Обґрунтування вибору математичних моделей допусків на масу виливків, кованих та штампованих деталей із чорних металів

ЧЕРНЯВСЬКА І.М., ПРЯЛІН М.А., ГРАНКІНА Т.О.

Дніпродзержинський державний технічний університет

В статті були проведені дослідження для визначення моделей допусків на масу виливків, штампованих поковок та кованих і штампованих у підкладних штампах поковок із чорних металів в залежності від маси та класу точності. Отримані результати дозволяють використати модель для отримання допусків в залежності від маси та класу точності для обчислення відсотка допуску: для виливок маси від 0,2 до 5000 кг; штампованих поковок – від 0,2 до 1000 кг; кованок – 3,0 до 5000 кг.

В статье были проведены исследования для определения моделей допусков на массу отливок, штампованных поковок и кованых в штампованных в подкладных штампах поковок из черных металлов в зависимости от массы и класса точности. Полученные результаты позволяют использовать модель для получения допусков в зависимости от массы и класса точности для вычисления процента допуска: для отливок массой от 0,2 до 5000 кг; штампованных поковок – от 0,2 до 1000 кг; кованок – 3,0 до 5000 кг.

In the article were conducted the researches for determination of models for the receipt of admittances on mass of founding, pressed pocovoc and forged and pressed in pidcladnih stamps pocovoc from black metals on depending from mass and class of exactness. The receipted results allow to use a model for the receipt of admittances on depending on mass and class of exactness for the calculation for percent of admittance: for founding of mass from 0,2 to 5000 kg; pressed pocovoc – from 0,2 to 1000 kg; covanoc – 3,0 to 5000 kg.

Вступ. Для підвищення якості виробу, зниження його матеріаломісткості велике значення має вибір раціональних допусків. Великі допуски окрім погіршення якості виробу призводять до збільшення його матеріаломісткості, а малі допуски ускладнюють технологічний процес, збільшують матеріаломісткість оснащення та підвищують вірогідність виходу розмірів за межі допусків. Одна із найважливіших задач зниження матеріаломісткості продукції машинобудування при одночасному підвищенні її якості полягає в ефективному розподіленні заданого допуску вихідного параметра між функціональними параметрами. Накопичення досвідних даних з метою розробки та установлення нормативів допустимих відхилень по масі (допусків на масу) заготівок та деталей за різних умов формоутворення є однією із важливих напрямків контролю маси. Він має комплексний характер і у порівнянні із розмірним контролем надає можливість судити по масі про розміри, форму та щільність металу. Більш широке застосування цього контролю сприятиме появі у достатній кількості нормативних матеріалів в області точності маси. Система допусків на масу виливків та штампованих поковок характеризується десятьма класами точності, а кованих та штампованих у підкладних штампах поковок – п’ятьма класами. Низькі класи точності використовують для характеристики точності поковок і виливок, які виготовляють при застосуванні менш досконалих технологій виготовлення. В цьому випадку підвищена точність по масі економічно не доцільна. Перші два-три класи є перспективними і ураховують точність, яка може бути досягнута при застосуванні нових технологічних процесів або удосконаленні існуючих. Відповідність фактичної (дійсної) маси номінальному значенню перевіряється зважуванням партії виливків або поковок, які виготовлені при стабільному та стійкому технологічному процесі. Для виготовлення з допуском на масу виливки повинні піддаватися ваговому контролю, а контроль маси штампованих поковок необхідно проводити при заміні та ремонті штампів, при змінах в технології виготовлення поковок.

В теперішній час для контролю допусків на масу використовують табличний метод їх оцінки. При використанні цього методу визначення допусків на масу виникають деякі незручності, які обумовлені необхідністю створення значної за обсягом інформаційної бази. На наш погляд, простіше і доцільніше мати математичну модель, яка б дозволяла визначати допуски на масу в залежності від найбільш характерних факторів.

Виклад основного матеріалу. Аналіз табличних даних по величині допусків на масу заготівок [1,2,3] дає можливість стверджувати, що на величину допуску частіше всього одночасно впливає декілька факторів. Це дає можливість припустити, що зв'язок між допуском і факторними ознаками, які визначають його величину, буде кореляційним. За формою аналітичного визначення кореляційний зв'язок між параметрами може бути лінійним або нелінійним. Для вибору «найкращого» рівняння регресії необхідно розглянути та попередньо відібрати найбільш важливі фактори, що впливають на досліджуваний показник, яким є допуск на масу (δ) виливків, штампованих та кованих поковок із чорних металів. Є два критерії для вибору кінцевої моделі регресійного аналізу. По-перше, якщо ми хочемо зробити модель корисною для прогнозу, маємо включити якомога більше залежних факторів для того, щоб визначення величин, які прогнозуються було надійнішим. По-друге, оскільки отримання інформації з послідовним контролем при великій кількості факторних ознак потребує значних витрат, слід прагнути, щоб модель включала якомога менше залежних чинників. Компромісним рішенням буде вибір «найкращого» рівняння регресії, яке визначатимемо за методом усіх можливих регресій. Отже, при побудові економетричних моделей найважливішим завданням є знаходження аналітичної залежності результативної ознаки – допуску на масу (δ) виливків, штампованих та кованих поковок із чорних металів від факторів, які його визначають, а саме номінального значення маси (m_H) виливки (поковки) та класу точності (k_T). Таким чином наша задача полягає в тому, щоб визначити вид функції з факторами m_H та k_T .

$$\delta = F(m_H, k_T), \quad (1)$$

Величина допуску на масу δ найкращим чином розкриває характер та ступінь впливу аргументів (m_H) та (k_T) на функцію, яка задається за допомогою рівнянь регресії. Насамперед перевіряємо можливість використання найпростіших лінійних математичних моделей з двома факторними ознаками. Проведемо дослідження допусків на масу виливків із чорних металів. Застосування методу найменших квадратів дозволяє отримати модель 1 наступного виду:

модель 1: $\hat{\delta} = -2{,}1394 - 0{,}0032 m_H + 2{,}0419 k_T$. (2)

Корисною мірою ступеня відповідності даних $\{\hat{\delta}_i, i = \overline{1,n}\}$, отриманих з регресійної моделі, фактичним даним $\{\delta_i, i = \overline{1,n}\}$ є коефіцієнт множинної кореляції R. Квадрат коефіцієнта множинної кореляції є коефіцієнтом детермінації R^2 [4]. Для моделі 1 коефіцієнт детермінації $R^2 = 0{,}46$. Це показує, що побудована модель 1 на 46% пояснює варіацію результативної ознаки (допуску на масу виливків із чорних металів). Для перевірки моделі 1 на адекватність, тобто відповідність реальній дійсності, доцільно використати критерій Фішера при рівні помилок $\alpha = 0{,}05\,(5\%)$:

$$F = \frac{(n-m-1)\cdot \sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\delta}_i - \bar{\delta}\right)^2}{m \cdot \sum_{i=1}^{n}\left(\delta_i - \hat{\delta}_i\right)^2}, \quad (3)$$

де n - кількість спостережень ($n = 125$); m - кількість незалежних змінних ($m = 2$); $\bar{\delta}$ - середнє значення.

Середнє значення ($\bar{\delta}$) визначимо за формулою:

$$\bar{\delta} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\delta_i}{n}. \quad (4)$$

Визначивши середнє значення ($\bar{\delta}$) за формулою (4), а також квадрати відхилень фактичних даних від даних моделі 1 та даних моделі 1 від середнього значення одержимо наступні значення:

$$\bar{\delta} = 7{,}093\,;\ \sum_{i=1}^{n}\left(\delta_i - \hat{\delta}_i\right)^2 = 3080{,}02\,;\ \sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\delta}_i - \bar{\delta}\right)^2 = 2590{,}86\,.$$

За формулою (3) знаходимо розрахункове значення F-критерія, яке дорівнює $F = 51{,}31$. Критичне значення критерію при рівні помилок у 5% знаходимо за таблицею розподілу Фішера, або використовуючи вбудовану функцію електронних таблиць MSExcel FРАСПОБР ($\alpha; k_1; k_2$), де $\alpha = 0{,}05; k_1 = m = 2; k_2 = n - m - 1 = 122$. Одержаний результат $F = 51{,}31$ значно перевершує його табличну величину $F_{кр} = 3{,}0699$, тоді з достовірністю 95% можна стверджувати, що модель 1 адекватна даним. Адекватність моделі 1 за F-критерієм підтверджується, але слід ураховувати, що допуски на масу є додатними величинами. На рис. 1 видно, що допуски, які обчислені за моделлю 1 мають від'ємні значення, що ставить під сумнів доцільність її використання. Прикладом є значення допусків лінійної моделі в інтервалі точок 55-64, 82 та 100. В той же час відповідні фактичні значення згідно із статистичними даними є додатними величинами.

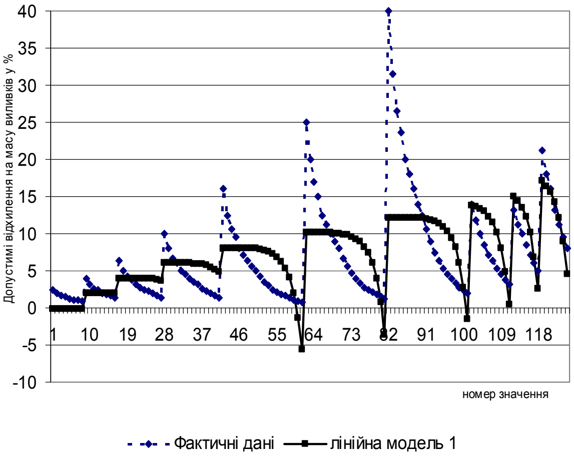

Рис. 1. Фактичні значення допусків на масу виливків та значення за моделлю 1

Наступним кроком є дослідження залежності допусків на масу виливків від класу точності. При зростанні класу точності допуски на масу виливків збільшуються, а при зростанні маси – зменшуються. Це підтверджується відповідно рис. 2 та рис. 3. На рис. 2 наведено зміну допусків на масу виливків із чорних металів вагою 5 кг у відсотках до маси в залежності від класу точності, на рис. 3 – залежність допусків від маси для 5-го класу точності.

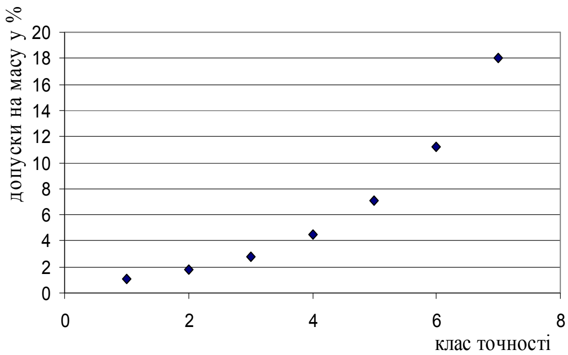

Рис. 2. Залежність допусків на масу виливків вагою 5 кг від класу точності

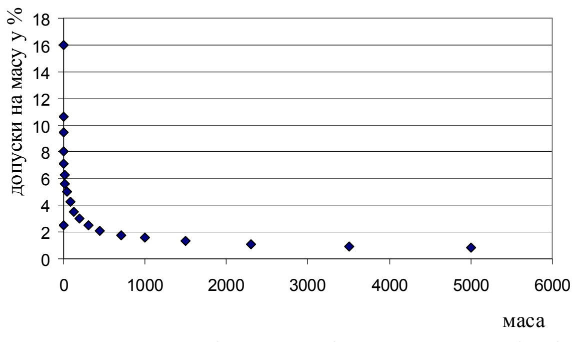

Рис. 3. Залежність допусків на масу виливків від маси для 5-го класу точності

Характер зміни допусків на масу, згідно з рис. 2,3, дозволяє висунути припущення, що математична модель є нелінійною. Розглянемо багатофакторні моделі які є лінійними за параметрами (коефіцієнтами) та нелінійними за факторними ознаками. Ці моделі часто називають квазілінійними. У зв'язку з цим були побудовані наступні моделі:

модель 2: $$\hat{\delta} = -2{,}53 - 0{,}2596\sqrt{m_H} + 2{,}5261 k_T . \qquad (5)$$

модель 3: $$\hat{\delta} = -1{,}9738 - 1{,}9921 \ln m_H + 2{,}965 k_T . \qquad (6)$$

Коефіцієнти детермінації моделей 2 та 3 відповідно $R^2 = 0{,}61$ та $R^2 = 0{,}80$. За формулою (3) перевіримо адекватність моделей 2 та 3 за *F*-критерієм та одержимо наступні значення:

- для моделі 2: $\bar{\delta} = 7{,}093$; $\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\delta_i - \hat{\delta}_i\right)^2 = 2229{,}73$; $\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\hat{\delta}_i - \bar{\delta}\right)^2 = 3441{,}15$; $F = 94{,}91 > F_{кр} = 3{,}0699$;

- для моделі 3: $\bar{\delta} = 7{,}093$; $\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\delta_i - \hat{\delta}_i\right)^2 = 1129{,}20$; $\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\hat{\delta}_i - \bar{\delta}\right)^2 = 4541{,}68$; $F = 247{,}36 > F_{кр} = 3{,}0699$.

Перевірка моделей за *F*-критерієм свідчить про їх адекватність, але відхилення фактичних даних від даних за моделями 2 та 3 суттєві (рис. 4, 5). До того ж деякі значення за моделлю від'ємні.

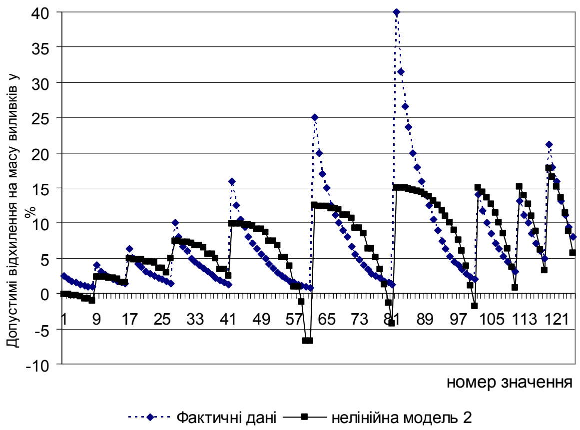

Рис. 4. Фактичні значення допусків на масу виливків та значення за моделлю 2

Аналізуючи отримані дані та результати дослідження моделей (2), (5), (6) було висунуте припущення про нелінійну модель у наступному вигляді:

$$\hat{\delta} = A \cdot m_H^{\,a_2} \cdot e^{a_3 \cdot k_T} . \qquad (7)$$

де δ - залежна змінна; m_H, k_T - не залежні змінні; A, a_2, a_3 - статистичні коефіцієнти.

Для визначення статистичних коефіцієнтів моделі (7) необхідно виконати лініаризацію шляхом логарифмування:

$$\ln \hat{\delta} = \ln\left(A \cdot m_H^{\,a_2} \cdot e^{a_3 \cdot k_T}\right)$$

або

$$\ln \hat{\delta} = \ln A + a_2 \ln m_H + a_3 k_T .$$

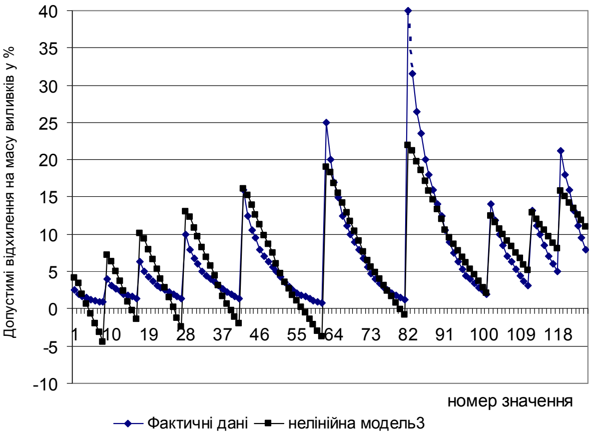

Рис. 5. Фактичні значення допусків на масу виливків та значення за нелінійною моделлю 3

Виконавши заміну змінних отримаємо лініаризовану модель:

$$\ln \hat{\delta} = \Delta; \quad \ln A = a_1; \quad \ln m_H = M_H; \quad k_T = K_T$$

$$\Delta = a_1 + a_2 M_H + a_3 K_T . \qquad (8)$$

Для пошуку коефіцієнтів моделі (8) за методом найменших квадратів, враховуючі широкі можливості електронних таблиць MS Excel, використаємо вбудовані функції ЛИНЕЙН, LN, EXP та інші:

$$a_1 = 0{,}5070; \quad a_2 = -0{,}2352; \quad a_3 = 0{,}2321 .$$

Щоб отримати модель (8), виконаємо зворотні перетворення: $A = e^{a_1}$; $\hat{\delta} = e^{\Delta}$.

Виконавши вищезазначені дії, отримаємо наступну модель:

модель 4: $$\hat{\delta} = 1{,}097 \cdot m_H^{\,-0{,}2747} \cdot e^{0{,}4495 \cdot k_T} . \qquad (9)$$

Для моделі 4 коефіцієнт детермінації $R^2 = 0{,}979$. Для перевірки моделі 4 на адекватність використаємо критерій Фішера при рівні помилок $\alpha = 0{,}05\,(5\%)$:

$$\bar{\delta} = 7{,}093 ; \ \sum_{i=1}^{n}\left(\delta_i - \hat{\delta}_i\right)^2 = 119{,}2198 ; \ \sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\delta}_i - \bar{\delta}\right)^2 = 5989{,}672 .$$

За формулою (3) знаходимо $F = 3089{,}796$. Одержаний результат $F = 3089{,}796 > F_{кр} = 3{,}0699$, тоді з достовірністю 95% можна стверджувати, що модель 4 адекватна даним.

Також для підтвердження наявності дійсного кореляційного зв'язку, а значить і можливості використання моделі 4 для аналізу та прогнозування доцільно використати метод порівняння мінімальної величини коефіцієнту детермінації, який приводиться в роботах В.І. Сіськова [5] та К.Д. Льюіса [6]. В таблиці 1 приведемо мінімальні величини коефіцієнту детермінації, які відповідають обраній нами для аналізу імовірності, а саме 0,95.

Як видно із таблиці 1, кожне мінімальне значення коефіцієнту детермінації розраховане для певної кількості спостережень. Якщо коефіцієнт детермінації вибіркової сукупності буде не менше мінімальних його величин, можливо підтвердження наявності дійсного кореляційного зв'язку між факторними та результативною ознаками. Для перевірки надійності коефіцієнту детермінації моделі 4 проведемо порівняння його величини з мінімальними значеннями, приведеними в таблиці 1. При кількості спостережень $n = 125$ $R^2 = 0{,}979$, що значно перевищує $R_{\min} = 0{,}304$. Тобто, математична модель 4 згідно з рекомендаціями В.І. Сіськова та

Таблиця 1. **Мінімальні величини коефіцієнту детермінації для підтвердження наявності дійсного кореляційного зв'язку для двох факторних ознак**

Кількість спостережень	Значення коефіцієнту детермінації при ймовірності оцінки 0,95	Кількість спостережень	Значення коефіцієнту детермінації при ймовірності оцінки 0,95
5	-	23	0,423
6	0,878	24	-
7	-	25	0,401
8	0,755	27	-
9	-	28	0,381
10	0,660	30	-
11	-	32	-
12	0,602	33	0,349
13	0,576	35	-
15	-	37	-
17	-	38	0,325
18	0,482	40	-
20	-	42	-
22	-	43	0,304

К.Д. Льюіса адекватна даним. Отже, модель 4 може бути використана для аналізу процесу та прогнозування. Відхилення фактичних даних від моделі мінімальні (рис. 6). Отримані результати дозволяють використати модель для отримання допусків в залежності від маси виливків із чорних металів та класу точності для обчислення відсотка допуску для виливки конкретної маси від 0,2 до 5000 кг.

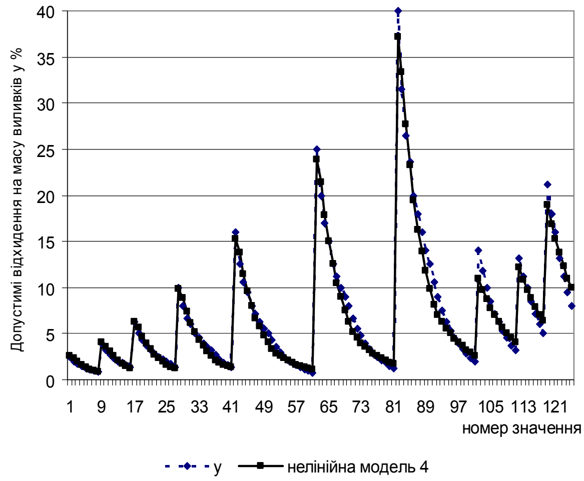

Рис. 6. Фактичні значення допусків на масу виливків та значення за нелінійною моделлю 4

Аналогічні дослідження були проведені для визначення лінійних, квазілінійних та нелінійних моделей для отримання допусків на масу штампованих поковок із чорних металів в залежності від маси та класу точності. Використаємо вище наведену методику для визначення моделей для отримання допусків в залежності від маси штампованих поковок із чорних металів та класу точності. Результати дослідження представимо у таблиці 2.

Таблиця 2. **Допуск на масу штампованих поковок із чорних металів**

Номер моделі	Математична залежність	n	R^2	R_{min}	F	$F_{кр}$	Джерело статистичних даних
5	$\hat{\delta} = -0{,}9085 - 0{,}0166 m_H + 1{,}2647 k_T$	116	0,56	0,304	72,36	3,0766	[3, с.115]
6	$\hat{\delta} = -0{,}2004 - 0{,}5092\sqrt{m_H} + 1{,}4063 k_T$	116	0,73	0,304	152,18	3,0766	[3, с.115]
7	$\hat{\delta} = -0{,}2999 - 1{,}5431 \ln m_H + 1{,}4455 k_T$	116	0,87	0,304	362,52	3,0766	[3, с.115]
8	$\hat{\delta} = 1{,}6603 \cdot m_H^{-0{,}2352} \cdot e^{0{,}2321 \cdot k_T}$	116	0,986	0,304	6143,816	3,0766	[3, с.115]

Відхилення фактичних допусків на масу штампованих поковок від допусків за моделями 5 – 8 наведені на рис. 7. Із рисунка видно, що відхилення нелінійної моделі 8 від фактичних даних найменші, вони значно відрізняються від інших відхилень. Коефіцієнт детермінації моделі 8 найбільший, а також ця модель не дає від'ємних значень. Це свідчить про те, що модель 8 може бути використана для аналізу процесу та прогнозування. Отримані результати дозволяють використати модель для отримання допусків в залежності від маси штампованих поковок із чорних металів та класу точності для обчислення відсотка допуску для поковки конкретної маси від 0,2 до 1000 кг.

Аналогічні дослідження були проведені для визначення лінійних, квазілінійних та нелінійних моделей для отримання допусків на масу кованих і штампованих у підкладних штампах поковок із чорних металів в залежності від маси та класу точності. За вищенаведеною методикою визначені моделі для отримання допусків в залежності від маси кованих і штампованих у підкладних штампах поковок із чорних металів та класу точності. Результати дослідження представимо у таблиці 3.

Таблиця 3. **Допуск на масу кованих в підкладних штампах поковок із чорних металів**

Номер моделі	Математична залежність	n	R^2	R_{min}	F	$F_{кр}$	Джерело статистичних даних
9	$\hat{\delta} = 5{,}925 - 0{,}0059 m_H + 5{,}0382 k_T$	59	0,59	0,304	40,13	3,1619	[3, с.115]
10	$\hat{\delta} = -0{,}2004 - 0{,}5092\sqrt{m_H} + 1{,}4063 k_T$	59	0,73	0,304	70,35	3,1619	[3, с.115]
11	$\hat{\delta} = -0{,}2999 - 1{,}5431 \ln m_H + 1{,}4455 k_T$	59	0,87	0,304	238,14	3,1619	[3, с.115]
12	$\hat{\delta} = 19{,}063 \cdot m_H^{-0{,}3198} \cdot e^{0{,}4608 \cdot k_T}$	59	0,978	0,304	1581,00	3,1619	[3, с.115]

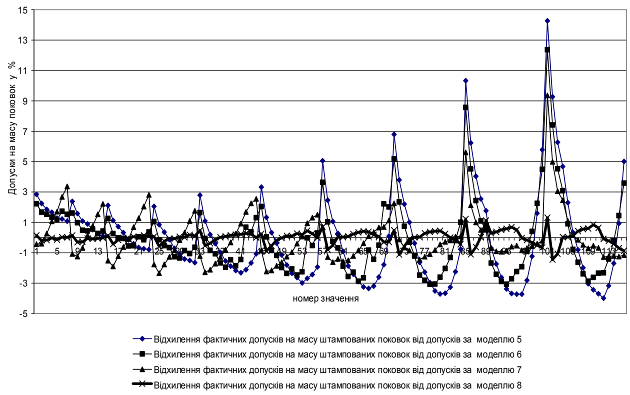

Рис. 7. Відхилення фактичних допусків на масу штампованих поковок від моделей

Відхилення фактичних допусків на масу кованок від допусків за моделями 9 – 12 наведені на рис. 8. Із рисунка видно, що відхилення нелінійної моделі 12 від фактичних даних найменші, вони значно відрізняються від інших відхилень. Коефіцієнт детермінації моделі 12 найбільший, а також ця модель не дає від'ємних значень. Це свідчить про те, що модель 12 може бути використана для аналізу процесу та прогнозування. Отримані результати дозволяють використати модель для отримання допусків в залежності від маси кованих і штампованих у підкладних штампах поковок із чорних металів та класу точності для обчислення відсотка допуску для поковок конкретної маси від 3,0 до 5000 кг.

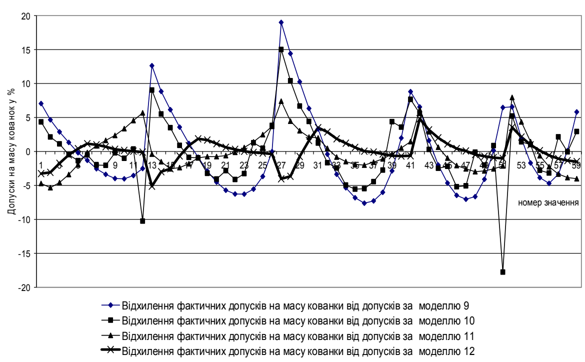

Рис. 8. Відхилення фактичних допусків на масу кованок із чорних металів від моделей

Всі одержані нелінійні моделі, які будемо використовувати для прогнозування зведемо в таблицю 4.

Таблиця 4. **Допуски на масу виливків, кованих та штампованих деталей із чорних металів**

Номер моделі	Математична залежність	R^2	Вид деталі	Джерело статистичних даних
4	$\hat{\delta} = 1{,}097 \cdot m_H^{-0{,}2747} \cdot e^{0{,}4495 \cdot k_T}$	0,9790	виливки із чорних металів	[3, с.113]
8	$\hat{\delta} = 1{,}6603 \cdot m_H^{-0{,}2352} \cdot e^{0{,}2321 \cdot k_T}$	0,9864	штамповані поковки із чорних металів	[3, с.115]
12	$\hat{\delta} = 19{,}063 \cdot m_H^{-0{,}3198} \cdot e^{0{,}4608 \cdot k_T}$	0,9780	ковані в підкладних штампах поковки із чорних металів	[3, с.115]

Оцінка умовного прогнозного найбільш вірогідного значення змінної δ при заданих (проектованих) величинах факторів-аргументів m_H, k_T здійснюється підстановкою величин незалежних змінних (факторів) у рівняння регресії (4). Знайдене таким чином значення є точковим прогнозом величини δ. З огляду на те, що модель має похибки, доцільно використовувати інтервальне прогнозування, наряду із точковим. Для прогнозування значень доцільно побудувати довірчі інтервали $(\delta_{пр.} - \Delta\delta; \delta_{пр.} + \Delta\delta)$. Коефіцієнти моделі (8) a_1, a_2, a_3 розподілені за нормальним законом розподілу з відповідним математичним сподіванням та дисперсією. Встановлені значення вибіркової моделі (8) є оцінками параметрів узагальненої регресійної моделі. Знайдемо інтервали довіри для параметрів узагальненої моделі, тобто інтервали, у які із заданою імовірністю потрапляють їхні значення.

Побудову довірчих зон виконаємо на прикладі кованих поковок із чорного металу. Пошук інтервального прогнозування виконуємо для лініаризованих даних $\left(\hat{\delta}_{пр} - \Delta\delta_{пр}; \hat{\delta}_{пр} + \Delta\delta_{пр}\right)$ за формулою[4]:

$$\Delta\hat{\delta}_{пр} = t_{p,k} \cdot S_{\delta} \cdot \sqrt{X_{пр} \cdot \left[[X]^T \cdot [X]\right]^{-1} \cdot X_{пр}^T + 1}, \qquad (10)$$

де $t_{p,k}$ - критичне значення *t*-статистики Ст'юдента, $P = 0{,}95$ - надійність розрахунків (рівень довіри), $k = n - m - 1 = 59 - 2 - 1 = 56$; тоді за таблицями розподілу Ст'юдента $t_{p,k} = 2{,}003$; S_{δ} - середнє квадратичне значення відхилень; $X_{пр}$ - вектор-рядок значень $(1; m_{Hnn}; k_{Tnn})$; $[X]$ - матриця лініаризованих фактичних даних незалежних змінних m_H, k_T, перший стовпець якої складається із одиниць; $[X]^T$ - транспонована матриця фактичних даних.

Алгоритм обчислення довірчих зон передбачає використання вбудованих функцій електронних таблиць MS Excel МУМНОЖ, ТРАНСП, МОБР, СТЬЮДРАСПОБР та інших комбінацій.

Наприклад, використовуючи даний алгоритм, маємо можливість знайти прогнозне значення допуску на масу кованої поковки із чорного металу масою $m_{Hnn} = 1500$ кг при $k_{Tnn} = 1$.

Лініаризовані дані $\ln m_{Hnn} = 7{,}31; k_{Tnn} = 1$.

$X_{пр} = (1; 7{,}31; 1)$.

$$[X]^T \cdot [X] = \begin{pmatrix} 59{,}00 & 314{,}00 & 165{,}00 \\ 314{,}00 & 1918{,}78 & 956{,}31 \\ 165{,}00 & 956{,}31 & 563{,}00 \end{pmatrix};$$

Обернена матриця:

$$\left[[X]^T \cdot [X]\right]^{-1} = \begin{pmatrix} 0{,}148 & -0{,}017 & -0{,}015 \\ -0{,}017 & 0{,}0005 & -0{,}004 \\ -0{,}015 & -0{,}004 & 0{,}0013 \end{pmatrix};$$

$$X_{пр} \cdot \left[[X]^T \cdot [X]\right]^{-1} = (0{,}009 \quad 0{,}018 \quad -0{,}032);$$

$$X_{пр} \cdot \left[[X]^T \cdot [X]\right]^{-1} \cdot X_{пр}^T = 0{,}109.$$

$t_{p,k} = 2{,}003$; $S_{\delta} = 0{,}097$; $\Delta\hat{\delta}_{пр} = 0{,}206$; $\hat{\delta}_{пр} = 1{,}07$.

Одержимо

$$\hat{\delta}_{пр} - \Delta\delta_{пр} = 0{,}864; \quad \hat{\delta}_{пр} + \Delta\delta_{пр} = 1{,}276.$$

Таким чином, виконавши зворотні перетворення отримаємо:

$$\hat{\delta}_{пр} = 2{,}91; \quad \hat{\delta}_{пр.ниж.} = 2{,}372; \quad \hat{\delta}_{пр.верх.} = 3{,}582,$$

що означає $\hat{\delta}_{пр.ниж.} \prec 2{,}91 \prec \hat{\delta}_{пр.верх.}$.

Висновки

При побудові багатофакторних моделей ми припустили, що на залежну змінну δ впливають два фактори, а саме m_H та k_T. Основні припущення тотожні ствердженням про те, що випадкова величина є нормально розподіленою з постійною дисперсією, а її значення не залежать від значень незалежних змінних, які входять у модель; фактори лінійно незалежні між собою. Невідомі параметри розраховані за методом найменших квадратів. Обчислені часткові регресійні коефіцієнти (параметри) показують, наскільки змінюється значення залежної змінної при зміні на одиницю значення відповідного фактора за умови, що значення інших факторів залишаються постійними. За допомогою *F*- тесту перевірили значимість усіх параметрів одночасно, а за допомогою *t* - тесту - кожного параметру окремо. Згідно рекомендацій робіт В.І. Сіськова та К.Д. Льюіса визначили R_{min}, чим підтвердили достовірність коефіцієнтів детермінації математичних моделей, які будемо використовувати для прогнозування. Для визначення довірчих зон застосували інтервальне прогнозування і, на прикладі кованої поковки із чорного металу масою $m_{Hnn} = 1500$ кг при $k_{Tnn} = 1$ знайшли прогнозне значення допуску на масу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Безъязычный В.Ф., Штанко М.Г. Допуски на вес отливок. – // Стандарты и качество, 1966. – №10. – С. 53-56
2. Штанко М.Г., Попов М.Е. Стандартизация допусков на вес штампованных заготовок. // Стандарты и качество, 1968. – №7. – С. 17-21
3. Штанко М.Г. Материалоемкость продукции машиностроения. – М.: Машиностроение, 1978. – 200 с.
4. Лук'яненко І.Г., Краснікова Л.І Економетрика: Підручник. – К.: Знання, 1998. – 494 с. (ISBN 966-7293-08-4)
5. Сиськов В.И. Корреляционный анализ в экономических исследованиях. – М.: Статистика, 1975. – 168 с.
6. Льюис К.Д. Методы прогнозирования экономических показателей: Пер. с англ. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 133 с.
7. Н.М. Городнича, В.І. Гуцалова, М.А. Прялін Прогнозне оцінювання взаємозв'язку між характеристиками устаткування на основі математичних кореляційних моделей. // Вопросы химии и химической технологии, вид-во ДВНЗ «Український державний хіміко-технологічний університет», 2010 – №3 – С. 202-206.

пост. 13.09.2010