Таблица 4. **Параметры матрицы R_n**

Номер блока	Число элементов	Модуль числа обусл.	Модуль максим. собств. числа	Модуль миним. собств. числа
0	83	73.0886	0.98718	0.0135067
1	4×7	57.5418	0.98395	0.0170997
2	8×5	57.3264	0.98354	0.0171569
3	3×5	21.1625	0.95529	0.0451406

Выводы

1. Метод блочных итераций имеет более широкую область применимости, чем метод итерации, применявшийся для решения нелинейного уравнения (3) до сих пор.
2. Метод блочных итераций позволяет эффективно сочетать преимущества прямых и итерационных методов для решения нелинейного дискретизированного уравнения магнитостатики.
3. Метод блочных итераций позволяет получить физически достоверное решение и в тех случаях, когда метод итераций по всей системе (классический метод итераций) расходится или сходится к физически неверному решению.
4. В случае применения прямых методов для внутриблочной итерации возможна эффективная регуляризация части уравнения (3) по Тихонову.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тозони О.В. Метод вторичных источников в электротехнике. – М.: Энергия, 1975. – 296 с.
2. Маергойз И.Д. Итерационные методы расчета статистических полей в неоднородных анизотропных и нелинейных средах. – К.: Наукова думка, 1979. – 210 с.
3. Толмачев С.Т. Специальные методы решения задач магнитостатики. – К.: Вища школа, 1983. – 166 с.
4. Курбатов П.А., Аринчин С.А. Численный расчет электромагнитных полей. – М: Энергоатомиздат, 1984. – 168 с.
5. Смолянский П.С. Особенности итерационного решения нелинейного дискретизированого уравнения магнитостатики // Математичне моделювання. – 2010. - №1 (22). – С. 73-79.

пост. 10.05.11

Метод точної лінеаризації деяких класів нелінійних стохастичних диференціальних рівнянь

ПРИХОДЬКО С.Б.

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

Знайдені необхідні і достатні умови перетворення нелінійних стохастичних диференціальних рівнянь Іто та Стратоновича в лінійні рівняння за допомогою нормалізуючого перетворення залежних змінних.

Найдены необходимые и достаточные условия преобразования нелинейных стохастических дифференциальных уравнений Ито и Стратоновича в линейные уравнения с помощью нормализирующего преобразования зависимых переменных.

Necessary and sufficient conditions are found that the Ito and Stratonovich nonlinear stochastic differential equations could be transformed into a linear equations by normalized transformation of dependent variables.

Метод точної лінеаризації (МТЛ) нелінійних звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) був запропонований Л. М. Берковичем у 1974-1976 рр., якому пізніше в [1] вдалося побудувати не тільки клас лінеаризуємих ЗДР n-го порядку, але й знайти через квадратури явний вигляд лінеаризуючого перетворення.

Сьогодні при рішенні ряду задач відомі застосування різних перетворень стохастичних диференціальних рівнянь (СДР) за рахунок зміни незалежних або залежних змінних, або і тих та інших разом [2]. При цьому для перетвореного СДР вирішити певну задачу значно простіше ніж для початкового СДР. В [3] на основі деякого взаємно-однозначного нелінійного перетворення запропоновано робити спрощення структури СДР, а саме позбавити коефіцієнт дифузії залежності від вектору стану. В [4] на основі нелінійного нормалізуючого перетворення Джонсона, формули Іто та метода формуючих фільтрів розроблено метод побудови математичних моделей (СДР) нормалізованих сигналів нелінійних стохастичних диференціальних систем (СДС) у разі, коли СДР для випадкових сигналів відомі. Зазначимо, що в певних випадках за цим методом ми отримуємо лінійні СДР.

Метою даної роботи є визначення класу лінеаризуємих нелінійних СДР n-го порядку, знаходження явного вигляду нелінійного перетворення змінних, яке зводить дані нелінійні рівняння до лінійних, та розробка МТЛ визначених класів нелінійних СДР.

Виклад основного матеріалу. Визначимо клас лінеаризуємих нелінійних СДР n-го порядку, який допускає точну лінеаризацію. Доведемо таке твердження.

Твердження 1. Для того щоби СДР Іто

$$d\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x},t)dt + \mathbf{G}(\mathbf{x},t)d\mathbf{W}(t) \quad (1)$$

взаємно-однозначним перетворенням виду

$$\mathbf{z} = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}), \qquad (2)$$

де $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}) \in \mathrm{R}^n$, функції $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$ і $\boldsymbol{\psi}^{-1}(\mathbf{z})$ неперервно диференційовані на Δ за t, $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$ двічі неперервно диференційована за $\mathbf{x}$, $\boldsymbol{\psi}^{-1}(\mathbf{z})$ двічі неперервно диференційована за $\mathbf{z}$, привести до лінійного СДР

$$d\mathbf{z}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t)dt + \mathbf{B}dw(t) \qquad (3)$$

необхідно і достатньо, щоби в (1)

$$f_k(\mathbf{x},t) = \left[\frac{\partial \boldsymbol{\psi}_k^{-1}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{\psi}_k^{-1}}{\partial \mathbf{z}}\mathbf{A}\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2}\mathbf{B}^T \frac{\partial^2 \boldsymbol{\psi}_k^{-1}}{\partial^2 \mathbf{z}}\mathbf{B}\right]\Bigg|_{\mathbf{z}=\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})} \qquad (4)$$

$$G_k(\mathbf{x},t) = \frac{\partial \boldsymbol{\psi}_k^{-1}}{\partial \mathbf{z}}\mathbf{B}\Bigg|_{\mathbf{z}=\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})}, \; k = 1,2,\ldots,n. \qquad (5)$$

Доведення. За умовою функція $\boldsymbol{\psi}^{-1}(\mathbf{z})$ неперервно диференційована на Δ за t, двічі неперервно диференційована за $\mathbf{z}$ і виконуються умови теореми про існування рішення СДР (1). Тоді за теоремою про формулу Іто для компонент $\mathbf{x} = \boldsymbol{\psi}^{-1}(\mathbf{z})$ можуть бути побудовані відповідні стохастичні диференціали. Враховуючи, що $\mathbf{z} = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$, для *k*-ої компоненти $\mathbf{x}$ стохастичний диференціал можна записати як

$$dx_k = \left[\frac{\partial \boldsymbol{\psi}_k^{-1}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{\psi}_k^{-1}}{\partial \mathbf{z}}\mathbf{A}\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2}\mathbf{B}^T \frac{\partial^2 \boldsymbol{\psi}_k^{-1}}{\partial^2 \mathbf{z}}\mathbf{B}\right]\Bigg|_{\mathbf{z}=\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})} dt +$$

$$+ \frac{\partial \boldsymbol{\psi}_k^{-1}}{\partial \mathbf{z}}\mathbf{B}\Bigg|_{\mathbf{z}=\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})} d\mathbf{W}(t). \qquad (6)$$

Порівнюючи коефіцієнти в (6) з коефіцієнтами зсуву і дифузії в (1) остаточно отримуємо вирази (4) і (5).

Твердження 1 визначає необхідні та достатні умови переходу від нелінійного СДР (1) до лінійного СДР (3). Або іншими словами, визначає нелінійне СДР (1), яке може бути перетворено в лінійне СДР (3). При цьому, СДР (1) розглядається в розумінні Іто. Якщо СДР (1) розглядати у розумінні Стратоновича, то в виразі для коефіцієнту зсуву (4) буде відсутній останній доданок.

Суть МТЛ нелінійних СДР виду (1), для яких виконуються умови (4) і (5) полягає у тому, що за формулою Іто будуємо диференціал функції (2) і отримуємо лінійне СДР (3) за наступним твердженням.

Твердження 2. Нехай виконуються умови твердження 1. Тоді коефіцієнти лінійного СДР (3) визначаються як

$$\mathbf{A}\mathbf{z}(t) = \left.\begin{pmatrix} \dfrac{\partial \psi_1}{\partial t} + \dfrac{\partial \psi_1}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f} + \dfrac{1}{2}\mathrm{tr}\left[\dfrac{\partial^2 \psi_1}{\partial^2 \mathbf{x}}\mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\right] \\ \cdots \\ \dfrac{\partial \psi_n}{\partial t} + \dfrac{\partial \psi_n}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f} + \dfrac{1}{2}\mathrm{tr}\left[\dfrac{\partial^2 \psi_n}{\partial^2 \mathbf{x}}\mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\right] \end{pmatrix}\right|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\psi}^{-1}(\mathbf{z})} \qquad (7)$$

$$\mathbf{B} = \left.\left(\frac{\partial \psi_1}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{G}, \frac{\partial \psi_2}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{G}, \ldots, \frac{\partial \psi_n}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{G}\right)^T\right|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\psi}^{-1}(\mathbf{z})}, \qquad (8)$$

де tr – слід матриці.

Доведення. За умовою функція $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$ неперервно диференційована на Δ за t, двічі неперервно диференційована за $\mathbf{x}$ і виконуються умови теореми про існування рішення СДР (1). Тоді за теоремою про формулу Іто для компонент $\mathbf{z} = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$ можуть бути побудовані відповідні стохастичні диференціали. Враховуючи, що $\mathbf{x} = \boldsymbol{\psi}^{-1}(\mathbf{z})$, для *k*-ої компоненти $\mathbf{z}$ стохастичний диференціал можна записати як

$$dz_k = \left[\frac{\partial \psi_k}{\partial t} + \frac{\partial \psi_k}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f} + \frac{1}{2}\mathrm{tr}\left[\frac{\partial^2 \psi_k}{\partial^2 \mathbf{x}}\mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\right]\right]\Bigg|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\psi}^{-1}(\mathbf{z})} dt +$$

$$+ \frac{\partial \psi_1}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{G}\Bigg|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\psi}^{-1}(\mathbf{z})} dw(t), \; k = 1,2,\ldots,n. \qquad (9)$$

Порівнюючи (9) з коефіцієнтами зсуву і дифузії у (1) остаточно отримуємо вирази (7) і (8).

При певних умовах можна знайти і перетворення (2). Зробимо наступні припущення.

Припущення 1. Припустимо що існують ненульові елементи g_{ij} матриці $\mathbf{G}(\mathbf{x},t)$, тобто

$$g_{ij}(\mathbf{x}) \neq 0, \; i = 1,2,\ldots,n, \; j = 1,2,\ldots,m.$$

Припущення 2. Припустимо що для кожного i існує тільки одне g_{ij} як функція одної і тільки одної компоненти x_i, тобто

$$g_{ij}(\mathbf{x}) = g_{ij}(x_i), \; i = 1,2,\ldots,n, \; j = 1,2,\ldots,m.$$

Твердження 3. Нехай виконуються припущення 1 і 2. Нехай існує деяке взаємно-однозначне багатовимірне перетворення (2) та виконуються умови теореми про існування рішення СДР (1), а $\mathbf{z}(t)$ задовольняє системі з n лінійних СДР (3). Тоді

$$\psi_k(x_k) = \int \frac{b_k dx}{g_{ij}(x)}\Big|_{x=x_k}, \; k,i = 1,2,\ldots,n, \; j = 1,2,\ldots,m. \qquad (10)$$

Доведення. За умовою функція $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$ неперервно диференційована на Δ за t, двічі неперервно диференційована за $\mathbf{x}$ і виконуються умови теореми про існування рішення СДР (1). Тоді за теоремою про формулу Іто для компонент $\mathbf{z} = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$ можуть бути побудовані відповідні стохастичні диференціали. Для *k*-ої компоненти $\mathbf{z}$ стохастичний диференціал можна записати як

$$dz_k = \left[\frac{\partial \boldsymbol{\psi}_k}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{\psi}_k}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f}(\mathbf{x},t) + \frac{1}{2}\mathrm{tr}\left(\frac{\partial^2 \boldsymbol{\psi}_k}{\partial^2 \mathbf{x}}\mathbf{G}(\mathbf{x},t)\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(\mathbf{x},t)\right)\right]dt +$$

$$+ \frac{\partial \boldsymbol{\psi}_k}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{G}(\mathbf{x},t)d\mathbf{W}(t), \; k = 1,\ldots,n. \qquad (11)$$

Порівнявши коефіцієнти дифузії в (3) і (11) та враховуючи припущення 1 і 2 отримуємо

$$\frac{\partial \psi_k}{\partial x} g_{ij}(x_i) = b_k, \; k,i = 1,2,\ldots,n, \; j = 1,2,\ldots,m. \qquad (12)$$

Ділимо (12) на $g_{ij}(x_i)$, множимо на dx та беремо інтеграл

$$\int \frac{\partial \psi_k}{\partial x} dx = \int \frac{b_k dx}{g_{ij}(x_i)},\ k,i = 1,2,\ldots,n,$$

$$j = 1,2,\ldots,m,$$

і остаточно отримуємо формулу (10).

Зауваження. За формулою (10) ми отримуємо загальний вираз первісної, який складається з виразу первісної та постійної величини. Для визначення постійної *k*-ої компоненти ψ_k необхідно із загального виразу первісної виразити компоненту x_k, для якої побудувати стохастичний диференціал і таким чином отримати СДР (1). Потім прирівняти коефіцієнти дифузії отриманого СДР і початкового СДР та із цієї рівності знайти постійну *k*-ої компоненти ψ_k.

У якості прикладу розглянемо відоме СДР [5]

$$\dot{y} = -\alpha y \ln\left(\frac{y}{m}\right) + \alpha y n(t),\ y > 0, \qquad (13)$$

е $n(t)$ – білий шум з інтенсивністю $N_0/2$.

Для СДР (13) існує стаціонарне рішення рівняння Фоккера-Планка-Колмогорова [5]

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \alpha \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\ln\frac{y}{m} - \frac{\alpha N_0}{4}\right) yf\right] + \frac{\alpha^2 N_0}{4}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(y^2 f\right),$$

яке є логарифмічно-нормальною щільністю

$$f_{st} = \frac{1}{\sigma y\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{(\ln y - \ln m)^2}{2\sigma^2}\right],\ \sigma^2 = \alpha N_0/4. \qquad (14)$$

Щільність ймовірності (14) широко використовується в теорії розповсюдження радіохвиль і в теорії надійності [5].

Знайдемо перетворення $\mathbf{z} = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$, за допомогою якого СДР (13) можна перетворити в лінійне СДР

$$\dot{z} + \alpha z = n(t). \qquad (15)$$

Спочатку за (10) отримуємо загальний вираз первісної

$$z = \psi_1(y_1) = \psi(y) = \int \frac{dy}{\alpha y} = \frac{\ln y}{\alpha} + C. \qquad (16)$$

Для функції (16) записуємо стохастичний диференціал в розумінні Стратоновича

$$dy = -\alpha^2 \exp[\alpha(z - C)]dt + \alpha \exp[\alpha(z - C)]dw(t). \qquad (17)$$

В (17) замість z підставляємо загальний вираз первісної (16) та отримуємо СДР

$$dy = -\left(\alpha^2 yC + \alpha y \ln y\right)dt + \alpha y dw(t). \qquad (18)$$

Прирівнюючи коефіцієнти дифузії СДР (18) і початкового СДР (13), маємо рівність

$$-\left(\alpha^2 yC + \alpha y \ln y\right) = -\alpha y \ln(y/m),$$

з якої знаходимо постійну C, $C = -(\ln m)/\alpha$, і підставивши її в загальний вираз первісної (16), остаточно отримуємо нормалізуюче перетворення

$$z = \ln(y/m)/\alpha. \qquad (19)$$

Використавши (20), за (7) та (8) здійснюють точну лінеаризацію СДР (13) і отримують лінійне СДР (15), за яким на основі зворотного до (19) перетворення можна знову перейти до нелінійного СДР (13).

Відмітимо, якщо в (19) покласти $y = x - \varphi$, $m = \lambda$ і $\alpha = 1/\eta$, то ми отримаємо нормалізуюче перетворення Джонсона для сім'ї S_L з $\gamma = 0$. А саме для цієї сім'ї щільність ймовірності є логарифмічно-нормальною [4].

За формулою (9) можна отримати компоненти функції $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$ перетворення (2). Але дуже часто виникають ситуації, коли кожна наступна компонента векторів $\mathbf{x}$ та $\mathbf{z}$ починаючи з другої визначається як похідна за часом від попередньої компоненти. При цьому можуть бути два випадки: перший, коли $g_{11}(x_1) \neq 0$, і другий, коли $g_{11}(x_1) = 0$. В першому випадку компоненту $\psi_1(x_1)$ визначаємо за (10). Кожна наступна компонента функції $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$ починаючи з другої визначається як похідна за часом від попередньої компоненти. В другому випадку твердження 3 може бути модифіковано таким чином.

Припущення 3. Припустимо що існує ненульовий елемент g_{22} матриці $\mathbf{G}(\mathbf{x},t)$, тобто $g_{22}(\mathbf{x}) \neq 0$, а $g_{11} = 0$.

Припущення 4. Припустимо що існує тільки один елемент g_{22} як функція одної і тільки одної компоненти x_1, тобто $g_{22}(\mathbf{x}) = g_{22}(x_1)$.

Твердження 4. Нехай виконуються припущення 3 і 4. Нехай існує деяке взаємно-однозначне багатовимірне перетворення (2), для якого кожна наступна компонента починаючи з другої визначається як похідна за часом від

теореми про існування рішення СДР (1), а $\mathbf{z}(t)$ задовольняє системі з *n* лінійних СДР (3). Тоді

$$\psi_1(x_1) = \int \frac{b_2 dx_1}{g_{22}(x_1)}. \qquad (21)$$

Доведення. За умовою функція $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$ неперервно диференційована на Δ за t, двічі неперервно диференційована за $\mathbf{x}$ і виконуються умови теореми про існування рішення СДР (1). Тоді за теоремою про формулу Іто для компоненти $\psi_2(\mathbf{x})$ функції $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$ може бути побудований відповідний стохастичний диференціал. Для другої компоненти $\mathbf{z}$ стохастичний диференціал можна записати як

$$dz_2 = \left[\frac{\partial \psi_2}{\partial t} + \frac{\partial \psi_2}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f}(\mathbf{x},t) + \frac{1}{2}\operatorname{tr}\left(\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial^2 \mathbf{x}}\mathbf{G}(\mathbf{x},t)\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(\mathbf{x},t)\right)\right]dt +$$

$$+ \frac{\partial \psi_2}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{G}(\mathbf{x},t)d\mathbf{W}(t). \qquad (22)$$

Порівнявши коефіцієнти дифузії в (3) і (22) та враховуючи припущення 3 і 4 отримуємо

$$\frac{\partial \psi_2}{\partial x_2} g_{22}(x_1) = b_2. \qquad (23)$$

Ділимо (23) на $g_{22}(x_1)$, множимо на dx_2 та беремо інтеграл

$$\int \frac{\partial \psi_2}{\partial x_2} dx = \int \frac{b_2}{g_{22}(x_1)} dx_2,$$

і знаходимо

$$\psi_2 = \frac{b_2 x_2}{g_{22}(x_1)}. \qquad (24)$$

Враховуючи, що кожна наступна компонента векторів $\mathbf{x}$ та $\mathbf{z}$ починаючи з другої визначається як похідна за часом від попередньої компоненти, за (24) отримуємо

$$\frac{d\psi_1}{dt}=\frac{b_2}{g_{22}(x_1)}\frac{dx_1}{dt}\,. \qquad (25)$$

Множимо (25) на dt і беремо від кожної частини інтеграл

$$\int d\psi_1=\int\frac{b_2}{g_{22}(x_1)}dx_1$$

і остаточно отримуємо формулу (21).

Для прикладу розглянемо СДР мовного сигналу $x(t)$ [4]

$$\ddot{x}+2\alpha_z\dot{x}+b_z^2(\gamma+\eta\,\mathrm{Arsh}(\tilde{x}))\frac{\lambda}{\eta}\left(\sqrt{1+\tilde{x}^2}\right)-\frac{\dot{x}^2\tilde{x}}{\lambda\left(1+\tilde{x}^2\right)}=$$
$$=2b_z\frac{\lambda}{\eta}\sqrt{D_z\alpha_z\left(1+\tilde{x}^2\right)}\;n(t)\,, \qquad (26)$$

де $\tilde{x}=(x-\varphi)/\lambda$.

Знайдемо перетворення (2), за допомогою якого СДР (26) можна перетворити в лінійне СДР

$$\ddot{z}+2\alpha_z\dot{z}+b_z^2z=2b_z\sqrt{D_z\alpha_z}\,n(t)\,. \qquad (27)$$

Позначимо $x_1=x(t)$ і $x_2=\dot{x}(t)$ та перейдемо від СДР (26) до системи СДР

$$\dot{x}_1=x_2\,;\;\dot{x}_2=2b_z\frac{\lambda}{\eta}\sqrt{D_z\alpha_z\left(1+\tilde{x}^2\right)}n(t)-2\alpha_zx_2-$$
$$-b_z^2(\gamma+\eta\,\mathrm{Arsh}(\tilde{x}))\frac{\lambda}{\eta}\left(\sqrt{1+\tilde{x}^2}\right)+\frac{x_2^2\tilde{x}}{\lambda\left(1+\tilde{x}^2\right)}\,. \qquad (28)$$

Позначимо $z_1=z(t)$ і $z_2=\dot{z}(t)$ та перейдемо від СДР (27) до системи СДР

$$\begin{aligned}&\dot{z}_1=z_2;\\&\dot{z}_2=2b_z\sqrt{D_z\alpha_z}\,n(t)-2\alpha_zz_2-b_z^2z_1.\end{aligned} \qquad (29)$$

В [4] перехід від системи СДР (28) до (29) здійснювався за перетворенням з наступними компонентами:

$$z_1=\gamma+\eta\,\mathrm{Arsh}(\tilde{x});\;z_2=\frac{\eta x_2}{\lambda\sqrt{\tilde{x}^2+1}}\,. \qquad (30)$$

Ці компоненти (30) перетворення (2) можна визначити за системами СДР (28) і (29). Для цього спочатку скористаємося формулою (21) і отримуємо

$$\psi_1(x_1)=\int\frac{2b_z\sqrt{D_z\alpha_z}\,dx}{2b_z\frac{\lambda}{\eta}\sqrt{D_z\alpha_z\left(1+\tilde{x}^2\right)}}=\eta\ln\left|\tilde{x}+\sqrt{\tilde{x}^2+1}\right|+C\,. \qquad (31)$$

Друга компонента функції $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$ знаходиться як похідна за часом від попередньої. Позначивши в (31) постійну C як γ та взявши похідну за часом від компоненти $\psi_1(x_1)$ остаточно отримуємо компоненти (30) багатовимірного перетворення Джонсона із сім'ї S_U [4].

Використавши (30), за (7) та (8) здійснюють точну лінеаризацію СДР (26) і отримують лінійне СДР (27), за яким на основі зворотних до (30) компонентів перетворення можна знову перейти до нелінійного СДР (26) так, як це було запропоновано в [6].

Висновки

Представлено МТЛ визначених класів нелінійних СДР, який дає змогу здійснювати точне перетворення нелінійних СДР Іто та Стратоновича в лінійні СДР за допомогою нормалізуючого перетворення залежних змінних. Знайдені необхідні і достатні умови такого перетворення. Наведено формули для визначення явного вигляду нормалізуючого нелінійного перетворення, яке зводить нелінійні СДР до лінійних. В подальшому планується шукати інші класи нелінійних СДР, які припускають точну лінеаризацію.

ЛІТЕРАТУРА

1. Беркович Л.М. Факторизация и преобразования дифференциальных уравнений. Методы и приложения / Л. М. Беркович. – М: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. – 464 с. – ISBN 5-93972-154-0.
2. Schuss Z Theory and Applications of Stochastic Processes: An Analytical Approach / Z. Schuss. – Publisher: Springer, 2010. – 470 p. – ISBN: 1441916040.
3. Nielsen J. N. Applying the EKF stochastic differential equations with level effects / J. N. Nielsen, H. Madsen // Automatica. – 2001. – Vol. 37. – p. 107-112. – ISSN 0005-1098.
4. Приходько С.Б. Методи побудови математичних моделей нормалізованих сигналів нелінійних стохастичних диференціальних систем / С. Б. Приходько // Науковий журнал "Математичне моделювання". – Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2008. – № 2 (19) – С.3-6.
5. Тихонов В.И. Марковские процессы / В. И. Тихонов, М. А. Миронов. – М.: Советское радио, 1977. – 488 с.
6. Приходько С.Б. Структурна ідентифікація нелінійних стохастичних диференціальних систем на основі математичних моделей нормалізованих сигналів / С. Б. Приходько // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2008. – № 3 (13). – С.41-48. – ISSN 1999-9941.

пост. 26.05.2011