

## Кинетика движения ферромагнитной частицы в неоднородном магнитном поле кристаллизатора

ШАПОВАЛ Н.А.

Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, г. Николаев

Разработанная математическая модель движения микрохолодильников в расплаве непрерывного слитка в неоднородном магнитном поле с градиентом  $\frac{dB}{dz}$ , позволяет рассчитать скорость и путь, проходимый микрохолодильниками за время их существования, что дает возможность рассчитать протяженность зон в кристаллизаторе, влияющие на скорость вытягивания слитка.

Розроблена математична модель руху мікрохолодильників в розплаві безперервного злитка у неоднорідному магнітному полі з градієнтом  $\frac{dB}{dz}$ , яка дозволяє розрахувати швидкість та шлях, пройдений мікрохолодильниками за час їх існування. Це дає можливість розрахувати протяжність зон в кристалізаторі, які впливають на швидкість витягування злитка.

The developed mathematical model of the microrefrigerator's motion in the continuous ingot melt in the inhomogeneous magnetic field with  $\frac{dB}{dz}$  gradient allows to calculate the speed and the way that is passed by the microrefrigerators during their existence time, that permits to calculate the zones extension in the crystallizer that have an influence on the speed of ingot drawing.

Известные способы непрерывной разливки стали и получения непрерывного слитка [1,4] в настоящее время потеряли свою актуальность. Предлагаемый способ получения непрерывного слитка с помощью организации объемной кристаллизации [2,3] требует знания влияния термодинамических и геометрических параметров на важные параметры технологического процесса.

Важными параметрами для технологического процесса, обеспечивающего объемную кристаллизацию непрерывного слитка, являются продолжительность существования микрохолодильников в жидком металле, время, за которое на микрохолодильник намораживается максимальная масса металла (толщина намороженной корочки), а также скорость движения ферромагнитной частицы (микрохолодильника) в неоднородном магнитном поле кристаллизатора и путь пройденный частицей в расплаве.

Для этого рассмотрим движение твердых частиц металла в расплаве под действием неоднородного магнитного поля. При этом на частицу будут действовать силы: тяжести, Архимеда, вязкого трения, сила, действующая на магнетики со стороны неоднородного магнитного поля  $\frac{dB}{dz}$ . Исходя из этого, уравнение движения частицы запишется так

$$m_i \frac{dV_i}{dt} = m_i g - \frac{4}{3} \pi R_i^3 \rho_{ж} g + P_i \frac{dB}{dz} - 6\pi R_i \eta V_i \quad (1)$$

где  $m_i = \frac{4}{3} \pi \rho_T R_i^3$  – масса  $i$ -ой частицы;  $V_i$  – скорость движения частицы  $i$ -го размера, м/с;  $R_i$  – радиус  $i$ -ой частицы, м;  $\rho_{ж}$ ,  $\rho_T$  – плотность жидкого металла и твердого, кг/м<sup>3</sup>;  $\eta$  – вязкость расплава, кг/м·с;  $P_i$  – магнит-

ный момент  $i$ -ой частицы, А·м<sup>2</sup>;  $\frac{dB}{dz}$  – градиент неоднородного магнитного поля, Тл/м.

Преобразовав уравнение движения (1), получим

$$\frac{dV_i}{dt} = \left(1 - \frac{\rho_{ж}}{\rho_T}\right) g + \frac{P_i}{\frac{4}{3} \pi R_i^3 \rho_T} \cdot \frac{dB}{dz} - \frac{6\pi R_i \eta V_i}{\frac{4}{3} \pi R_i^3 \rho_T} \quad (2)$$

Если ввести понятие магнитного момента единицы массы  $P_m = \frac{P_i}{\frac{4}{3} \pi R_i^3 \rho_T}$ , и проинтегрировав выражение (2),

найдем изменение скорости  $i$ -ой частицы со временем:

$$V_i = V_{i0} e^{-bt} + \frac{a}{b} (1 - e^{-bt}), \quad (3)$$

где  $a = g \left(1 - \frac{\rho_{ж}}{\rho_T}\right) + P_m \frac{dB}{dz}$ ,  $b = \frac{9\eta}{2R_i^2 \rho_T}$ .

Интегрируя уравнение (3), найдем путь пройденный  $i$ -ой частицей за время  $t$ , в обозначениях

$$l_i = \frac{V_{i0}}{b} (1 - e^{-bt}) + \frac{a}{b} \left( t - \frac{1}{b} (1 - e^{-bt}) \right) \quad (4)$$

После преобразования получим

$$l_i = \frac{a}{b} t + \left( V_{i0} - \frac{a}{b} \right) \frac{(1 - e^{-bt})}{b} \quad (5)$$

Подставив в выражения (4) и (5) значение величин  $a$  и  $b$ , получим выражение для скорости и пройденного пути  $i$ -ой частицей

$$V_i = V_{i0} e^{-\frac{9\eta}{2R_i^2 \rho_T} t} + \frac{g \left(1 - \frac{\rho_{ж}}{\rho_T}\right) + P_m \frac{dB}{dz}}{\frac{9\eta}{2R_i^2 \rho_T}} \left( 1 - e^{-\frac{9\eta}{2R_i^2 \rho_T} t} \right) \quad (6)$$

$$l_i = \frac{g \left( 1 - \frac{\rho_{жк}}{\rho_T} \right) + P_m \frac{dB}{dz} t}{\frac{9\eta}{2R_i^2 \rho_T}} + \left[ V_{i0} - \frac{g \left( 1 - \frac{\rho_{жк}}{\rho_T} \right) + P_m \frac{dB}{dz}}{\frac{9\eta}{2R_i^2 \rho_T}} \right] \left( 1 - e^{-\frac{9\eta t}{2R_i^2 \rho_T}} \right). \quad (7)$$

Анализируя полученные уравнения и учитывая, что плотности твердого и жидкого металла мало отличаются друг от друга, полученные уравнения можно упростить так

$$V_i = V_{i0} e^{-\frac{9\eta t}{2R_i^2 \rho_T}} + \frac{2R_i^2 \rho_T P_m \frac{dB}{dz}}{9\eta} \left( 1 - e^{-\frac{9\eta t}{2R_i^2 \rho_T}} \right), \quad (8)$$

$$l_i = \frac{2R_i^2 \rho_T}{9\eta} \left[ \frac{P_m \frac{dB}{dz} t}{1} + \left( V_{i0} - \frac{2R_i^2 \rho_T P_m \frac{dB}{dz}}{9\eta} \right) \left( 1 - e^{-\frac{9\eta t}{2R_i^2 \rho_T}} \right) \right]. \quad (9)$$

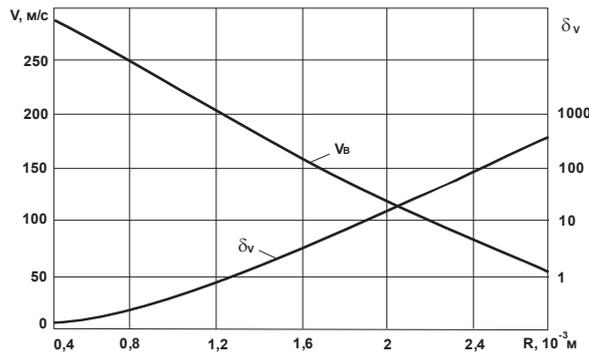


Рис. 1. График зависимости установившейся скорости движения *i*-ой частицы в расплаве от радиуса, при следующих параметрах для стали:  $q_{кр} = 2,72 \cdot 10^5$  Дж/кг,  $c_{ж} = 448$  Дж/кг·К,  $c_r = 747$  Дж/кг·К,  $T_{кр} = 1773$  К,  $\Delta T = 20$  К,  $\eta = 5,5 \cdot 10^{-3}$  кг/м·с,  $\frac{dB}{dz} = 17 \frac{Tл}{м}$ .

Используя выражения (8) и (9) рассчитаем значения скорости и пройденного пути *i*-ой частицы. Результаты представим в виде графиков. Чтобы сравнить скорости движения и пройденный путь *i*-ой частицы в расплаве под действием неоднородного магнитного поля и без поля, представим графики относительной скорости  $\delta_V = \frac{V_g}{V_b}$  и

относительного пути  $\delta_l = \frac{l_g}{l_b}$  на этих же графиках (рис. 1, 2), где  $V_g$  — скорость *i*-ой частицы в гравитационном поле,  $V_b$  — скорость *i*-ой частицы в неоднородном магнитном

поле,  $l_g$  — путь *i*-ой частицы в гравитационном поле,  $l_b$  — путь *i*-ой частицы в неоднородном магнитном поле.

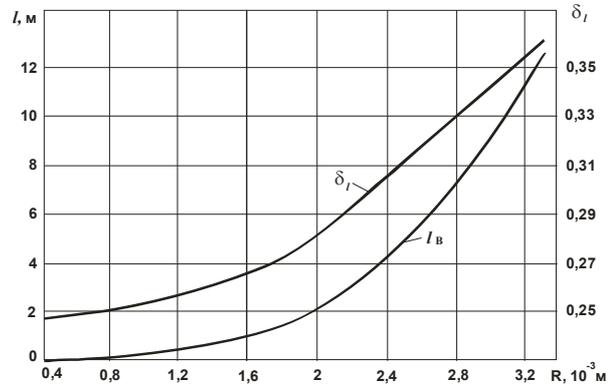


Рис. 2. График зависимости пройденного пути движения *i*-ой частицы в расплаве от радиуса, при следующих параметрах для стали и установившейся скорости движения частицы:  $q_{кр} = 2,72 \cdot 10^5$  Дж/кг,  $c_{ж} = 448$  Дж/кг·К,  $c_r = 747$  Дж/кг·К,  $T_{кр} = 1773$  К,  $\Delta T = 20$  К,  $\eta = 5,5 \cdot 10^{-3}$  кг/м·с,  $\frac{dB}{dz} = 17 \frac{Tл}{м}$ .

**Выводы**

Анализируя результаты расчета и выражения (8), (9) можно сделать следующий вывод, что скорость и пройденный путь *i*-ой частицы зависит от квадрата ее радиуса и градиента магнитного поля  $\frac{dB}{dz}$ , так как магнитный момент единицы массы не зависит от размера частицы. Выражение (9) показывает, что путь пройденный частицей в расплаве, будет больше у частиц большего размера, так как у этих частиц больше магнитный момент  $P_m$ .

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Корниенко А.С., Леушин Н.В., Носоченко О.В., Николаев Г.А., Емельянов В.В., Попандопуло И.К., Рыхов Ю.М., Поляков В.В., Казачков Е.А., Шукстуский И.Б. Способ непрерывной разливки металла. а.с. №933196 М кл<sup>3</sup> В22Д 11/00. 07.06.1982 Бюллетень №21.
2. Мочалов А.А., Гайша А.А., Шаповал Н.А. Математическая модель физических процессов кристаллизации слитков и сварных швов при наличии микрохолодильников. // Сборник научных трудов УГМУ. – 2008. – 6 (423) – с. 76 - 80.
3. Мочалов А.А., Шаповал Н.А. Математическая модель намораживания металла на микрохолодильник. // Научный журнал ДЖТУ «Математичне моделювання» – 2009. – с. 78 -80.
4. Сладкошteeв В.Т., Потанин Р.В., Рутес В.С. Непрерывная разливка стали на радиальных установках, М, Металлургия, 1974.