

Расчет технологических параметров оптимальных конструкций спиральных кабелей управления

МАМАЕВ Л.М.

Днепродзержинский государственный технический университет

Рассмотрен силовой расчет кабелей управления с учетом деформации поперечных сечений.

Rozглянуто силовий розрахунок кабелів управління з урахуванням деформації поперечних перерізів.

Power calculation of control cable with declination of cross sections has been considered.

Введение. Разработка оптимальных конструкций кабелей управления, предназначенных для работы в робототехнических и других системах с подвижным приводом, основана на использовании методики расчета внутренних напряжений в жилах и оболочке кабеля.

Основной особенностью, которую следует учитывать при определении фактического напряженно-деформированного состояния кабеля или каната, является его составная конструкция. Поэтому канат или кабель не может быть рассчитан с достаточной степенью точности с помощью гипотезы плоских поперечных сечений, принятой в сопротивлении материалов при изучении изгиба и растяжения-сжатия сплошных брусьев.

Постановка задачи. Жилы, оболочка и сердечник кабеля при его изгибе получают неодинаковые осевые смещения, поэтому плоские до изгиба поперечные сечения деформируются. Общие вопросы теории деформации и расчет напряжений в элементах однослойного каната рассмотрены профессором Глушко М.Ф. [1] Для винтовых элементов кабеля (жил), расчет прочности которых представляет основной интерес, можно принять деформацию, происходящую по закону $\eta = a \sin \theta$ (рисунок). В прямом кабеле при его растяжении, скручивании и других осе симметричных деформациях деформаций поперечных сечений не происходит. Поэтому вблизи границы между прямыми и искривленными участками кабеля существуют зоны, в которых в соответствии с принципом Сен-Венана деформации постепенно затухают.

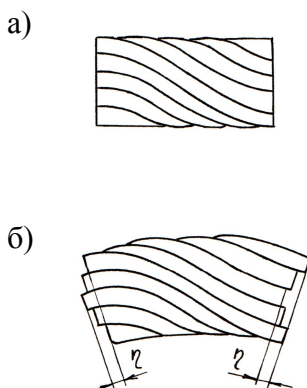


Рис. Деформация поперечных сечений кабеля при изгибе: а) винтовые элементы кабеля до изгиба, б) винтовые элементы кабеля после изгиба.

Затухание деформаций сопровождается местным перераспределением напряжений между элементами кабеля, а, следовательно, и ростом местных напряжений. Такие участки возникают в набегающей и сбегающей ветвях кабеля при огибании им блоков или барабанов, а также в концевых закреплениях при изгибе кабеля.

Возникновение дополнительных напряжений в кабеле с оболочкой при переходном процессе обусловлено наличием механической связи между оболочкой и жилами кабеля. Поэтому для оценки силового воздействия оболочки на винтовые элементы при изгибе необходимо определить напряженно-деформированное состояние в ней.

Решение задачи. На малом участке длины отрезок кабеля предполагаем прямым, так как считаем величину отношения радиуса оболочки к радиусу кривизны при изгибе достаточно малой. С учетом осесимметричности оболочки удобно использовать цилиндрическую систему координат $\theta r \theta x$. Обозначим соответствующие перемещения через u , V и W . Тогда компоненты тензора деформаций определяются соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u}{\partial r}; \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{u}{r}; \quad \varepsilon_{xx} = \frac{\partial W}{\partial x}; \\ 2\varepsilon_{r\theta} &= \gamma_{r\theta} = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}; \\ 2\varepsilon_{\theta x} &= \gamma_{\theta x} = \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{\partial V}{\partial x}; \quad 2\varepsilon_{xr} = \gamma_{xr} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial r}. \end{aligned} \right\} (1)$$

В соответствии с оценками М.Ф.Глушко действием массовых сил при исследовании изгиба кабеля можно пренебречь. Тогда для определения напряженно-го состояния в оболочке можно использовать известную систему уравнений равновесия в цилиндрической системе координат:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rx}}{\partial x} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta x}}{\partial x} + 2 \frac{\sigma_{\theta r}}{r} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_{rx}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta x}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\sigma_{rx}}{r} &= 0, \end{aligned} \right\} (2)$$

где σ_{ij} - компоненты тензора напряжений,

$$i, j = r, \theta, x.$$

Определив компоненты тензора напряжений с помощью соотношений Коши, можно установить связь между интенсивностью внешней нагрузки на поверхности оболочки, определяющей ее силовое воздействие на жилы кабеля, и напряженным состоянием внутри оболочки.

Соотношения Коши на поверхности оболочки записываются в виде:

$$P_i = \sigma_{ij} n_j, \quad (3)$$

где $i, j = r, \theta, x$; $\bar{P} = (P_r, P_\theta, P_x)$ - интенсивность нагрузки на поверхности оболочки; $\bar{n} = (n_r, n_\theta, n_x)$ - вектор нормали к поверхности оболочки.

Для цилиндрической поверхности оболочки

$$\bar{P} = (\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{xx}). \quad (4)$$

Принимаем в первом приближении, что материал оболочки линейно упругий, тогда по закону Гука:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (5)$$

где λ, μ - постоянные Лямэ, $\varepsilon = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{xx}$, δ_{ij} - символ Кронекера.

На участке перехода между изогнутой и прямой частью кабеля поперечные деформации можно считать равномерными по длине и принять, что поперечные относительные удлинения не зависят от x , тогда

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial x} = 0. \quad (6)$$

С учетом соотношений (1), (5) и (6) система уравнений равновесия (2) в перемещениях приводится к виду:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \cdot \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 W}{\partial r \partial x} + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} &= 0; \\ \nabla^2 V + \frac{2}{r^2} \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{V}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} &= 0; \\ \nabla^2 W + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $\nabla^2 = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ - оператор Лапласа в цилиндрической системе координат.

Краевая задача для дополнительных напряжений доопределяется смешанными граничными условиями. На внешней поверхности оболочки ($r = R_2$) внешние силы отсутствуют ($\bar{P} = 0$). Тогда, как следует из (4)

$$\sigma_{rr}|_{r=R_2} = 0; \quad \sigma_{r\theta}|_{r=R_2} = 0; \quad \sigma_{rx}|_{r=R_2} = 0. \quad (8)$$

На внутренней поверхности оболочки ($r = R_1$) заданы перемещения, которые определяются перемещениями жил кабеля, обусловленными депланацией по закону $\eta = a \sin \theta$, следовательно

$$\left. \begin{aligned} u|_{r=R_1} &= 0; \quad V|_{r=R_1} = a \sin \theta \sin \alpha; \\ W|_{r=R_1} &= a \sin \theta \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Кроме того, дополнительные напряжения на участке перехода от изогнутой ветви кабеля к прямой ветви должны затухать. Следовательно, существует такой участок кабеля длиной l , на конце которого ($x = l$) напряжения в оболочке равно, т.е.

$$\sigma_{xx}|_{x=l} = 0; \quad \sigma_{xr}|_{x=l} = 0; \quad \sigma_{x\theta}|_{x=l} = 0. \quad (10)$$

Найденные при решении поставленной краевой задачи перемещения $u(r, \theta)$, $V(r, \theta)$ и $W(r, \theta, x)$ с помощью соотношений (1) и (5) позволяют определить дополнительную осевую нагрузку T , действующую на жилы кабеля в переходном процессе.

Воспользовавшись уравнением равновесия винтового элемента в виде

$$\frac{dT_i}{ds} = \frac{f}{\rho} T_i + T', \quad (11)$$

где T_i - натяжение в i -ом элементе кабеля, f - коэффициент трения, ρ - радиус кривизны изгиба жилы, T' - дополнительная осевая нагрузка.

Определяем полное натяжение в проволоке

$$T_i = T_{i0} + \Delta T_i,$$

где T_{i0} - начальное натяжение, ΔT_i - приращение натяжения.

Расчеты, выполненные с помощью полученных формул, показывают, что вследствие влияния шланговой оболочки изменяется величина дополнительных напряжений и протяженность участка их распространения.

Выводы

1. Разработка оптимальных конструкций кабелей управления, предназначенных для работы в робототехнических и других системах с подвижным приводом, основана на использовании методики расчета внутренних напряжений в жилах и оболочке кабеля.
2. При расчете дополнительных напряжений в элементах кабелей управления на участках перехода от изогнутой ветви к прямой необходимо учитывать краевые эффекты. Их проявление обуславливает особенности совместного влияния депланации поперечных сечений жил кабеля и его оболочки в переходном процессе. В результате изменяется максимальная величина дополнительных напряжений и протяженность участка их распространения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глушко М.Ф. Депланация поперечных сечений и напряжения в канатах при изгибе. Сб. «Стальные канаты», № 4, Киев, «Техника», 1967, С. 65-75.