Розглянуто проблему правильного вибору хеш-функції для оптимальної роботи розглянутих алгоритмів.

Розглянуто декілька способів модифікації вихідного тексту та шляхи розпізнавання цих модифікацій (етапи приведення тексту до канонічного вигляду).

Розроблена програма, яка використовується в програмних продуктах компанії Iveonik Systems.

Програмна реалізація має вигляд бібліотеки, яку можна підключити до проекту .NET. Бібліотека надає користувачу всі класи для складання індексу, роботи з індексною базою, пошуку схожих документів по базі.

Додатково реалізовано програму, що на основі даної бібліотеки виконує порівняння текстів на схожість. Вона використовує той самий принцип що й основна бібліотека, за виключенням методу фільтрації шинглів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Broder A. Syntactic Clustering of the Web / A. Broder, S. Glassman, M. Manasse, G. Zweig //. Computer Networks and ISDN Systems. – 1997. – Vol. 29. – Issue 8-13. – P. 1157 - 1166.
2. Косинов, Д. И. Использование статистической информации при выявлении схожих документов / М. Косинов // Интернет-математика 2007 : сб. работ участников конкурса науч. проектов по информ. поиску / [отв. ред. П. И. Браславский]. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2007. — С. 84–90.
3. Роберт Шелдон, Джоффей Мойе. MySQL: базовый курс.: Пер. с англ. - М.:ООО "И.Д. Вильямс", 2007. - 880 с.
4. Інтернет ресурс http://ru.wikipedia.org/wiki/
5. Інтернет ресурс msdn.com Інтернет сайт http://sqlite.org/.

пост. 31.12.09

Про спектр граничних задач для диференціальних рівнянь зі спектральним параметром у просторах з індефінітною метрикою

ОЛІЙНИК Л.О.

Дніпродзержинський державний технічний університет

В роботі, на основі абстрактної схеми розширень симетричного оператора з виходом в більш широкий простір та теорії розширень лінійних операторів у просторах з індефінітною метрикою, розглядаються умови самоспряженості у гільбертовому просторі з індефінітною метрикою побудованого розширення симетричного оператора, що породжується задачею Штурма-Ліувілля зі спектральним параметром в граничних умовах. Наведено приклад застосування отриманих результатів для модельної граничної задачі.

В работе, на основе абстрактной схемы расширения симметрического оператора с выходом в более широкое пространство и теории операторов в пространствах с индефинитной метрикой, исследуются условия самосопряженности оператора в гильбертовом пространстве с индефинитной метрикой, порождаемого задачей Штурма-Лиувилля со спектральным параметром в граничных условиях. Приведен пример применения полученных условий к модельной граничной задаче.

Based on symmetric abstract scheme of operator expansion with passing to wide space and the theory of operators in spaces with indefinite metric, the research analyses the properties of self-adjoint operator in Hilbert space with indefinit metric generated by the Sturm-Liouville problem with spectral parameter in boundary conditions. It is made an exemple of application of derived conditions to model boundary problem.

I. Розглянемо задачу на власні значення

$$l[y] \equiv -\left(p(t)y'(t)\right)' + q(t)y(t) = \lambda y(t) \qquad (1)$$

$$-\left[\beta_1 y(0) - \beta_2 p(0)y'(0)\right] = \lambda\left[\alpha_1 y(0) - \alpha_2 p(0)y'(0)\right] \qquad (2)$$

$$y(b) = 0 \qquad (3)$$

де $t \in [0,b]$, $p(t)$, $q(t)$ - дійсні функції такі, що $q(t) \in C[0,b]$, $p(t) \in C'[0,b]$, $p(t) > 0$; $\lambda \in \mathrm{C}$ - спектральний параметр. α_i, $\beta_i \in \mathrm{R}$, $(i = 1,2)$ такі, що $\Delta = \alpha_2\beta_1 - \alpha_1\beta_2 < 0$.

Зазначимо, що у випадку коли $\Delta = 0$, спектральний параметр в граничних умовах буде відсутній. У випадку $\Delta > 0$ властивості спектра задачі (1)-(3) наведено в роботі ([1]).

Нехай $L_2[0,b]$ - гільбертовий простір функцій з інтегрованим квадратом модуля та скалярним добутком:

$$(x,y)=\int_0^b x(t)\overline{y(t)}dt .$$

Позначимо $L_{0,b}$ – мінімальний оператор, породжений диференціальним виразом $l[y]$ та граничною умовою (3) в просторі $L_2[0,b]$. Тоді $L^*_{0,b}$ – максимальний оператор, породжений диференціальним виразом $l[y]$. Відомо, що $L_{0,b}\subset L^*_{0,b}$.

Нехай $H=C$, де C - множина комплексних чисел, що утворюють гільбертовий простір зі скалярним добутком вигляду: $(z_1,z_2)_C=z_1\cdot\overline{z_2}$,

$$\forall z_1,z_2\in C .$$

Покладемо $\Gamma_1 y=-y(0)$, $\Gamma_2 y=p(0)y'(0)$.

Відомо ([1]), що трійка $\{H,\Gamma_1,\Gamma_2\}$ - є простір граничних значень оператора $L_{0,b}$.

Розглянемо пряму суму $L_2[0,b]\oplus C$. В цій прямій сумі введемо оператор T'_B:

$$\mathbf{D}(T'_B)=\left\{\widetilde{Y}\in L_2[0,b]\oplus C\left|\begin{matrix}\widetilde{Y}=\{y(t);\ \alpha_1\Gamma_1 y-\alpha_2\Gamma_2 y\},\\ y(t)\in\mathbf{D}(L_{0,b})\end{matrix}\right.\right\},$$

$$T'_B\widetilde{Y}=(l[y];\ \beta_1\Gamma_1 y+\beta_2\Gamma_2 y).$$

Оператор T'_B допускає замикання, яке позначатимемо T_B. Тоді задача (1)-(3) є задачею на власні значення для оператора T_B:

$$T_B\widetilde{Y}=\lambda\widetilde{Y} .$$

II. Для дослідження отриманої задачі застосуємо наступну абстрактну схему побудови розширення симетричного оператора з виходом в більш широкий гільбертовий простір.

Нехай $\wp$-сепарабельний гільбертів простір. T лінійний, замкнений, симетричний оператор з щільною областю визначення та рівними скінченими або нескінченими дефектними числами.

Нагадаємо, що трійка $\{H,\Gamma_1,\Gamma_2\}$, де H – гільбертів простір, а Γ_i ($i=1,2$) лінійні відображення з $D(T^*)$ в H, називається простором граничних значень оператора T, якщо:

а) для довільного f та g з $D(T^*)$ є справедливою рівність

$$(T^*f,g)_\wp-(f,T^*g)_\wp=(\Gamma_1 f,\Gamma_2 g)_H-(\Gamma_2 f,\Gamma_1 g)_H ;$$

б) для довільних F_1 та F_2 з H існує $f\in D(T^*)$ такий, що $\Gamma_1 f=F_1$, $\Gamma_2 f=F_2$.

Нехай $D\subset D(T^*)$ підмножина області визначення спряженого до T оператора така, що $\overline{D}=\wp$, $\overline{T^*}\Big|_D=T^*$, $\overline{T}\big|_{D\cap D(T)}=T$.

Позначимо $H_0=\Gamma_1 D\cup\Gamma_2 D$, де $\Gamma_i D=\{\Gamma_i D, f\in D\}$, $i=1,2$, і $H_0\subset H$ ($\{H,\Gamma_1,\Gamma_2\}$-простір граничних значень оператора T). Неважко переконатися у тому, що $\overline{H_0}=H$.

Нехай B_{ik} ($i,k=1,2$)–лінійні обмежені оператори, що діють в H. Позначимо B операторну матрицю, що діє в прямій сумі $H\oplus H$ і породжується операторами B_{ik}.

У прямій сумі гільбертових просторів $\wp\oplus H$, елементи якої позначатимемо $\widetilde{F}=\{f,F\}$, $f\in\wp$, $F\in H$, розглянемо оператор T'_B:

$$D(T'_B)=\left\{\widetilde{F}\in\wp\oplus H, f\in D, F=B_{11}\Gamma_1 f+B_{12}\Gamma_2 f\right\},$$

$$T'_B\widetilde{F}=\left\{T^*f,\ B_{21}\Gamma_1 f+B_{22}\Gamma_2 f\right\}.$$

Цей оператор допускає замикання T_B, яке є розширенням оператора T з виходом у гільбертовий простір $\wp\oplus H$ ([2]).

Позначимо також $W=\begin{pmatrix}1&0\\0&V\end{pmatrix}$ матричний оператор, що діє в прямій сумі $\wp\oplus H$, де $V:H\to H$ - обмежений, самоспряжений і такий, що $(VF,F)<0$, тобто від'ємний. Тоді в гільбертовому просторі $\wp\oplus H$ зі скалярним добутком $(\widetilde{F},\widetilde{G})$ ($\widetilde{F}=\{f,F\}$, $f\in\wp$, $F\in H$), ермітова форма $[\widetilde{F},\widetilde{G}]=(W\widetilde{F},\widetilde{G})$ задає в індефінітну метрику або W — метрику ([4]).

Позначимо $J=\begin{pmatrix}0&-iI\\iI&0\end{pmatrix}$, $\lambda\in C$. Цей оператор діє в прямій сумі $H\oplus H$ і задовольняє умовам $J^2=I_{H\oplus H}$, $J^*=J$, а, отже, також визначає у просторі $H\oplus H$ індефінітну метрику.

Має місце теорема.

Теорема 1. Оператор T_B, що є замиканням оператора T'_B, W - самоспряжений у проторі $\wp\oplus H$, тоді й тільки тоді, коли у прямій сумі $H\oplus H$ виконується рівність для матричних операторів

$$B\widetilde{V}JB^*=J=B^*J\widetilde{V}B , \tag{4}$$

де $\widetilde{V}=\begin{pmatrix}V&0\\0&V\end{pmatrix}$. При цьому спектр оператора T_B є симетричним відносно дійсної вісі і складається не більше ніж з зліченої кількість власних значень.

Наслідок 1. ([4]) Якщо простір $\wp\oplus H$ з індефінітною метрикою $[\widetilde{F},\widetilde{G}]=(W\widetilde{F},\widetilde{G})$ є простором Понтрягіна, тобто має скінчений індекс індефінітності κ, то недійсна частина спектра W - самоспряженого оператора T_B складається з κ пар комплексно спряжених нормальних власних значень.

III. Повернемось до задачі (1)-(3).

Покладемо: $B=\begin{pmatrix}-\alpha_1&-\alpha_2\\\beta_1&\beta_2\end{pmatrix}$ лінійний оператор, що діє в прямій сумі $H\oplus H=C\oplus C$ і $\det B=\Delta$, крім того, $V=-\Delta^{-1}:C\to C$. Отже, оператор $W=\begin{pmatrix}1&0\\0&\Delta^{-1}\end{pmatrix}$

є самоспряженим і визначає у просторі $L_2[0,b]\oplus C$ індефінітну метрику: $\left[\widetilde{F},\widetilde{G}\right]_{L_2[0,b]\oplus C}=\left(W\widetilde{F},\widetilde{G}\right)_{L_2[0,b]\oplus C}$,

Безпосередня перевірка рівності (4) дає:

$$B\widetilde{V}JB^*=B^*J\widetilde{V}B=\begin{pmatrix}\Delta^{-1} & 0\\ 0 & \Delta^{-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & -i\Delta\\ i\Delta & 0\end{pmatrix}=J$$

Для оператора T_B породженого задачею (1)-(3) має місце наступна теорема.

Теорема. 2 Оператор T_B є W - самоспряженим у просторі $L_2[0,b]\oplus C$ з індефінітною метрикою, породженою оператором W, і має дискретний спектр. При цьому (наслідок 1) простір $L_2[0,b]\oplus C$ є простором Понтрягіна з індексом індефінітності 1, тобто недійсна частина спектра оператора T_B складається з однієї пари комплексно спряжених нормальних власних значень.

Ця теорема дає характеристику спектра задачі (1)-(3) і є в певному сенсі узагальненням результатів роботи ([3]) .

IV. Розглянемо модельний приклад, що ілюструє отримані результати.

Розглянемо задачу на власні значення

$$l[y]\equiv -y''(t)=\lambda y(t) \tag{5}$$

$$-y(0)=\lambda dy'(0) \tag{6}$$

$$y(\pi)=0 \tag{7}$$

де $t\in[0,\pi]$, $d>0$. Порівнюючи цю задачу з задачею (1)-(3) маємо $\beta_1=-1$, $\beta_2=\alpha_1=0$, $\alpha_2=d$, отже, $\Delta=-d<0$.

Згідно до теореми 2, ця задача породжує оператор T_B, який є W - самоспряженим у просторі $L_2[0,b]\oplus C$ з індефінітною метрикою породженою оператором $W=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -d^{-1}\end{pmatrix}$ і має дійсний спектр за винятком пари комплексно спряжених власних значень. Для даної задачі ці власні значення можна знайти безпосередньо. Вони знаходяться серед розв'язків рівняння $w(s)=0$, де $w(s)=-ds^3\cos s\pi+\sin s\pi$, а $s=\sqrt{\lambda}$, $s=x+iy$. Це рівняння є еквівалентним системі

$$\begin{cases}\dfrac{\sin 2\pi x}{ch2\pi y+\cos 2\pi x}=dx(x^2-3y^2)\\[2mm] \dfrac{sh2\pi y}{ch2\pi y+\cos 2\pi x}=dy(3x^2-y^2)\end{cases}$$

Випадок коли $d=\dfrac{3\sqrt{3}sh\dfrac{\pi k}{\sqrt{3}}}{k^3(sh\dfrac{\pi k}{\sqrt{3}}+(-1)^k)}$ $(k=1,2,...)$

відповідає розташуванню нулів рівняння на прямій $y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}x$, а саме, в точках $\left(\dfrac{k}{2},\dfrac{k}{2\sqrt{3}}\right)$. Звідси та з того, що система симетрична, дістаємо факт існування 4-х дійсних розв'язків $s_1=s$, $s_2=-s$, $s_3=\bar{s}$, $s_4=-\bar{s}$ або двох комплексно спряжених розв'язків рівняння $w(s)=0$. Отже, комплексні власні значення спектру мають вигляд $\lambda_1=0{,}451+i\cdot 0{,}863$, $\lambda_2=0{,}451-i\cdot 0{,}863$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Олейник Л.А. О спектре граничной задачи для уравнения Штурма-Лиувилля со спектральным параметром в граничных условиях // Математичне моделювання . ДДТУ.№1. 1994. с.10-13.
2. Олійник Л.О. Узагальнені розширення симетричного оператора та граничні задачі з спектральним параметром для диференціально-операторних рівнянь.Київ:Препр.Київ НМКВО, 1991.
3. Boundary value problems with eigenvalue parameter in the boundary conditions //Anton Suhodolc,: Institute za matematiko, fiziko in mehaniko. Ljubljana,1982. c.29-39.
4. Азизов Т.Я., Иохвидов И.С. Основы теории линейных операторов в пространствах с индефинитной метрикой. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 352 с.

пост. 31.12.09