Влияние зазоров на величину динамических нагрузок в механизме подъема мостового крана

МАМАЕВ Л.М., *МИХАЙЛУСЬ А.С.*

Днепродзержинский государственный технический университет

Определены динамические нагрузки в зубьях зубчатых колес редуктора мостовых кранов

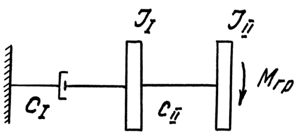
Визначені динамічні навантаження в зуб’ях зубчатих коліс редуктора мостових кранів

Dynamic loadings in cogwheels of a reducer of bridge cranes are determined

Введение. Работа в целом посвящена задачам, связанным с определением динамических нагрузок и расчетам на прочность сложных механических систем.

Постановка задачи. Во многих случаях при работе мостовых кранов выходит из строя редуктор механизма главного подъема. При этом, в большинстве случаев, ломаются зубья на быстроходной шестерне редуктора. Между зубьями зубчатых колес редуктора может возникнуть зазор, который приводит к тому, что приведенные массы получают некоторую дополнительную начальную скорость. После выборки зазора зубья зубчатых колес получают дополнительные динамические нагрузки.

Решение задачи. С целью учета влияния зазоров между зубьями зубчатых колес редуктора на величину динамических усилий в зубьях, рассмотрим двухмассовую расчетную схему с зазором.



Здесь I_I - приведенный момент инерции зубчатых колес, валов редуктора и барабана; I_{II} - приведенный момент инерции груза.

Приведение осуществляется к выходному валу редуктора: C_I - приведенная жесткость упругих элементов редуктора; C_{II} - приведенная жесткость канатов; $M_{гр}$ - приведенный крутящий момент от веса груза.

В качестве примера для расчета взят мостовой кран грузоподъемностью 15 т, на котором установлен редуктор РМ-650. В течение первого этапа движения системы происходит выборка зазора. Обозначим величину зазора Δ. На первом этапе движения системы будет происходить выборка зазора Δ. Найдем чему будет равна угловая скорость приведенных масс I_I и I_{II} в конце первого этапа движения системы. Для этого воспользуемся дифференциальным уравнением движения приведенных масс

$$(I_I + I_{II})\ddot{\varphi} = M_{гр}\,. \qquad (1)$$

Начальные условия движения выберем в такой форме. При $t = 0$, $\varphi = 0$, $\dot{\varphi} = 0$.

После интегрирования уравнения (1) получим

$$(I_I + I_{II})\dot{\varphi} = M_{гр}t\,;$$

$$(I_I + I_{II})\cdot\varphi = M_{гр}\frac{t^2}{2}\,. \qquad (2)$$

Найдем время движения, в течение выборки зазора

$$t = \sqrt{\frac{2(I_I + I_{II})\Delta}{M_{гр}}}\,.$$

Зная время движения, найдем угловую скорость в конце первого этапа движения

$$\dot{\varphi}_I = \sqrt{\frac{2M_{гр}\Delta}{I_I + I_{II}}}\,. \qquad (3)$$

После выборки зазора получим двухмассовую расчетную схему без зазора. Для этого случая составим дифференциальные уравнения колебаний приведенных масс

$$\left.\begin{aligned} I_I\ddot{\varphi}_I &= -C_I\varphi_I + C_{II}(\varphi_{II} - \varphi_I);\\ I_{\text{II}}\ddot{\varphi}_{II} &= -C_{II}(\varphi_{II} - \varphi_I) + M_{гр}. \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Однородна система уравнений, соответствующая неоднородной системе (4) будет иметь вид:

$$\left.\begin{aligned} I_I\ddot{\varphi}_I &= -C_1\varphi_1 + C_{II}(\varphi_{II} - \varphi_1);\\ I_{II}\ddot{\varphi}_{II} &= -C_{II}(\varphi_{II} - \varphi_I). \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Попробуем удовлетворить уравнения колебаний (5) функциями:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_I &= a_1\sin(pt + \alpha);\\ \varphi_{II} &= a_2\sin(pt + \alpha). \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Подставим выражения (6) в уравнения (5) получим:

$$\left.\begin{aligned} -C_I a_I + C_{II}(a_2 - a_1) &= -I_I a_1 p^2;\\ -C_{II}(a_2 - a_1) &= -I_{II}a_2p^2. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Находим из первого уравнения

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{C_I + C_{II} - I_I p^2}{C_{II}}\,. \qquad (8)$$

И из второго уравнения $\quad \dfrac{a_2}{a_1} = \dfrac{C_{II}}{C_{II} - I_{II}p^2}\,. \qquad (9)$

Совместность выражения (8) и (9) приводит к частному уравнению

$$\frac{C_I + C_{II} - I_I p^2}{C_{II}} = \frac{C_{II}}{C_{II} - I_{II}p^2}\,, \qquad (10)$$

содержащему единственную неизвестную частоту P.

После преобразования, получим уравнение

$$p^4 - \left(\frac{C_I + C_{II}}{I_I} + \frac{C_{II}}{I_{II}}\right)p^2 + \frac{C_I C_{II}}{I_I I_{II}} = 0\,. \qquad (11)$$

Для квадрата частоты имеем два вещественных и положительных решения:

$$p_1^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{C_I + C_{II}}{I_I} + \frac{C_{II}}{I_{II}}\right) \pm$$

$$\pm\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{C_I+C_{II}}{I_I}+\frac{C_{II}}{I_{II}}\right)^2-\frac{C_I C_{II}}{I_I I_{II}}}. \qquad (12)$$

Таким образом, колебательный процесс оказывается двухчастотным и определяется функциями

$$\sin(p_1 t+\alpha_1) \text{ и } \sin(p_2 t+\alpha_2).$$

Чтобы отразить в общем решении обе гармоники, усложним индексацию и запишем решение в виде

$$\left.\begin{aligned}\varphi_I &= a_{11}\sin(p_1 t+\alpha_1)+a_{12}\sin(p_2 t+\alpha_2);\\ \varphi_{II} &= a_{21}\sin(p_1 t+\alpha_1)+a_{22}\sin(p_2 t+\alpha_2).\end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Здесь первый индекс у амплитуды a_{ik} означает координаты, а второй – номер слагаемого в строке (номер частоты). Если подставим в выражение (8) первую частоту, то получим отношение амплитуд первой гармоники:

$$\chi_{21}=\frac{a_{21}}{a_{11}}=\frac{C_I+C_{II}-I_I p_1^2}{C_{II}}. \qquad (14)$$

Связь между амплитудами второй гармоники определяется тем же отношением (8)

$$\chi_{22}=\frac{a_{22}}{a_{12}}=\frac{C_I+C_{II}-I_I p_2^2}{C_{II}}. \qquad (15)$$

Следовательно, вместо решений (6) можно записать: $\varphi_I = a_{11}\sin(p_1 t+\alpha_1)+a_{12}\sin(p_2 t+\alpha_2)$;

$$\varphi_{II}=\chi_{21}a_{11}\sin(p_1 t+\alpha_1)+\chi_{22}a_{12}\sin(p_2 t+\alpha_2). \qquad (16)$$

Получено общее решение однородной системы (5). Найдем частное решение системы в виде

$$\varphi_1 = A_1; \qquad \varphi_2 = A_2.$$

Подставив эти значения в систему (4) получим

$$-C_I A_I + C_{II}(A_2-A_1)=0;$$
$$-C_{II}(A_2-A_1)+M=0.$$

Отсюда имеем $A_1=\dfrac{M}{C_I}$; $A_2=M\left(\dfrac{1}{C_I}+\dfrac{1}{C_{II}}\right)$.

Теперь можно записать общее решение неоднородной системы (4)

$$\left.\begin{aligned}\varphi_I &= a_{11}\sin(p_1 t+\alpha_1)+a_{12}\sin(p_2 t+\alpha_2)+\frac{M}{C_I};\\ \varphi_{II} &= \chi_{21}a_{11}\sin(p_1 t+\alpha_1)+\chi_{22}a_{12}\sin(p_2 t+\alpha_2)+\\ &+M\left(\frac{1}{C_I}+\frac{1}{C_{II}}\right)\end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

Здесь собственные частоты P_1 и P_2 и отношения χ_{21} и χ_{22} зависят только от параметров колебательной системы. Величины a_{11}, a_{12}, α_1, α_2 должны быть определены из четырех начальных условий, выражающих значения смещений и скоростей обеих дисков при $t=0$: $\varphi_I=0$, $\varphi_{II}=0$, $\dot\varphi_I=\omega_0$, $\dot\varphi_{II}=\omega_0$, т.е. движение системы вызвано начальной угловой скоростью, полученной дисками во время выборки зазора. При помощи выражений (16) получаем

$$\left.\begin{aligned}&a_{11}\sin\alpha_1+a_{12}\sin\alpha_2+\frac{M}{C_1}=0;\\ &\chi_{21}a_{11}\sin\alpha_1+\chi_{22}a_{12}\sin\alpha_2+M\left(\frac{1}{C_I}+\frac{1}{C_{II}}\right);\\ &a_{11}p_1\cos\alpha_1+a_{12}p_2\cos\alpha_2=\omega_0;\\ &\chi_{21}a_{11}p_1\cos\alpha_1+\chi_{22}a_{12}p_2\cos\alpha_2=\omega_0.\end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

Отсюда находим

$$\left.\begin{aligned}tg\alpha_1 &= -\frac{MP_1}{\omega_0}\left(\frac{1}{C_I}+\frac{1}{C_{II}(1-\chi_{22})}\right);\\ tg\alpha_2 &= -\frac{MP_2}{\omega_0}\left(\frac{1}{C_{II}}+\frac{1}{C_{II}(1-\chi_{21})}\right);\\ a_{11} &= \pm\sqrt{1+tg^2\alpha_1}\cdot\frac{\omega_0}{P_1}\cdot\frac{1-\chi_{22}}{\chi_{22}-\chi_{21}};\\ a_{12} &= \pm\sqrt{1+tg^2\alpha_2}\cdot\frac{\omega_0}{P_2}\cdot\frac{1-\chi_{21}}{\chi_{22}-\chi_{21}}.\end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

Знак перед корнем зависит от знака $tg\alpha$.

Величины P_1, P_2, χ_{21}, χ_{22} известны; для их вычисления должны быть использованы формулы (12, 14, 15).

В качестве примера рассмотрим мостовой кран грузоподъемностью 15 т с редуктором РМ-650.

Для этого случая получены следующие исходные данные:

I_I = 39,5 кг·м^2; P_1 = 28;

I_{II} = 39,1 кг·м^2; P_2 = 74;

C_I = 81100 н·м; χ_{21} = 1,6;

C_{II} = 83300 н·м; χ_{22} = – 0,64;

M = 6250 н·м; $\ell_1 = 0{,}1232\cdot10^{-4}$;

Δ = 0,2 мм; $\ell_{II} = 0{,}12\cdot10^{-4}$.

ω_0 = 0,2 с$^{-1}$;

Подставляя полученные значения в уравнения (16) будем иметь выражения для углов поворота листов I и II.

$$\left.\begin{aligned}\varphi_I &= -0{,}089\cos 28t+0{,}013\cos 74t+0{,}077;\\ \varphi_{II} &= -0{,}142\cos 28t-0{,}0083\cos 74t+0{,}152.\end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

Далее величину крутящих моментов на первом и втором упругих участках

$$M_I=C_I\varphi_I; \quad M_{II}=C_{II}(\varphi_{II}-\varphi_I). \qquad (21)$$

Для этого в выражения (21) подставим значения φ_I и φ_{II} из (7). В результате получим

$$\left.\begin{aligned}M_I &= C_I a_{11}\sin(P_1 t+\alpha_1)+C_{II}a_{12}\sin(P_2 t+\alpha_2)+M;\\ M_{II} &= C_{II}(\chi_{21}-1)a_{11}\sin(P_1 t+\alpha_1)+\\ &+C_{II}(\chi_{22}-1)a_{12}\sin(P_2 t+\alpha_2)+M.\end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

В результате получим:

$$\left.\begin{aligned}M_I &= -7218\cos 28t+973\cos 74t+6245;\\ M_{II} &= -4415\cos 28t-1833\cos 74t+6248.\end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

Величина коэффициентов динамичности будет равна

$$\left.\begin{aligned}\eta_I &= \frac{M_I}{M}=\frac{14503}{6250}=2{,}32;\\ \eta_{II} &= \frac{M_{II}}{M}=\frac{12458}{6250}=2{,}0.\end{aligned}\right\} \qquad (24)$$

Выводы

1. Наличие допустимых зазоров между зубьями зубчатых колес редуктора приводит к появлению динамических напряжений в 2-3 раза превышающих статические.
2. Результаты работы могут быть использованы для решения прикладных задач по определению динамических нагрузок сложных механических систем.

пост. 11.09.09