

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА АЛГОРИТМИ



Алгоритм оптимизации композиционных планов второго порядка методом ветвей и границ

КОШЕВОЙ Н.Д., КОСТЕНКО Е.М., ЧУЙКО А.С.

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт»

Разработаны алгоритм и программа, реализующие оптимизацию методом ветвей и границ композиционных планов эксперимента для построения математических моделей второго порядка. Показаны работоспособность и эффективность разработанного алгоритма на примере исследования работы оператора на пульте управления сложной радиоэлектронной системы. Получен выигрыш во временных затратах на реализацию эксперимента в 1,73 раза по сравнению с исходным планом.

Розроблені алгоритм і програма, які методом гілок і меж оптимізують композиційні плани експерименту для побудови математичних моделей другого порядку. Показані працездатність і ефективність розробленого алгоритму на прикладі дослідження роботи оператора за пультом управління складної радіоелектронної системи. Отримано вигравш за часовими витратами на реалізацію експерименту в 1,73 рази у порів'язанні з початковим планом.

The algorithm and the program realizing by a method of branches and borders optimization of composite plans of experiment for construction of mathematical models of the second order were created. Working capacity and efficiency of the developed algorithm on an example of research of work of the operator on a control panel of complex radio-electronic system were shown. The advantage in time expenses for realization of experiment in 1,73 times in comparison with the initial plan was received.

Постановка проблемы. При решении задач оптимизации и управления различными объектами возникает проблема получения математических моделей указанных объектов. Для их получения зачастую используют методы планирования экспериментов. При этом оправдано стремление экспериментаторов получать эти модели при минимальных стоимостных и временных затратах. Особенно эта задача актуальна при исследовании дорогостоящих и длительных процессов.

Анализ последних исследований и публикаций. Известны методы синтеза оптимальных по стоимостным и временным затратам планов дробного и полного факторных экспериментов [1,2], основанные на использовании следующих видов оптимизации: анализ перестановок, случайный поиск и метод ветвей и границ. Эффективность разработанных методов доказана при исследовании различных объектов, например, технологического процесса меднения печатных плат[3]. Так как зачастую объект исследования описывается математическими моделями 2-го порядка, целесообразно разработать алгоритм оптимизации композиционных планов второго порядка методом ветвей и границ.

Цель статьи: разработать алгоритм оптимизации композиционных планов второго порядка методом ветвей и границ и доказать эффективность его применения.

Основные результаты исследований. Сущность такого алгоритма, схема которого изображена на рис.1, заключается в следующем.

Этап 1. В начале работы алгоритма производится ввод количества факторов исследуемого объекта k ($k \leq 5$).

Этап 2. Осуществляется выбор одного из доступных планов: ортогональный центральный композиционный план (ОЦКП), ядром которого является дробный факторный эксперимент (ДФЭ) или полный факторный эксперимент (ПФЭ); ротатабельный центральный композиционный план (РЦКП), ядром которого также выступает ДФЭ или ПФЭ. В случае, когда ядром является ДФЭ, то дополнительно необходимо ввести генерирующие соотношения.

Этап 3. В зависимости от выбранного плана выполняется построение матрицы планирования и вывод ее на экран.

Этап 4. Пользователь вводит стоимости (время) переходов между уровнями для каждого фактора.

Этап 5. Выполняется построение матрицы дуг, в которой элемент матрицы d_{ij} представляет собой стоимость (время) перехода из i -го эксперимента в j -ый эксперимент исходной матрицы планирования. Стоимость (время) перехода из i -го эксперимент в i -ый равна бесконечности.

Этап 6. Выполняется поиск верхней границы. Величина первичной верхней границы определяется путем

сложения стоимостей (времен) переходов между экспериментами исходной матрицы планирования.

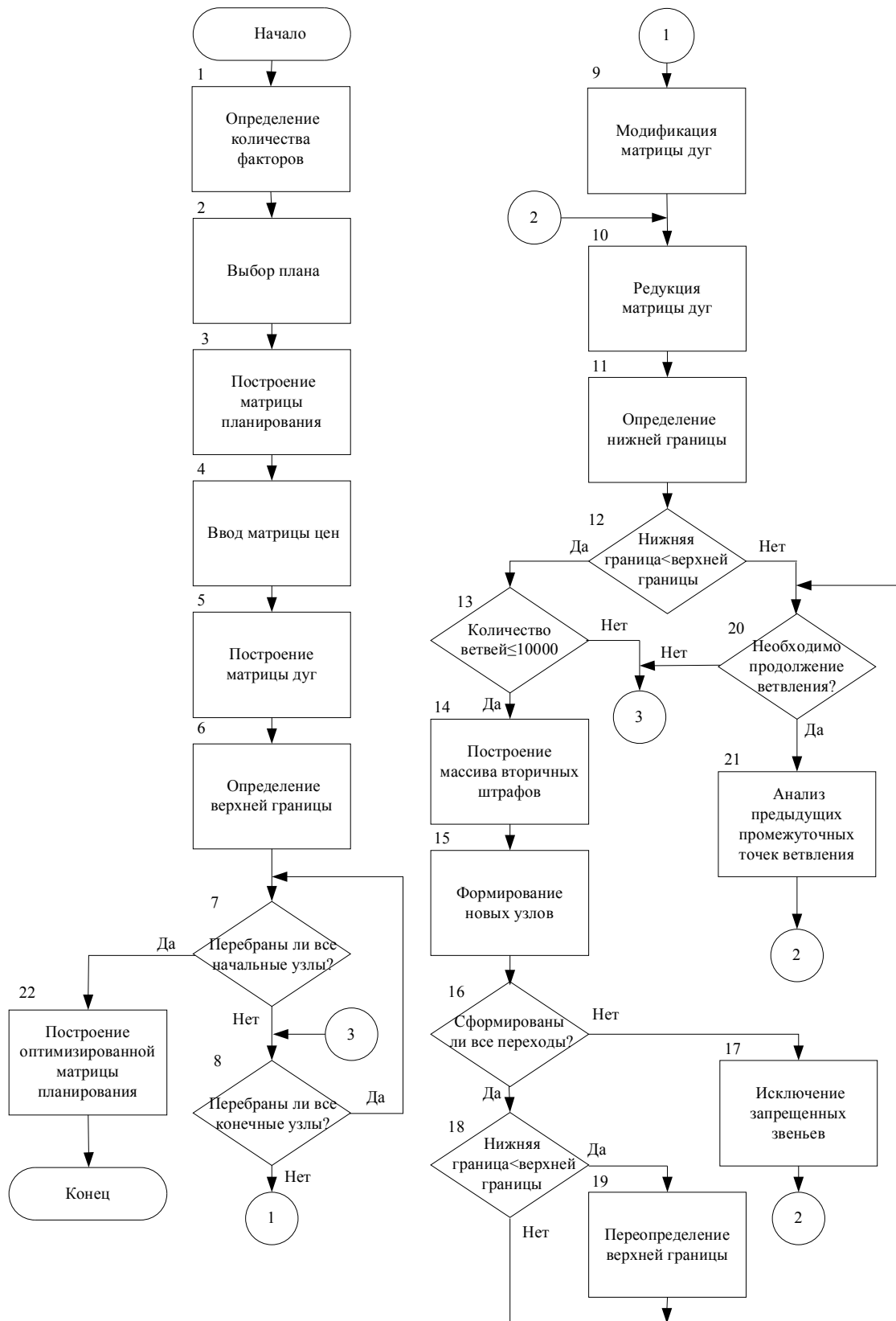


Рис. 1. Алгоритм оптимизации композиционных планов второго порядка методом ветвей и границ

Этап 7. Выполняется перебор всех возможных начальных узлов. Если были перебраны все возможные начальные узлы, то выполняется этап 22, в противном случае – этап 8.

Этап 8. Выполняется перебор всех возможных конечных узлов. Если были перебраны все возможные конечные узлы, то выполняется этап 7, в противном случае – этап 9.

Этап 9. Выполняется модификация исходной матрицы дуг. При этом из исходной матрицы дуг исключаются строки и столбцы с номерами соответствующими номерам начального и конечного узла. В матрицу дуг добавляются столбец, содержащий значения столбца с номером соответствующим номеру конечного узла и добавляется строка, содержащая значения строки с номером соответствующим номеру начального узла.

Этап 10. Выполняется редукция матрицы дуг. Операция редукции заключается в выполнении операции редукции строк и редукции столбцов. Операция редукции строк заключается в вычитании из каждого элемента строки минимального элемента этой же строки. Вычитаемые элементы записываются в массив С. Операция редукции столбцов заключается в вычитании из каждого элемента столбца минимального элемента этого же столбца. Вычитаемые элементы записываются в массив Q.

Этап 11. Определяется нижняя граница узла содержащего новое звено. Для этого выполняется суммирование предыдущей величины нижней границы со всеми элементами массивов С и Q (при первичном формировании нижней границы величина предыдущей нижней границы 0).

Этап 12. Если величина нижней границы текущего узла меньше значения верхней границы, то выполняется этап 13, в противном случае – 20.

Этап 13. Если количество ветвей не более 10000, то выполняется этап 14, в противном случае выполняется этап 8.

Этап 14. Для построения массива вторичных штрафов сначала формируются массивы А и В. Массив А формируется путем выбора из каждой строки минимального элемента (не равного нулю) в случае, если строка содержит один нулевой элемент. В противном случае соответствующему элементу массива А присваивается нулевое значение. Массив В формируется путем выбора из каждого столбца минимального элемента (не равного нулю) в случае, если столбец содержит один нулевой элемент. В противном случае соответствующему элементу массива В присваивается нулевое значение. Формирование массива вторичных штрафов F осуществляется путем сложения элементов массивов А и В, соответствующих нулевому значению матрицы дуг, т.е. $F_{ij}=A_i+B_j$ при $d_{ij}=0$.

Этап 15. Выполняется формирование нового узла, соответствующего максимальному элементу массива вторичных штрафов. При этом из матрицы дуг исключаются строка и столбец, соответствующие этому узлу. Формируется узел для маршрутов, не содержащих нового звена, и определяется величина соответствующей ему нижней границы путем сложения нижней границы узла, содержащего предыдущее звено, и максимального элемента массива вторичных штрафов.

Этап 16. Если сформированы все переходы между экспериментами, то выполняется этап 18, в противном случае – этап 17.

Этап 17. Выполняется исключение запрещенных дуг из матрицы дуг, т.е. тех дуг, которые вместе с дугами, включенными в маршрут, образуют подмаршрут. При этом маршрут – замкнутая последовательность экспериментов, включающая полное множество экспериментов, а подмаршрут – замкнутая последовательность экспериментов, включающая неполное их множество.

Этап 18. Если значение нижней границы узла, содержащего новое звено, меньше значения верхней границы, то выполняется этап 19, в противном случае – этап 20.

Этап 19. Нижняя граница узла, содержащего новое звено, будет верхней границей для последующего расчета. Соответствующая ей последовательность экспериментов будет более оптимальна предыдущей.

Этап 20. Проверяется необходимость дальнейшего ветвления. Если продолжение ветвления необходимо, то выполняется этап 21, в противном случае – этап 8. Условиями, выполнение хотя бы одного из которых приводит к не продолжению ветвления, являются: количество ветвей более 10000; все значения нижних границ узлов, не содержащих звенья, больше значения верхней границы, и не имеющих исходящих ветвей.

Этап 21. Выполняется поиск узла, не содержащего, какого либо звена, значение нижней границы которого меньше значения верхней границы и не имеющего исходящей ветви.

Этап 22. Выполняется перестановка экспериментов в матрице планирования в оптимальной последовательности и вывод ее на экран.

Проверка работоспособности и эффективности алгоритма, реализующего оптимизацию композиционных планов второго порядка методом ветвей и границ, осуществлялась на примере исследования работы оператора на пульте управления сложной радиоэлектронной системы. В качестве количественной оценки У рассматривалось [4] число ошибок допускаемых оператором. Доминирующими факторами, влияющими на этот показатель, были выбраны: X_1 – число органов управления на пульте управления L; X_2 – число органов индикации на пульте управления M; X_3 – время анализа информации оператором на индикаторных устройствах пульта управления T_y, c ; X_4 – число циклов работы оператора $N_{ц}$; X_5 – время работы оператора за пультом (продолжительность цикла работы) $T_{ц}, час$.

Начальный план ротативного центрального композиционного планирования (РЦКП), ядро которого представляет собой план ДФЭ 2^{5-1} с генерирующим соотношением $X_5 = X_1 X_2 X_3 X_4$, в соответствии с которым проводилось исследование [4], приведен в табл.1.

Проведем оптимизацию начального плана РЦКП по критерию суммарного времени реализации эксперимента. Время изменения значений уровней факторов приведены в табл. 2. С помощью программы реализующей разработанный алгоритм, синтезирован оптимальный по времени проведения план РЦКП

(см. табл. 1). Временные затраты на реализацию экспериментов составляют: 14794,83 минуты для начального плана; 8556,17 минуты для оптимального

плана. При этом имеем выигрыш во временных затратах на реализацию эксперимента в 1,73 раза по сравнению с начальным планом.

Таблица 1. Начальный и оптимальный планы РЦКП

Начальный план						Оптимальный план					
Номер опыта	Обозначение факторов					Номер опыта	Обозначение факторов				
	X1	X2	X3	X4	X5=X1X2X3X4		X1	X2	X3	X4	X5=X1X2X3X4
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	+1	+1	+1	+1	+1	24	0	0	0	+a	0
2	-1	+1	+1	+1	-1	23	0	0	0	-a	0
3	+1	-1	+1	+1	-1	27	0	0	0	0	0
4	-1	-1	+1	+1	+1	28	0	0	0	0	0
5	+1	+1	-1	+1	-1	29	0	0	0	0	0
6	-1	+1	-1	+1	+1	30	0	0	0	0	0
7	+1	-1	-1	+1	+1	31	0	0	0	0	0
8	-1	-1	-1	+1	-1	32	0	0	0	0	0
9	+1	+1	+1	-1	-1	17	-a	0	0	0	0
10	-1	+1	+1	-1	+1	18	+a	0	0	0	0
11	+1	-1	+1	-1	+1	19	0	-a	0	0	0
12	-1	-1	+1	-1	-1	20	0	+a	0	0	0
13	+1	+1	-1	-1	+1	21	0	0	-a	0	0
14	-1	+1	-1	-1	-1	22	0	0	+a	0	0
15	+1	-1	-1	-1	-1	25	0	0	0	0	-a
16	-1	-1	-1	-1	+1	26	0	0	0	0	+a
17	-a	0	0	0	0	15	+1	-1	-1	-1	-1
18	+a	0	0	0	0	9	+1	+1	+1	-1	-1
19	0	-a	0	0	0	12	-1	-1	+1	-1	-1
20	0	+a	0	0	0	14	-1	+1	-1	-1	-1
21	0	0	-a	0	0	16	-1	-1	-1	-1	+1
22	0	0	+a	0	0	10	-1	+1	+1	-1	+1
23	0	0	0	-a	0	11	+1	-1	+1	-1	+1
24	0	0	0	+a	0	13	+1	+1	-1	-1	+1
25	0	0	0	0	-a	7	+1	-1	-1	+1	+1
26	0	0	0	0	+a	6	-1	+1	-1	+1	+1
27	0	0	0	0	0	4	-1	-1	+1	+1	+1
28	0	0	0	0	0	1	+1	+1	+1	+1	+1
29	0	0	0	0	0	3	+1	-1	+1	+1	-1
30	0	0	0	0	0	5	+1	+1	-1	+1	-1
31	0	0	0	0	0	2	-1	+1	+1	+1	-1
32	0	0	0	0	0	8	-1	-1	-1	+1	-1

Таблица 2. Время изменения значений уровней факторов

Время изменений значений уровней, мин	Обозначение факторов				
	X1	X2	X3	X4	X5
1	2	3	4	5	6
из "-а" в "-1"	0,83	0,66	0,67	1200,00	240,00
из "-а" в "0"	1,08	0,83	1,00	2100,00	300,00
из "-а" в "+1"	1,33	1,00	1,33	3240,00	360,00
из "-а" в "+а"	1,58	1,17	1,67	4620,00	420,00
из "-1" в "-а"	0,58	0,50	0,33	540,00	180,00
из "-1" в "0"	1,08	0,83	1,00	2100,00	300,00
из "-1" в "+1"	1,33	1,00	1,33	3240,00	360,00
из "-1" в "+а"	1,58	1,17	1,67	4620,00	420,00
из "0" в "-а"	0,58	0,50	0,33	540,00	180,00
из "0" в "-1"	0,83	0,66	0,67	1200,00	240,00
из "0" в "+1"	1,33	1,00	1,33	3240,00	360,00
из "0" в "+а"	1,58	1,17	1,67	4620,00	420,00
из "+1" в "-а"	0,58	0,50	0,33	540,00	180,00
из "+1" в "-1"	0,83	0,66	0,67	1200,00	240,00
из "+1" в "0"	1,08	0,83	1,00	2100,00	300,00
из "+1" в "+а"	1,58	1,17	1,67	4620,00	420,00
из "+а" в "-а"	0,58	0,50	0,33	540,00	180,00
из "+а" в "-1"	0,83	0,66	0,67	1200,00	240,00
из "+а" в "0"	1,08	0,83	1,00	2100,00	300,00
из "+а" в "+1"	1,33	1,00	1,33	3240,00	360,00

Выводы

Разработаны алгоритм и программа, реализующие оптимизацию композиционных планов эксперимента второго порядка методом ветвей и границ. Доказана работоспособность и эффективность разработанного алгоритма на примере исследования работы оператора на пульте управления сложной радиоэлектронной системы. Получен выигрыш во временных затратах на реализацию эксперимента в 1,73 раза по сравнению с исходным планом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кошевой Н. Д., Костенко Е. М. Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – К.: ВІКНУ, 2009. – Вип. 19. – С. 44-48.
2. Кошевой Н.Д., Бурлеев О.Л., Костенко Е.М. Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2010. – №1(42). – С. 67-70.
3. Кошевой Н. Д., Бестань С. Г., Кожевников Г.К., Кошевой О. Н., Доценко Н. В. Математичне моделювання. – 2001. – №1(6). – С. 28-30.
4. Барабашук В.И., Креденцер Б.П., Мирошниченко В.И. Планирование эксперимента в технике.– К.: Техніка, 1984. – 200с.

пост. 14.04.2010