

К вопросу обеспечения асимптотической устойчивости макропараметров технологического процесса

ПИГНАСТЫЙ О.М.

Национальный Технический Университет «Харьковский Политехнический Институт»

Исследована устойчивость макропараметров технологического процесса производственного предприятия. Получена оптимальная функция управления отклонениями макропараметров технологического процесса, обеспечивающая асимптотическую устойчивость производственного процесса.

Досліджена стійкість макропараметрів технологічного процесу виробничого підприємства. Отримана оптимальна функція управління відхиленнями макропараметрів технологічного процесу, яка забезпечує асимптотичну стійкість функціонування технологічного процесу.

Stability of macroparameters of technological process of the industrial enterprise is investigated. Optimum function of management by deviations of macroparameters of technological process which provides асимптотическую stability of functioning of technological process is received.

Общая постановка задачи и её актуальность.

Хорошо известно, что влияние возмущающих факторов на поведение макропараметров производственно-технической системы не одинаково для разных технологических процессов [1]. На одни технологические процессы это влияние незначительно, так как возмущенное состояние мало отличается от невозмущенного, на другие влияние возмущений сказывается весьма значительно, как бы ни были малы возмущающие силы. Под возмущающими факторами понимаются силы, не учитываемые при описании технологического процесса вследствие их малости по сравнению с основными обобщенными технологическими силами [2], влияющими на производство и выпуск продукции. Возмущающие факторы могут действовать мгновенно, что сведется к малому изменению начального состояния производственно-технической системы, и непрерывно, если составленные уравнения отличаются от истинных уравнений системы на некоторые малые поправочные члены. В связи с тем, что возмущающие факторы в производственно-технических системах существуют неизбежно, задача устойчивости макропараметров технологического процесса приобретает важное теоретическое и практическое значение [2].

Анализ последних достижений и публикаций.

Настоящая работа опирается на статистический метод исследования производственно-технических систем [3,4]. Описание производственно-технической системы происходит на двух уровнях: микроуровне и макроуровне. Производственно-техническая система представляет собой систему, состоящую из большого количества элементов – предметов труда. Состояние производственно-технической системы на микроуровне определяется состоянием предметов труда – базовых продуктов [5]. На микроуровне рассматривается процесс воздействия средств труда (технологического оборудования) на предмет труда. В ходе такого воздействия базовый продукт переходит из одного состояния в другое, изменяясь качественно и количественно. Состояние базового продукта описывается микропараметрами (S_j, μ_j) , где S_j (грн) – сумма общих затрат, перенесенная технологическим оборудованием на j -й базовый продукт на текущий момент времени; $\mu_j = \frac{\Delta S_j}{\Delta t}$; $\Delta t \rightarrow 0$ (грн/час) – интенсивность переноса

ресурсов системы на j -ый базовый продукт в текущий момент времени, $0 \leq j \leq N$, N – количество базовых продуктов в технологическом процессе. Состояние технологического процесса производственно-технической системы в некоторый момент времени будет определено, если определены в некоторый момент микропараметры $(S_1, \mu_1; \dots; S_N, \mu_N)$ всех базовых продуктов производственно-технической системы. Положение системы в любой другой момент времени может быть найдено из системы уравнений состояния базовых продуктов:

$$\frac{dS_j}{dt} = \mu_j, \quad \frac{d\mu_j}{dt} = f_j(t, S), \quad (1)$$

где $f_j(t, S)$ – инженерно-производственная функция, характеризующая установленные на предприятии технологический процесс изготовления базового продукта.

Однако, если количество базовых продуктов N много больше единицы, то решить систему из N -уравнений состояния базовых продуктов, описывающих состояние производственной системы, практически невозможно. Последнее уточнение требует перехода от микроописания производственно-технической системы к макроописанию [6], включающему в себя некий элемент вероятностной природы. Основная трудность в таком описании состоит в том, чтобы выделить те характеристики множества всех микросостояний базовых продуктов, которые можно было бы измерить макроскопическим образом на уровне состояния предприятия. Тем самым макровеличины производственно-технической системы посредством точных уравнений связаны с другими макропараметрами через интегральные параметры микроописания. Вместо того, чтобы рассматривать состояние производственно-технической системы с микровеличинами $(S_1, \mu_1; \dots; S_N, \mu_N)$ вводится соответствующим образом нормированная дискретная функция распределения числа N базовых продуктов в фазовом технологическом пространстве (S, μ) . Разумно ожидать, что при больших N эту функцию распределения будет хорошо аппроксимировать непрерывная функция распределения базовых

продуктов $\chi(t, S, \mu)$ по скоростям изменения затрат μ . Разобьем фазовое пространство (S, μ) на такое число ячеек, чтобы размеры ячейки $\Delta S_j \cdot \Delta \mu_j$ были много меньше характерных размеров производственно-технической системы и в тоже время, содержали большое число базовых продуктов. Вместо того, чтобы фиксировать точные значения микроскопических величин (S_j, μ_j) каждого базового продукта, будем приближенно характеризовать состояние производственно-технической системы, задавая число базовых продуктов в каждой ячейке. Если ячейки $\Delta S_j \cdot \Delta \mu_j$ достаточно малы, то приближенное описание будет нести в себе почти столь же подробную информацию, что и точное. Таким образом, мы приходим к необходимости наряду с основным пределом при $N \rightarrow \infty$, рассматривать и предельный случай при стремящихся к нулю размерах ячейки. В силу того, что величина $\chi(t, S, \mu) \cdot dS \cdot d\mu$ представляет собой число базовых продуктов в заданной бесконечно малой ячейке $\Delta S_j \cdot \Delta \mu_j$ фазового технологического пространства (S, μ) , мы можем по изменению фазовой координаты S и фазовой скорости μ со временем судить и об изменении самой функции $\chi(t, S, \mu)$ [3]:

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \cdot f(t, S) = \lambda_{оборуд} \left\{ \int_0^{\infty} \psi[\tilde{\mu} \rightarrow \mu] \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t, S, \tilde{\mu}) \cdot d\tilde{\mu} - \mu \cdot \chi \right\}. \quad (2)$$

где $\psi[\mu \rightarrow \tilde{\mu}]$ - функция, которая характеризует процесс воздействия технологического оборудования на базовый продукт, задается паспортными данными технологического оборудования и параметрами технологического процесса, $\lambda_{оборуд}$ - плотность технологического оборудования вдоль технологической цепочки изготовления базового продукта. Нулевой $[\chi]_0$ и первый $[\chi]_1$ моменты функции распределения имеют производственную интерпретацию: заделы базовых продуктов и их темп движения вдоль технологической цепочки. Умножив уравнение (2) на μ^k , $k=0,1,2,\dots$ и проинтегрировав по всему диапазону μ , получим незамкнутые уравнения балансов макропараметров технологического процесса производственно-технической системы [2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial [\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_1}{\partial S} &= \int_0^{\infty} \lambda_{оборуд} \left\{ \int_0^{\infty} \psi[\tilde{\mu} \rightarrow \mu] \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t, S, \tilde{\mu}) \cdot d\tilde{\mu} - \mu \cdot \chi \right\} d\mu, \\ \frac{\partial [\chi]_k}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_{k+1}}{\partial S} &= k \cdot f \cdot [\chi]_{k-1} + \\ &+ \int_0^{\infty} \mu^k \cdot \lambda_{оборуд} \left\{ \int_0^{\infty} \psi[\tilde{\mu} \rightarrow \mu] \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t, S, \tilde{\mu}) \cdot d\tilde{\mu} - \mu \cdot \chi \right\} d\mu, \\ \int_0^{\infty} \chi d\mu &= [\chi]_0, \quad \int_0^{\infty} \mu^k \cdot \chi d\mu = [\chi]_k, \quad k=1,2,\dots \end{aligned} \quad (3)$$

Возможность получить замкнутую систему уравнений основана на свойствах функции $\psi(\mu)$ и наличии безразмерных чисел K_v , P_m [7], характеризующих производственно-техническую систему.

Нерешенные проблемы и цели работы. В настоящее время существует большое количество работ, посвященных исследованию устойчивости по Ляпунову механических, физических систем и технических устройств. Однако, почти не встречаются работы по исследованию на устойчивость функционирующих социально-экономических и производственно-технических систем. В качестве критерия устойчивости социально-экономических систем в лучшем случае предлагаются соотношения, в основе которых лежат накопленные статистические данные [8]. Эти данные, как правило, не учитывают динамику развития внешней и внутренней среды производственного предприятия, особенности его технологического процесса, взаимосвязи между элементами системы и элементами внешней среды. Особенно актуальным является вопрос исследования устойчивости макропараметров производственно-технических систем, которые не обладают накопленной статистикой. Вопросу исследования макропараметров технологического процесса производственно-технической системы и посвящена настоящая работа. Авторами была предпринята попытка, используя данные о технологическом процессе, количестве, расстановке технологического оборудования и его параметрах, получить условия устойчивости макропараметров технологического процесса, сравнить аналитические результаты с фактическим состоянием производственно-технической системы.

Используемый метод исследования устойчивости макропараметров технологического процесса производственно-технической системы и его реализация для действующего предприятия. Технологический процесс исследуемого предприятия состоял из 22-ти основных (Таблица 1) и 10-ти вспомогательных операций. Большое количество базовых продуктов (распределенных по технологическим операциям) и технологических операций позволило использовать статистический подход для описания технологического процесса производственно-технической системы.

Рассматриваемая производственно-техническая система характеризуется значениями безразмерных чисел технологического процесса [7]:

$$K_v \approx 0,025 \ll 1. \quad (4)$$

Наличие малого параметра K_v (4) позволяют из уравнения (3) получить замкнутые балансовые уравнения [2] для описания поведения макропараметров технологического процесса $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$ рассматриваемой производственно-технической системы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial [\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_1}{\partial S} &= 0, \quad \frac{\partial [\chi]_1}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_2}{\partial S} = f(t, S) \cdot [\chi]_0, \\ [\chi]_2 &= [\chi]_1 \cdot \left(\frac{[\chi]_{1\psi}}{[\chi]_0} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

где $f(t, S)$ - инженерно-производственная функция определена на микроскопическом уровне из данных таблицы 1,2,3 и параметров технологического оборудования. Инженерно-производственная функция связывает усредненные за отчетный период производительность работы технологического оборудования и переносимые затраты технологическим оборудованием на базовый продукт. Система уравнений (5) позволила записать уравнения возмущенного состояния макропараметров технологического процесса рассматриваемой производственно-технической системы :

Таблица 1. Операционные расценки на изготовление изделия для технологической операции

Вид операции	Наименование операции	Сменная норма, шт	Расценка за операцию, грн/шт
Гильотинная порезка	Рубка листа на пластину	4000	0,00816
Гильотинная порезка	Рубка листа на конус	28000	0,00093
Штамповка	Пробивка, отрезка	3500	0,00746
Штамповка	Гибка заготовки	2800	0,00932
Штамповка	Пробивка отверстий	3000	0,00870
Штамповка	Надрезка усика	2800	0,00932
Сборка	Зачистка заусениц	1000	0,02270
Штамповка	Резка заготовки	8000	0,00326
Штамповка	Гибка ручки	5000	0,00522
Штамповка	Плющение	3700	0,00705
Штамповка	Подгибка	3700	0,00705
Штамповка	Вырубка - вытяжка	3800	0,00687
Штамповка	Вытяжка 2/1	3200	0,00816
Штамповка	Вытяжка 2/2	3200	0,00816
Штамповка	Вытяжка 2/3	3200	0,00816
Токарная	Подрезка конуса	640	0,05523
Штамповка	Осадка радиуса	3200	0,00816
Штамповка	Калибровка	3000	0,00870
Сварка	Пластина на конус	680	0,05007
Сборка	Сборка	1200	0,02326
Покраска	Покраска	680	0,04446
Упаковка	Упаковка	480	0,05438

Таблица 2. Нормы расхода сырья и материалов для изготовления изделия

Материал	Расход материала на изделие	Ед.изм	Цена единицы ресурса, грн/шт	Стоимость ресурса, грн
Лист г/к 2 мм	0,794	кг	1,250	0,993
Лист г/к 3 мм	0,18115	кг	1,250	0,226
Проволока ф8мм	0,0986	кг	1,292	0,127
Сварочная проволока ф1мм	0,016	кг	2,325	0,037
Краска ПФ-115	0,00323	кг	4,000	0,013
Сольвент	0,00321	кг	2,667	0,009
Масло	0,0005	кг	1,292	0,001
Углекислота	0,0006	бал	17,500	0,011
Гофротара	0,05	шт	1,917	0,096
Ручка ф8 пластиковая	1	шт	0,064	0,064
Фасовка № 9 (18*35*4)	1	шт	0,006	0,006
Скотч	0,0025	шт	1,817	0,005

Таблица 3. Технологическое оборудование для выполнения технологического процесса

№	Наименование оборудования в технологическом процессе	Количество единиц
1	Гильотина	Две
2	Пресс 100 тонн K116E	Восемь
3	Пресс 67 тонн	Три
4	Пресс 40 тонн	Два
5	Пресс 16 тонн	Четыре
6	Пресс 6 тонн	Один
7	Токарный станок 16K20	Два
8	Сварочный полуавтомат	Шесть
9	Заточной станок	Один
10	Сборочное приспособление	Одно
11	Покрасочный участок	Один
12	Упаковочный участок	Один
13	Участок склада хранения готовой продукции	Один

Таблица 4. Сводная ведомость технологического процесса

Вид операции	Наименование Операции	Время выполнения операции, час	Затраты сырья на операцию, грн/шт	Расценка за операцию, грн/шт	Итого затраты за операцию, грн	Итого перенесенные затраты, грн	Итого время, час	Плотность расположения оборуд., шт/грн
Гильотина	Рубка листа	0,0020	0,9925	0,0142	1,0067	1,006	0,0020	0,993
Штамповка	Пробивка	0,0022	0,0000	0,0163	0,0161	1,023	0,0049	30,61
Штамповка	Гибка	0,0026	0,0000	0,0203	0,0209	1,043	0,0074	24,51
Штамповка	Пробивка отв.	0,0027	0,0000	0,0190	0,0193	1,062	0,0091	26,27
Штамповка	Надрезка	0,0026	0,0006	0,0203	0,0214	1,083	0,0127	23,76
Сборка	Зачистка	0,0080	0,0000	0,0496	0,049	1,133	0,0207	30,21
Гильотина	Рубка листа	0,0002	0,2264	0,0024	0,2287	1,361	0,0205	4,376
Штамповка	Вырубка	0,0021	0,0000	0,0153	0,0153	1,376	0,0236	33,27
Штамповка	Вытяжка 2/1	0,0020	0,0000	0,0174	0,0174	1,394	0,0256	28,02
Штамповка	Вытяжка 2/2	0,0020	0,0000	0,0174	0,0174	1,412	0,0286	28,02
Штамповка	Вытяжка 2/3	0,0020	0,0000	0,0174	0,0174	1,430	0,0306	28,02
Токарная	Подрезка	0,0120	0,0000	0,1202	0,1202	1,551	0,0436	8,276
Штамповка	Осадка	0,0020	0,0000	0,0174	0,0174	1,568	0,0456	28,02
Штамповка	Калибровка	0,0027	0,0000	0,0193	0,0193	1,587	0,0482	26,27
Сварка	Пластина	0,0116	0,0477	0,1092	0,1572	1,745	0,0599	19,08
Штамповка	Резка	0,0010	0,1273	0,0074	0,1340	1,879	0,0609	3,717
Штамповка	Гибка ручки	0,0010	0,0000	0,0112	0,0112	1,891	0,0629	43,78
Штамповка	Плющение	0,0026	0,0000	0,0153	0,0153	1,906	0,0645	32,39
Штамповка	Подгибка	0,0026	0,0000	0,0153	0,0153	1,921	0,0661	32,39
Сборка	Сборка	0,0067	0,0000	0,0507	0,0507	1,972	0,0738	29,48
Покраска	Покраска	0,0116	0,0214	0,0976	0,1184	2,091	0,0854	8,83
Упаковка	Упаковка	0,0167	0,1704	0,1186	0,2896	2,380	0,1021	6,911

Таблица 5. Критерии устойчивости макропараметров технологического процесса

Вид операции	Наименование операции	Операц. время, час	Затраты операции, грн	Межопер. задел, шт.	$\frac{[X]_{lv}}{[X]_b}^*$	A_i
Гильотина	Рубка листа	0,002	1,0067	12690	0,04	0,04
Штамповка	Пробивка, отрезка	0,0022	0,0163	205,6	2,12	127,78
Штамповка	Гибка заготовки	0,0028	0,0203	257,0	1,36	-37,43
Штамповка	Пробивка отверстий	0,0026	0,0190	239,9	1,56	10,56
Штамповка	Надрезка усика	0,0028	0,021	265,1	1,32	-11,53
Сборка	Зачистка заусениц	0,008	0,0495	625,8	0,20	-22,53
Гильотина	Рубка листа конус	0,0002	0,2287	2879	1,20	4,37
Штамповка	Вырубка - вытяжка	0,0021	0,0150	189,4	2,50	86,82
Штамповка	Вытяжка 2/1	0,0025	0,0178	224,9	1,78	-40,57
Штамповка	Вытяжка 2/2	0,0025	0,0178	224,9	1,78	0,00
Штамповка	Вытяжка 2/3	0,0025	0,0178	224,9	1,78	0,00
Токарная	Подрезка конуса	0,0125	0,1208	1522	0,05	-14,28
Штамповка	Осадка радиуса	0,0025	0,0178	224,9	1,78	96,74
Штамповка	Калибровка	0,0026	0,0190	239,9	1,56	-11,42
Сварка	Пластина на конус	0,0117	0,1572	1981	0,04	-9,66
Штамповка	Резка заготовки	0,001	0,1345	1695	0,59	4,07
Штамповка	Плющение	0,0021	0,0154	194,5	2,38	-127,15
Штамповка	Подгибка	0,0021	0,0154	194,5	2,38	0,00
Сборка	Сборка	0,0066	0,0508	641,2	0,23	-42,19
Покраска	Покраска	0,0117	0,1187	1496	0,06	-1,49
Упаковка	Упаковка	0,0166	0,2893	3647	0,02	-0,14

$$\frac{\partial [y]_0}{\partial t} + \frac{\partial [y]_I}{\partial S} = 0, \tag{6}$$

$$\frac{\partial [y]_I}{\partial t} + \frac{\partial [y]_I}{\partial S} \cdot B_I + [y]_I \cdot A_I + \frac{\partial [y]_0}{\partial S} \cdot B_0 + [y]_0 \cdot A_0 = 0,$$

где введены коэффициенты, вычисленные в окрестности заданного планового состояния производственно-технической системы

$$A_0 = -\left. \frac{\partial B_0}{\partial S} \right|_0, \quad B_0 = -\left. \frac{[x]_I \cdot [x]_{I\psi}}{([x]_0)^2} \right|_0, \\ A_I = \left. \frac{\partial B_I}{\partial S} \right|_0, \quad B_I = \left. \frac{[x]_{I\psi}}{[x]_0} \right|_0. \tag{7}$$

Период существования возмущения $T_{возм}$ производственных макроэкономических показателей на практике составлял от нескольких дней до нескольких недель, в то время, как период изменения коэффициентов (7), определяемый стратегическим управлением предприятия, составлял шесть месяцев. Это дало возможность предположить, что введенные коэффициенты (7), фиксируемые диспетчерской службой предприятия, на протяжении периода $T_{возм}$ существования возмущения не зависят явно от времени, а их изменения во времени $\Delta B_I, \Delta B_0, \Delta A_I, \Delta A_0$ много меньше значений самих коэффициентов B_I, B_0, A_I, A_0 :

$$\frac{B_I}{T_{возм}} \gg \frac{\partial B_I}{\partial t}, \quad \frac{B_0}{T_{возм}} \gg \frac{\partial B_0}{\partial t}, \quad \frac{A_I}{T_{возм}} \gg \frac{\partial A_I}{\partial t}, \\ \frac{A_0}{T_{возм}} \gg \frac{\partial A_0}{\partial t} \tag{8}$$

Таким образом, было предположено, что коэффициенты в уравнениях (6) зависят только от S. Разложим малые возмущения $[y]_0, [y]_I$ макропараметров $[x]_0$ и $[x]_I$ в ряд Фурье:

$$[y]_0 = \{y_0\}_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \{y_0\}_j \cdot \sin[k_j \cdot S] + \sum_{j=1}^{\infty} [y_0]_j \cdot \cos[k_j \cdot S];$$

$$k_j = \frac{2 \cdot \pi \cdot j}{S_d}, \tag{9}$$

$$[y]_I = \{y_I\}_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \{y_I\}_j \cdot \sin[k_j \cdot S] + \sum_{j=1}^{\infty} [y_I]_j \cdot \cos[k_j \cdot S],$$

где $\{y_0\}_0, \{y_0\}_j, [y_0]_j, \{y_I\}_0, \{y_I\}_j, [y_I]_j$ - коэффициенты разложения малых возмущений макропараметров технологического процесса производственно-технической системы $[y]_0, [y]_I$ вдоль технологической цепочки, S_d - себестоимость изготовления продукции. Ограничиваясь исследованием устойчивости макропараметров технологического процесса производственно-технической системы относительно нулевой гармоники, получим систему уравнений для коэффициентов разложения малых возмущений $[y]_0, [y]_I$ макропараметров $[x]_0$ и $[x]_I$:

$$\frac{d\{y_0\}_0}{dt} = 0, \quad \frac{d\{y_I\}_0}{dt} + A_I \cdot \{y_I\}_0 + A_0 \cdot \{y_0\}_0 = 0. \tag{10}$$

Макропараметры технологического процесса относительно нулевой гармоники случайных возмущений $[y]_0, [y]_I$ будут устойчивы, если выполняется неравенство:

$$A_I = \left. \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{[x]_{I\psi}}{[x]_0} \right) \right|_0 < 0. \tag{11}$$

Результаты вычислений представлены в таблице 5. Условие (11) есть критерий устойчивости для макропараметров технологического процесса производственно-технической системы в рассматриваемом приближении. Зависимость (11) показывает (рис.1), что макропараметры технологического процесса неустойчивы относительно случайных малых возмущений. Такой процесс длительное время не может существовать без управления, влечет остановку производства. При управлении технологическим процессом особое внимание следует уделить операциям, для которых критерий устойчивости (11) имеет максимальное значение.

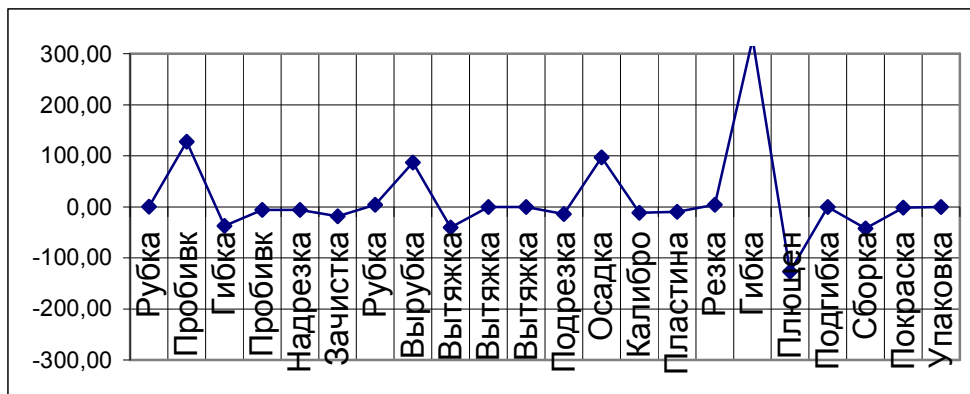


Рис. 1. Критерий устойчивости для макропараметров технологического процесса

Результаты вычислений коэффициента (11) определили области устойчивости для макропараметров технологического процесса производственно-технической системы. Служба Главного диспетчера,

осуществляя ежедневно мониторинг межоперационных технологических заделов, выдавала рекомендации руководителям производственных участков по управлению отклонениями межоперационных заделов.

Максимальное отклонение в рассматриваемой производственно-технической системе нарастающим итогом наблюдалось в областях неустойчивости макропараметров технологического процесса, для которых коэффициент A_I являлся положительным. Это качественно подтверждало полученные расчеты зон устойчивости для макропараметров технологического процесса, вызвало интерес к дальнейшим исследованиям.

Оптимальная функция управления технологическим процессом производственно-технической системы. Дополним систему уравнений (6) управляющей функцией U_0, U_I :

$$\frac{\partial [y]_0}{\partial t} + \frac{\partial [y]_I}{\partial S} = U_0;$$

$$\frac{\partial [y]_I}{\partial t} + \frac{\partial [y]_I}{\partial S} \cdot B_I + [y]_I \cdot A_I + \frac{\partial [y]_0}{\partial S} \cdot B_0 + [y]_0 \cdot A_0 = U_I. \quad (12)$$

Предприятие обеспечивает цикл производства, превращающий листовой прокат в готовую продукцию, не имеет возможности пополнить межоперационные заделы за счет сторонних организаций. Это условие накладывает ограничение на управляющие функции. Предприятие должно управлять темпом производства и через него оказывать воздействие на межоперационные заделы. Такой вид управления будем характеризовать системой уравнений:

$$\frac{\partial [y]_0}{\partial t} + \frac{\partial [y]_I}{\partial S} = q_{01} \cdot u_I;$$

$$\frac{\partial [y]_I}{\partial t} + \frac{\partial [y]_I}{\partial S} \cdot B_I + [y]_I \cdot A_I + \frac{\partial [y]_0}{\partial S} \cdot B_0 + [y]_0 \cdot A_0 = q_{11} \cdot u_I, \quad (13)$$

Используя данные об отклонениях, управляющее устройство вырабатывает воздействие $u_I(t, [y]_0, [y]_I)$, которое должно обеспечить асимптотическую устойчивость планового состояния: $[x]_0^*, [x]_I^*$. В качестве критерия качества управляющего процесса выберем интеграл

$$I = \int_{t_0}^{\infty} \left([y]_0 \right)^2 + \theta_u \cdot \left(u_I \right)^2 \cdot dt \quad (14)$$

требующий, чтобы технологический процесс проходил с минимальным отклонением величины заделов от своего планового состояния при минимальном расходе ресурсов для управления отклонениями. Оптимальную функцию Ляпунова $V^0(t, [y]_n)$, $n = 0, I$, будем искать в виде квадратичной формы с постоянным коэффициентом c_{00} :

$$V^0(t, [y]_n) = c_{00} \cdot \left(\{y_0\}_0 \right)^2 \quad (15)$$

Составим выражение $B[V^0, t]$ для рассматриваемой производственно-технической системы с учетом уравнений (13):

$$B[V^0, t] = \frac{\partial V^0}{\partial t} + \sum_{n=0}^I \frac{\partial V^0}{\partial [y]_n} \cdot \frac{\partial \{y_n\}_0}{\partial t} + \sum_{n=0}^I \sum_{j=1}^n \frac{\partial V^0}{\partial [y]_j} \cdot \frac{d\{y_n\}_j}{dt} +$$

$$+ \sum_{n=0}^I \sum_{j=1}^n \frac{\partial V^0}{\partial [y]_j} \cdot \frac{d[y]_j}{dt} + \omega$$

$$\frac{d\{y_0\}_0}{dt} - q_{01} \cdot \{u_I\}_0 = 0;$$

$$\frac{d\{y_I\}_0}{dt} + A_I \cdot \{y_I\}_0 + A_0 \cdot \{y_0\}_0 - q_{11} \cdot \{u_I\}_0 = 0. \quad (16)$$

При, $u_I = u_I^0(t, [y]_0, [y]_I)$ величина $B[V^0, t]$ должна иметь минимум и обращаться при этом в ноль:

$$B[V^0, t] = 2 \cdot c_{00} \cdot \{y_0\}_0 \cdot q_{01} \cdot \{u_I\}_0 +$$

$$+ \left[\left(\{y_0\}_0 \right)^2 + \theta_u \left(\{u_I\}_0 \right)^2 \right] = 0. \quad (17)$$

Дифференцируя $B[V^0, t]$ по $\{u_I\}_0$, и приравнявая результаты нулю, получим недостающие уравнения для определения оптимальной функции Ляпунова $V^0(t, [y]_n)$ и оптимального управляющего воздействия $\{u_I\}_0$:

$$\frac{\partial B[V^0, t]}{\partial \{u_I\}_0} = 2 \cdot c_{00} \cdot \{y_0\}_0 \cdot q_{01} + 2 \cdot \theta_u \cdot \{u_I\}_0 = 0. \quad (18)$$

Равенство можно разрешить относительно управляющего воздействия $\{u_I\}_0$:

$$\{u_I\}_0 = - \frac{c_{00} \cdot q_{01}}{\theta_u} \cdot \{y_0\}_0. \quad (19)$$

Подставим значение управляющего воздействия (19) $\{u_I\}_0$ в (17) и приравняем коэффициенты при произведениях малых возмущений:

$$B[V^0, t] = 2 \cdot c_{00} \cdot \{y_0\}_0 \cdot q_{01} \cdot \left(- \frac{c_{00} \cdot q_{01}}{\theta_u} \cdot \{y_0\}_0 \right) +$$

$$\left[\left(\{y_0\}_0 \right)^2 + \theta_u \cdot \left(\frac{c_{00} \cdot q_{01}}{\theta_u} \cdot \{y_0\}_0 \right)^2 \right] = 0 \quad (20)$$

Откуда

$$c_{00} = \frac{\sqrt{\theta_u}}{q_{01}} > 0 \quad (21)$$

Принимая во внимание (21), оптимальная функция Ляпунова для оптимального управления производственного процесса при заданных условиях изготовления является определено положительно. При заданных исходных данных процесс управления, определенный управляющим воздействием (19) является оптимальным, обеспечивает асимптотическую устойчивость планового (невозмущенного) состояния макропараметров производственно-технической системы.

Подставим (21) в (19), получим вид управляющего воздействия

$$\{u_I\}_0 = - \frac{\{y_0\}_0}{\sqrt{\theta_u}}. \quad (21)$$

Управляющее воздействие пропорционально по величине и противоположно по знаку возникшему отклонению межоперационного задела $[x]_0$. Коэффициент пропорциональности определяется критерием качества переходного процесса. Диспетчер предприятия, получив, сведения о состоянии межоперационных заделов, сравнивает их с плановым состоянием заделов. Результат сравнения представляется в виде управляющего воздействия на отклонение $[y]_0$ межоперационного задела $[x]_0$, которое обеспечивает асимптотическую устойчивость технологического процесса относительно возмущений макропараметра межоперационного задела $[x]_0$ при критерии качества (13).