

## Математичне моделювання при синтезі систем керування дистанційним навчанням

А.С. ДОВБИШ, С.О. ПЕТРОВ

Україна, Сумський державний університет

Розглядаються моделі та методи моделювання системи керування дистанційним навчанням. Розроблена категоріальна модель та вкладений алгоритм оптимізації параметрів функціонування системи керування дистанційним навчанням, розробленим у рамках інформаційно-екстремальної інтелектуальної технології з використанням інформаційного критерію для оцінки її функціональної ефективності.

Рассматриваются модели и методы моделирования систем управления дистанционным обучением. Разработана категориальная модель и вложенный алгоритм оптимизации параметров функционирования системы управления дистанционным обучением, разработанным в рамках информационно-экстремальной интеллектуальной технологии с использованием информационного критерия для оценки ее функциональной эффективности.

There are models and modeling systems of distance learning. A model of institutionalized and embedded algorithm to optimize the parameters of the distance learning management system, developed by the information-intellectual technology, using the criterion for assessing its operational effectiveness.

**Вступ та постановка задачі.** Навчання – це слабоформалізований процес, проблемі моделювання якого останній час приділяється багато уваги. Розвиток дистанційної освіти вимагає як розвитку Internet-технологій, так і математичних методів моделювання, аналізу та синтезу систем керування дистанційним навчанням (СКДН). Значну актуальність ця задача набуває в умовах впровадження Болонської системи в освітнє середовище України і необхідним є розробка моделей для розв'язку задач оптимізації та автоматизації процесу навчання. В роботах [1-4] пропонується ряд підходів до моделювання систем КДН які базуються на теорії кінцевих автоматів [1], марківських процесах [2], дисперсійному аналізі [3] та методах імітаційного моделювання [4]. Нажаль розроблені моделі та методи моделювання дистанційного навчання не дозволяють розв'язувати задачі цілеспрямованої оптимізації параметрів функціонування СКДН, задачі керування процесом навчання для підвищення функціональної ефективності системи.

Розглянемо загальну постановку задачі математичного моделювання СКДН.

Нехай за результатами тестового контролю знань студентів, або в результаті роботи експертів сформовано апріорно класифіковану навчальну матрицю типу «об'єкт-властивість»  $\|y_{m,i}^{(j)}\|$ , де  $M$  – кількість функціональних станів системи (рівнів знань);  $N$  – кількість ознак-характеристик об'єкту (тестів за матеріалом поточного модуля дистанційного курсу);  $n$  – кількість реалізацій образу (обсяг навчальної вибірки).  $g = \langle d_m, x_m, \delta, k_1, k_2, \dots, k_p \rangle$  – структурований вектор просторово-часових параметрів функціонування СКДН з відповідними обмеженнями, де  $d_m, x_m$  – фенотипні параметри, що визначають геометрію розбиття простору ознак на класи розпізнавання;  $\delta$  – генотипний параметр поля контрольних допусків;  $k_i$ ,  $i = 1..P$  – деякі додаткові параметри функціонування СКДН (наприклад коефіцієнти складності тестових запитань). Ефективність навчання СКДН будемо оцінювати загальним ін-

формаційним критерієм функціональної ефективності (КФЕ).

**Математичні моделі СКДН.** Шляхом до розв'язку поставленої задачі є комбінований підхід використання математичного апарату теорії кінцевих автоматів та Марківських процесів [1-2]. Тоді математична модель такої СКДН розглядається у вигляді абстрактного автомату

$$A = \{X, Y, ZY, Z_0, \delta(z, x), \lambda(z, x)\},$$

де  $X$  – кінцева множина вхідних сигналів (кількість модулів в рамках вивчення окремої дисципліни);  $Y$  – кінцева множина вихідних сигналів (рівень оволодіння учнем вивчаємого матеріалу);  $ZY$  – вихідна множина станів автомату (рекомендації щодо вивчення або додаткового вивчення окремих фрагментів модуля);  $Z_0 \in Z$  – початковий стан автомату (нульовий модуль);  $\delta(z, x)$  – функція переходів автомату (описує структуру курсу, та можливі зв'язки між модулями),  $\lambda(z, x)$  – функція виходів (контроль знань за поточний модуль). Функції  $\delta(z, x)$  та  $\lambda(z, x)$  задають однозначне відображення множин  $(z, x)$ , де  $z \in Z$  і  $x \in X$  у множині  $X$  та  $Y$ . Така СКДН функціонує у дискретному просторі часу, В кожний момент часу  $t$  автомат знаходиться у визначеному стані  $z(t)$  з множини  $Z$  станів автомату (рис 1) [3].

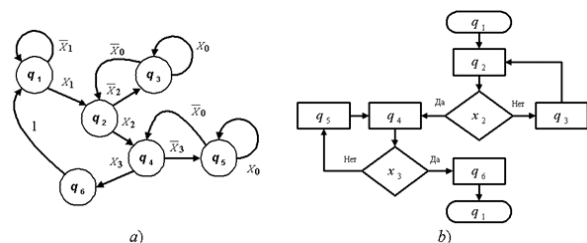


Рис. 1. Формалізована модель навчання на базі кінцевих автоматів та Марківських процесів

На рис. 1 на кожному кроці  $i$  роботи з об'єктам слухач, одержує від СКДН навчальний вплив  $x_i$  – деякий обсяг навчального матеріалу  $R_{yi}$ , який представлений у

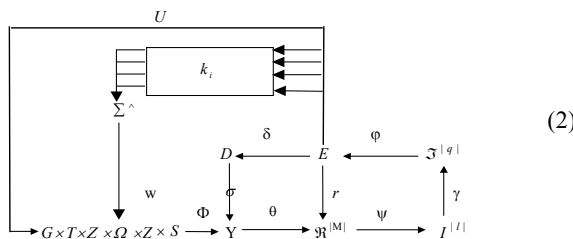
вигляді сукупності текстової (гіпертекстової)  $g_{yi}$ , статичної графічної  $p_{yi}$ , анімованої графічної- і відео- інформації  $v_{yi}$ , а також аудіоданих  $a_{yi}$ . При цьому, якщо матеріал сприйнятий, то здійснюється перехід з деякого стану  $q_m$  у новий стійкий стан  $q_k$ .

Якщо результат навчального впливу виявився негативним ( $x_i$ ), то виконується перехід для вивчення додаткового навчального матеріалу  $R_{доп.іс}$  або повернення до навчального матеріалу, представлених іншими об'єктами  $Q_y$  учбово-методичного матеріалу. Так, на рис. 1 перехід зі стану  $q_4$  в  $q_6$  здійснюється, якщо вплив  $x_3$  було успішним. Якщо навчальний вплив не був сприйнятий, виконується перехід у стан  $q_5$ . Загальний закон функціонування такого автомата буде визначатися функціями:

$$\begin{aligned} z(t) &= \delta(z(t-1), x(t)), \\ y(t) &= \lambda(z(t), x(t)) \quad (t=1, 2, \dots, N). \end{aligned} \quad (1)$$

Побудова такого автомата для конкретної задачі, це складна евристична задача, яка вимагає роботи групи експертів для формування параметрів вхідного автомату, визначення функціональних станів, формування вектору параметрів, конкретизація функцій (1) та інше. Функціонування такої системи підкорюється імовірнісному закону тому гарантування визначеного рівня апріорної ефективності неможливо. Детерміноване обчислення КФЕ для таких систем неможливо.

Більш перспективним підходом до моделювання слабоформалізованих систем керування, якою є СКДН, є методи аналізу та синтезу на базі інформаційно-екстремальній інтелектуальній технології (ІЕІТ) [4], які використовують методи класифікаційного керування в рамках теорії розпізнавання образів з використанням інформаційних та ентропійних критеріїв Шеннона, Кульбака та Фішера. Категоріальна математична модель такої СКДН представляється у вигляді теоретико-множинної структури  $\langle G, T, \Omega, Z, S, Y; \Phi \rangle$  (2), где  $G$  – множина вхідних сигналів (множина тестів);  $T$  – множина моментів зняття даних (результатів тестування);  $\Omega$  – простір ознак розпізнавання (окремі відповіді на питання модуля);  $Z$  – множина функціональних станів системи (оцінка слухача за поточний модуль);  $S$  – множина оцінок знань слухача за курс;  $Y$  – вибірка множини (навчальна матриця системи);  $\Phi: G \times T \times \Omega \times Z \times S \rightarrow Y$  оператор виходу, який формує навчальну матрицю наступної структури: стовбці – кількість навчальних модулів, рядки – результати перевірки знань по поточному модулю. Категоріальна математична модель СКДН в рамках ІЕІТ має вид (2)



У діаграмі (2) оператор  $\theta: Y \rightarrow \tilde{\mathfrak{R}}^{|M|}$  буде нечітке розбиття  $\tilde{\mathfrak{R}}^{|M|}$ , яке в загальному випадку допускає перетин класів розпізнавання, а оператор

$\Psi: \mathfrak{R}^{|M|} \rightarrow I^{|l|}$  перевіряє основну статистичну гіпотезу  $\gamma_1: y_{m,i}^{(j)} \in X_m^o$ , де  $I^{|l|}$  – множина гіпотез, яка для  $M=2$  крім основної включає альтернативну гіпотезу  $\gamma_2: y_{m,i}^{(j)} \notin X_m^o$ . Оператор  $\gamma$  визначає множини точнісних характеристик  $\mathfrak{S}^{|q|}$ , де  $q=l^2$ , а оператор  $\phi$  обчислює значення інформаційного критерію оптимізації, які є елементам терм-множини  $E$ .

Оператор  $r$  корегує у рамках базового алгоритму навчання LEARNING [6] розбиття  $\tilde{\mathfrak{R}}^{|M|}$  в процесі оптимізації геометричних параметрів контейнерів класів розпізнавання, що відновлюються в радіальному базисі дискретного простору ознак розпізнавання.

Як критерій функціональної ефективності навчання СКДН розглянемо модифікацію інформаційної міри Кульбака для рівномірних гіпотез, що характеризує найбільш важкий у статистичному розумінні випадок прийняття рішень [6]:

$$\begin{aligned} E_m^{(k)} &= \frac{1}{2} \log_2 \left( \frac{D_1^{(k)} + D_2^{(k)}}{\alpha^{(k)} + \beta^{(k)}} \right) \left[ (D_1^{(k)} + D_2^{(k)}) - (\alpha^{(k)} + \beta^{(k)}) \right] = \\ &= \log_2 \left( \frac{2 - (\alpha^{(k)} + \beta^{(k)})}{\alpha^{(k)} + \beta^{(k)}} \right) \left[ 2 - (\alpha^{(k)} + \beta^{(k)}) \right], \end{aligned} \quad (3)$$

де  $D_1^{(k)}, D_2^{(k)}, \alpha^{(k)}, \beta^{(k)}$  – одержані на  $k$ -му кроці навчання СКДН точнісні характеристики процесу навчання: перша та друга достовірності, помилки першого та другого роду відповідно.

Таким чином, критерій (3) є нелінійним функціоналом від точнісних характеристик процесу навчання. Крім того його функція є неоднозначною, що потребує знання робочої (допустимої) області її визначення. Оскільки навчальна вибірка є обмеженою за обсягом, то замість помилок першого та другого роду на практиці розглядаються їх оцінки:  $\alpha^{(k)} = K_1^{(k)} / n$ ,  $\beta = K_2 / n$ , де

$K_1$  – кількість реалізацій класу  $X_1^o$ , які не знаходяться в  $k$ -му контейнері цього класу, що відновлюється на  $k$ -му кроці навчання;  $K_2^{(k)}$  – кількість “чужих” реалізацій, які знаходяться в  $k$ -му контейнері класу  $X_m^o$ . Після підстановки цих оцінок у (2) отримуємо робочу формулу КФЕ за Кульбаком:

$$\begin{aligned} E_m &= \frac{1}{n} \log_2 \left\{ \frac{2n + 10^{-r} - [K_1^{(k)} + K_2^{(k)}]}{[K_1^{(k)} + K_2^{(k)}] + 10^{-r}} \right\} * \\ &* [2n - (K_1^{(k)} + K_2^{(k)})] \end{aligned} \quad (4)$$

де  $10^{-r}$  – будь-яке мале додатне число, яке дозволяє уникнути появи нуля в знаменнику дробу.

**Алгоритм оптимізації параметрів функціонування.** Алгоритм оптимізації параметрів функціонування тестів у рамках ІЕІТ подамо у вигляді ітераційної процедури наближення глобального максимуму інформаційного КФЕ навчання СКДН до його граничного значення:

$$k_i^* = \arg \prod \max E^*_{G_i(k)} \quad (5)$$

де  $G_{i(k)}$  – допустимі області значень параметрів функціонування  $k_i$  відповідно;  $\Pi$  – оператор вкладеної оптимізації.

Вхідними даними алгоритму оптимізації є апріорно класифікована навчальна матриця  $\|y_{m,i}^{(j)}\|_{m=\overline{1,M}; i=\overline{1,N}; j=\overline{1,n}}$ , а вихідними – оптимальні параметри функціонування СКДН. Розглянемо схему вкладеного алгоритму оптимізації  $i$ -го параметру функціонування системи.

**Крок 1.** Формування лічильника значень  $i$ -го коефіцієнту,  $s_i = 0$ .

**Крок 2.**  $s := s + 1$ .

**Крок 3.** Обнулюється лічильник кроків зміни параметра  $\delta := 0$ .

**Крок 4.** Запускається лічильник:  $l := l + 1$  і обчислюються нижні та верхні контрольні допуски для всіх ознак:  $\{A_{HK,i}[l] := y_{m,i} - \delta[l]\}$  і

$$\{A_{BK,i}[l] := y_{m,i} + \delta[l]\}, \quad i = \overline{1,N}, \text{ відповідно.}$$

**Крок 5.** Реалізується базовий алгоритм навчання [7].

**Крок 6.** Якщо  $E_1^*[l] \geq E_1^*[l-1]$ , то виконується крок 7, інакше крок 8.

**Крок 7.** Якщо  $\delta \leq \delta_H / 2$ , то виконується крок 4, інакше крок 8.

**Крок 8.**  $\{A_{HK,i}^* := A_{HK,i}[l-1]\}$ ;

$\{A_{BK,i}^* := A_{BK,i}[l-1]\}, i = \overline{1,N}; E_1^* := E_1^*[l-1]$  і крок 2.

**Крок 9.** Обчислюється  $E[b]$  і виконується крок 2.

**Крок 10.** Якщо  $k_i[b] \in G_{k_i}$ , то  $\max_{\{b\}} \{k_i[b]\}$  і ЗУПИН

#### ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМУ

Розглянемо оптимізацію параметрів функціонування СКДН на прикладі тестового контролю знань студентів за навчальною дисципліною «Основи штучного інтелекту», що викладається студентам спеціальності «Інформатика» в Сумському державному університеті. За результатами тестування знань студентів за навчальний модуль «Формування бази знань» було сформовано вхідну апріорно класифіковану навчальну матрицю  $\|y_{m,i}^{(j)}\|$  з параметрами:

$m = \overline{1,4}; i = \overline{1,24}; j = \overline{1,40}$ . В процесі реалізації алгоритму (4) за критерієм (3) було побудовано оптимальні контейнери для чотирьох функціональних станів об'єкту «СЛУХАЧ»:  $X_1^o$  – «відмінно»,  $X_2^o$  – «добре»,

$X_3^o$  – «задовільно» і  $X_4^o$  – «незадовільно». На рис. 2 та 3 показано залежність КФЕ до оптимізації параметрів функціонування СКДН та після неї. Заштрихована ділянка вказує на робочу (допустиму) область визначення функції критерію оптимізації (3).

Згідно з рис. 2 оптимальний радіус гіперсферичного контейнера, який дорівнює  $d_1^* = 17$  у кодових одиницях Хеммінга, визначається як екстремальне значення глобального максимуму функції критерію оптимізації ( $E_1^* = 1,02$ ) в робочій області її визначення.

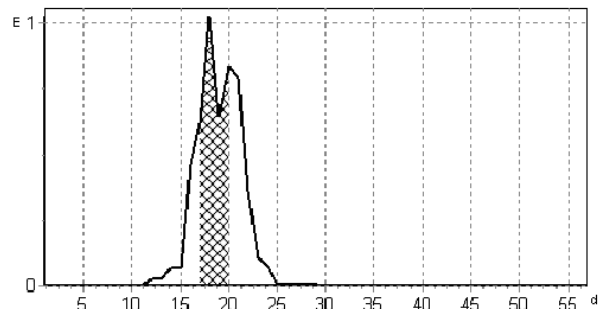


Рис. 2. Залежність критерію оптимізації від радіуса контейнера класу  $X_1^o$ .

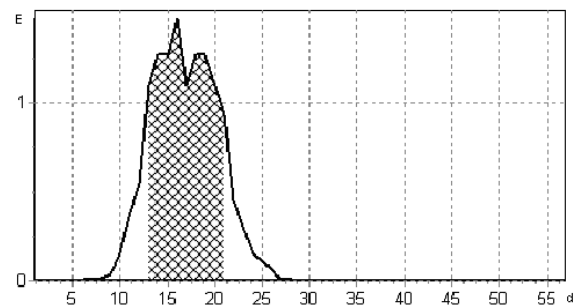


Рис. 3. Залежність критерію оптимізації (4) від радіуса контейнера класу  $X_2^o$ .

Аналіз рис. 3 показує, що радіус оптимального контейнера дорівнює  $d_2^* = 17$  кодовим одиницям Хеммінга при максимальному значенні КФЕ навчання СКДН  $E_2^* = 1,75$ .

Таким чином, експериментально підтверджено можливість підвищення загальної ефективності функціонування СКДН використовуючи її моделювання в рамках ІЕІТ. Аналіз зміни значень екстремумів КФЕ показує, що теоретичний максимум не досягає граничного це вказує на можливість підвищення ефективності за рахунок оптимізації інших, наприклад, просторово-часових параметрів функціонування СКДН, які впливають на її асимптотичні точнісні характеристики.

**Перспективи удосконалення запропонованого методу синтезу СКДН.** Подальше удосконалення запропонованого методу моделювання дистанційного навчання у рамках ІЕІТ полягає в підвищенні ефективності шляхом оптимізації інших дидактичних і технологічних просторово-часових параметрів функціонування, які впливають на асимптотичні (екстремальні) точнісні характеристики процесу навчання системи. Слід зазначити, що введення додаткових контурів оптимізації в модель (2) призведе до зменшення оперативності реалізації алгоритму. Ця проблема може бути розв'язана за рахунок розробки гібридних алгоритмів оптимізації параметрів СКДН, що, наприклад, базуються на генетичних алгоритмах [7].

