі з конвертера / С.П. Єронько, О.М. Смірнов, О.Ю. Цупрун та ін. // Бюл. № 15.- 2008.
2. Исследование энергосиловых параметров привода манипулятора для ввода отсеных элементов в выпускной канал кислородного конвертера / С.П. Еронько, Е.В. Ошовская, С.А. Бедарев, С.В. Мечик // Металлургическая и горнорудная промышленность. – 2010. – №5. – С. 112–117

пост. 11.07.2011