

Автоколебания в модели ЖРД, определяемые вырожденной системой уравнений с запаздывающим аргументом

ГОЦУЛЕНКО В.В., ГОЦУЛЕНКО В.Н.

Институт предпринимательства "Стратегия"
Днепропетровский государственный технический университет

Для вырожденной системы уравнений описывающей неустойчивость горения в ЖРД найдены ее периодические решения, особенности которых могут быть использованы для снижения амплитуд колебаний вибрационного горения.

Для вырожденної системи рівнянь, яка описує нестійкість горіння в РРД знайдені її періодичні розв'язки, особливості яких можуть бути використані для зниження амплітуд коливань вібраційного горіння.

For degenerate systems of the equations describing instability of burning in jet engine are found her periodic decisions which features can be used for decrease in amplitudes of fluctuations of vibrating burning.

Введение. Описание неустойчивого режима горения в ЖРД (жидкостном реактивном двигателе) осуществляется [1,2] вырожденной системой уравнений с запаздывающим аргументом. Периодические решения такой системы при отсутствии запаздывания возникают только при наличии седлообразной ветви на нелинейной характеристике [3], формирующей движение и соответствуют режиму релаксационных автоколебаний. Характеристика камеры сгорания в [1,2] представлена монотонно убывающей зависимостью по расходу, т.к. причины образования ее восходящей ветви оставались неизвестными [4].

Механизм возбуждения и поддержания автоколебаний вибрационного горения при таких условиях был обоснован Л. Крокко [5], который в теории ЖРД признан основным [6]. Другие механизмы возбуждения вибрационного горения, которые обусловлены образованием восходящей ветви на напорной характеристике камеры сгорания, а также нисходящей ветви на характеристике сопла, способствуют увеличению амплитуды автоколебаний возникающих из-за запаздывания τ [7], но могут их генерировать и самостоятельно.

Периодические решения вырожденной нелинейной системы уравнений с запаздывающим аргументом, включающей монотонно падающую напорную характеристику камеры сгорания, также оставались неизвестными [8]. Поэтому характер, особенности и закономерности таких автоколебаний оставались неизученными.

Постановка задачи. Используя разработанный ранее алгоритм построения периодических решений уравнений механики жидкостей и газов с запаздывающим аргументом в данной работе определяются периодические решения вырожденной системы уравнений движения, которые обусловлены механизмом феноменологического запаздывания τ сгорания топлива.

Математическим моделированием определяются основные закономерности таких колебаний в ЖРД. Появляется возможность их использования при разработке способов стабилизации вибрационного горения в реактивных двигателях.

Образование вырожденной системы уравнений движения в камере сгорания ЖРД и особенности ее периодических решений. Полная система уравнений [4] в камере сгорания (рис.1) имеет вид:

$$\begin{cases} L_{a,k,c} \frac{dQ}{dt} = F(Q) - p_c, \\ C_{a,k,c} \frac{dp_c}{dt} = Q(t - \tau) - \varphi(p_c), \end{cases} \quad (1)$$

где $L_{a,k,c} = \rho \ell / S$, $C_{a,k,c} = V_{a,k,c} / \rho c^2$, p_c - давление, ρ - плотность, c - скорость звука в среде камеры сгорания перед входом в сопло, $F(Q)$ - напорная характеристика камеры сгорания, $V_{a,k,c}$ - объем, S - площадь поперечного сечения, ℓ - длина камеры сгорания, обращение функции $Q = \varphi(p_c)$ составляет характеристику реактивного сопла $p_c = h_c(Q)$.

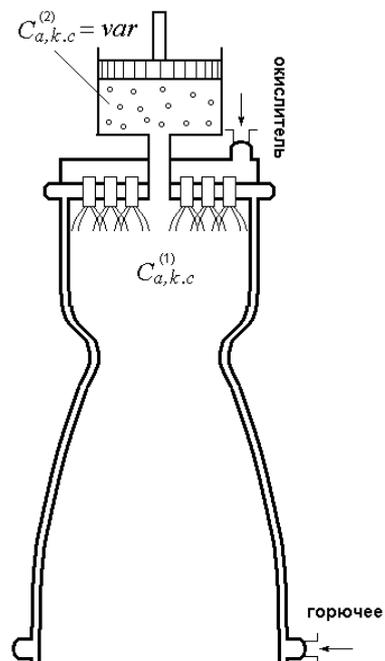


Рис. 1. Схема модели камеры сгорания ЖРД с изменяемой емкостью

Система уравнений (1) переходит в вырожденную [1, 2] при $L_{a,k,c} \rightarrow 0$

$$\begin{cases} p_c = F(Q), \\ C_{a,k,c} \frac{dp_c}{dt} = Q(t - \tau) - \varphi(p_c). \end{cases} \quad (2)$$

Характеристика камеры сгорания $F(Q)$ при решении поставленной задачи принята монотонно убывающей, а характеристика реактивного сопла представлена возрастающей и определяется как обращение зависимости $\varphi(p_c)$. При таких предположениях, когда $\tau = 0$, системы уравнений (1) и (2) периодических ре-

шений не имеют и любые стационарные режимы работы ЖРД являются устойчивыми.

Предельный цикл, который образуется при условии $\tau \neq 0$, с уменьшением величины $L_{a,k,c}$ акустической массы [4] камеры сгорания, т.е. при переходе системы уравнений (1) в вырожденную систему (2) деформируется (рис.2) и в пределе при $L_{a,k,c} \rightarrow 0$ он представляет часть характеристики $F(Q)$.

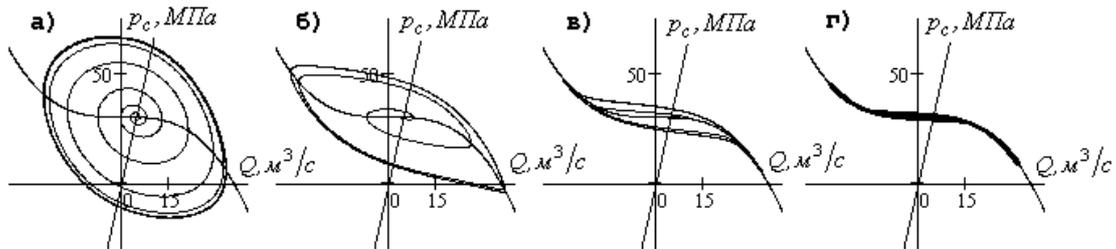


Рис. 2. Изменение предельных циклов при уменьшении $L_{a,k,c}$ и переходе системы уравнений (1) в (2), когда $p_c = 30 \text{ МПа}$, $\tau = 0,0002 \text{ с}$ и а) $L_a = 500 \text{ Па} \cdot \text{с}^2 / \text{м}^3$; б) $L_a = 100 \text{ Па} \cdot \text{с}^2 / \text{м}^3$; в) $L_a = 10 \text{ Па} \cdot \text{с}^2 / \text{м}^3$; г) $L_a = 1 \text{ Па} \cdot \text{с}^2 / \text{м}^3$

Амплитуды автоколебаний соответствующие предельному циклу, изображенному на рисунке 2-г, с увеличением запаздывания τ возрастают, а их частота при этом уменьшается.

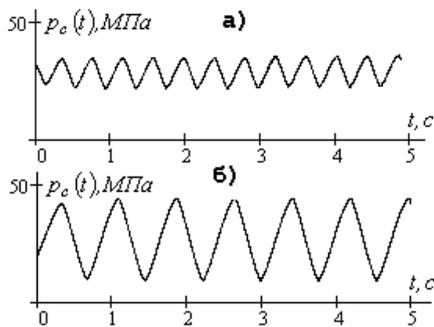


Рис. 3. Изменение автоколебаний $p_c(t)$ при $L_{a,k,c} \rightarrow 0$ с увеличением τ : а) $\tau = 0,0001 \text{ с}$; б) $\tau = 0,0002 \text{ с}$

Изменение релаксационных автоколебаний соответствующих предельным циклам, при $L_{a,k,c} \rightarrow 0$, которые составляют часть ветви характеристики $F(Q)$, с увеличением акустической гибкости камеры сгорания (рис.1) за счет увеличения изменяющейся составляющей $C_{a,k,c}^{(2)} = \text{var}$, обеспечивает снижение амплитуды автоколебаний, что изображено на рис. 4.

Если напорная характеристика $F(Q)$ имеет восходящую ветвь, то при отсутствии запаздывания в системе уравнений (2) образуется предельный цикл релаксационных автоколебаний [3]. Такой же предельный цикл в системе уравнений (1) возникает с уменьшением волнового сопротивления Z и далее остается неизменным. С введением запаздывания τ в систему уравнений (2) образовавшийся цикл также не изменяется, но к не-

му присоединяются участки характеристики $F(Q)$. Таким своеобразным образом увеличение в целом предельного цикла обеспечивает возрастание амплитуды колебаний при $\tau \neq 0$ [7].

С повышением числа оборотов турбонасосного агрегата, величина напора в камере сгорания возрастает, т.к. происходит при этом изменение характеристики $F(Q)$.

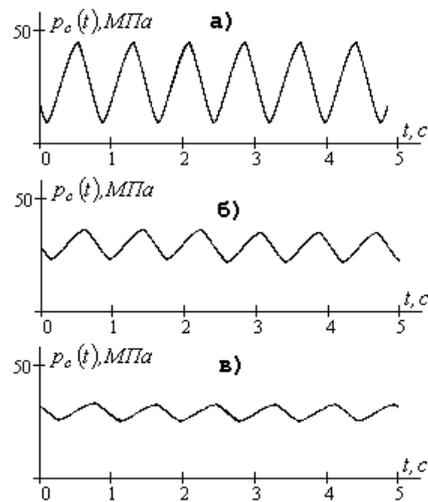


Рис. 4. Изменение автоколебаний $p_c(t)$ при увеличении суммарной акустической гибкости $C_{a,k,c} = C_{a,k,c}^{(1)} + C_{a,k,c}^{(2)}$, параметрах: $p_c = 30 \text{ МПа}$, $\tau = 0,0002 \text{ с}$, $L_a = 0,05 \text{ Па} \cdot \text{с}^2 / \text{м}^3$ и а) $C_{a,k,c} = C_a^*$; б) $C_{a,k,c} = 2 \cdot C_a^*$; в) $C_{a,k,c} = 3 \cdot C_a^*$, где $C_a^* = 2,435 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3 / \text{Па}$

Также в этом случае происходит увеличение плотности продуктов реакции за счет повышения стационарного

давления p_c^* , а температура сгорания остается постоянной. Из-за этого величина акустической гибкости $C_{a,k,c}$ основной камеры сгорания уменьшается.

При снижении стационарного давления p_c^* в камере сгорания величина $C_{a,k,c}$, наоборот, возрастает, и амплитуда колебаний $p_c(t)$ уменьшается (рис. 5).

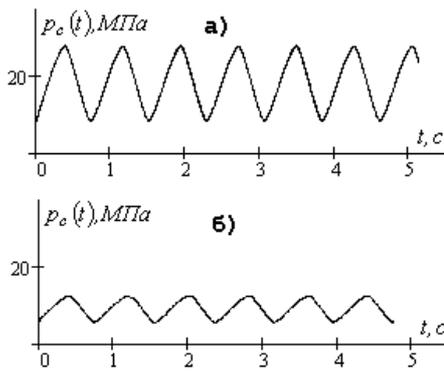


Рис. 5. Автоколебания $p_c(t)$ при увеличении стационарного давления p_c^* в камере сгорания при $\tau = 0,0002c$, $L_a = 0,05 \text{ Па} \cdot c^2 / \text{м}^3$ и а) $p_c^* = 20 \text{ МПа}$, $C_a = 3,6 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3 / \text{Па}$; б) $p_c^* = 10 \text{ МПа}$, $C_a = 7,3 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3 / \text{Па}$

С уменьшением величины акустической массы $L_{a,k,c}$ камеры сгорания происходит изменение предельного цикла (рис. 2), из-за которого возрастает частота колебаний.

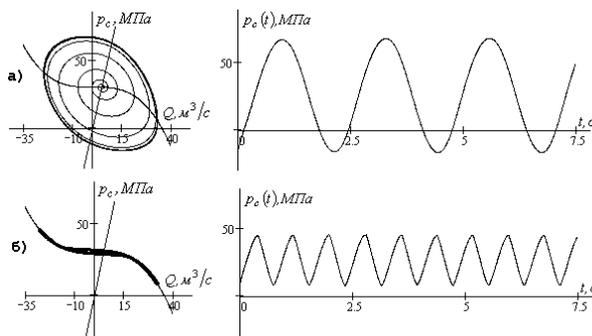


Рис. 6. Возрастание частоты автоколебаний при снижении величины акустической массы $L_{a,k,c}$

Снижение амплитуды колебаний [9], обусловленных механизмом запаздывания Л. Крокко, которое имеет место с уменьшением волнового сопротивления Z , также наблюдается и при переходе к образованию вырожденной системы уравнений (2), когда $L_{a,k,c} \rightarrow 0$. Дальнейшее снижение амплитуды колебаний $p_c(t)$ являющихся периодическим решением системы уравнений (2), происходит при уменьшении стационарного давления p_c^* в камере сгорания, из-за которого

снижается плотность ρ продуктов сгорания и возрастает акустическая гибкость $C_{a,k,c}^{(1)}$. Кроме того, включение дополнительной емкости с акустической гибкостью $C_{a,k,c}^{(2)}$ также снижает амплитуду колебаний. Это происходит из-за уменьшения длины ветви $F(Q)$ (рис. 2 – г) составляющей предельный цикл.

Выводы

1. Получены периодические решения вырожденной нелинейной системы уравнений динамики ЖРД, иллюстрируют значительное возрастание амплитуды колебаний даже при незначительном увеличении τ феноменологического запаздывания сгорания топлива.
2. Снижение амплитуды автоколебаний вибрационного горения в ЖРД, возникающих из-за основного механизма неустойчивости, происходит при уменьшении волнового сопротивления Z , а в вырожденной системе уравнений движения с уменьшением стационарного давления в камере сгорания и также с возрастанием ее акустической гибкости, что может быть использовано при снижении амплитуды колебаний и при создании акустических их поглотителей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Артамонов К.И. Термогидроакустическая устойчивость. М.: Машиностроение, 1982, 260 с.
2. Натанзон М.С. Неустойчивость горения. М.: Машиностроение, 1986, 248 с.
3. Мищенко Е. Ф., Розов Н. Х. Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания. М.: Наука, 1975, 247с.
4. Гоцуленко В.В., Гоцуленко В.Н. Математическое моделирование автоколебаний вибрационного горения в ЖРД, обусловленных тепловыделением сгорания // Математическое моделирование (Днепродзержинский государственный технический университет), 2006, № 1,2 (15), с. 44-47.
5. Крокко Л., Грей Д., Гарри Д. О роли времени запаздывания в возбуждении продольных высокочастотных колебаний в камере сгорания ЖРД // Вопросы ракетной техники, № 5. М.: Изд-во иностр. литерат., 1959, с. 24-29.
6. Неустойчивость горения в ЖРД // Под ред. Д.Т. Харье и Ф.Г. Рирдона. М.: Мир, 1975, 869 с.
7. Гоцуленко В.В., Гоцуленко В.Н. Возрастание амплитуды колебаний, порождающих энтропийные волны в процессе сгорания топлива в ЖРД // 6-й Минский международный форум по тепло- и массообмену: Тез. докл. и сообщ. – Минск. 2008. Т 1. с. 320-321.
8. Ларинов В.М., Зарипов Р.Г. Автоколебания газа в установках с горением. – Казань.: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2003, 227 с.
9. Гоцуленко В.В., Гоцуленко В.Н. Автоколебания вибрационного горения в ЖРД, самовозбуждающиеся из-за феноменологического запаздывания сгорания топлива, и их математическое моделирование // Математическое моделирование (Днепродзержинский государственный технический университет), 2008, № 1 (18), с. 39-42.

пост. 26.08.08