

## Расчет кабель-канатов с учетом поперечной деформации его сечения

Л.М. МАМАЕВ, С.Е. ПОНИЗОВ

Днепродзержинский государственный технический университет

Рассмотрен силовой расчет и конструирование кабелей с учетом поперечной податливости изоляции.

Rozглянуто силовий розрахунок та конструювання кабелів з урахуванням поперечної податливості ізоляції.

Force calculation and cable construction with cross isolation pliability have been considered.

**Введение.** В настоящее время трудно представить себе развитие основных отраслей индустрии без применения стальных канатов и кабелей-канатов различного назначения. Это каротажные кабели для бурения нефтяных и газовых скважин, кабели управления и т.д. Современный уровень развития техники предъявляет все новые требования к повышению надежности и долговечности кабель-канатов. Существующий в настоящее время метод статического расчета канатов и кабелей по коэффициенту запаса прочности не учитывает всей сложности конструкции и действительной картины возникающих в них напряжений.

**Постановка задачи.** Неполноценность расчета канатов и кабелей по условному статическому закону прочности давно побудила инженерную мысль к разработке более совершенной теории. Такая теория необходима как для правильного выбора типа каната или кабеля, так и для дальнейшего совершенствования их конструкции. Броня кабель-каната аналогична спиральному канату. Однако, наличие эластичного сердечника, состоящего из медных и стальных жил с различного рода изоляцией, не позволяет полностью перенести все достижения в области теоретических исследований канатов на кабель-канаты. При расчете как канатов, так и кабель-канатов должны иметь место геометрический и силовой расчеты.

В расчетах применительно к стальным канатам поперечной деформацией обычно пренебрегают, поэтому в литературе эти уравнения чаще вообще встречаются без нее. В кабель-канатах влияние поперечной деформации ввиду значительной податливости изоляционной оболочки центральных токоведущих жил оказывается весьма существенным.

**Решение задачи.** Рассмотрим элемент винтовой линии на базисном цилиндре (рис. 1).

Из рисунка видно, что

$$\left. \begin{aligned} dx &= dS \cdot \cos \alpha; \\ r \cdot d\varphi &= dS \cdot \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

При деформации цилиндра уравнения (1) получают приращения, которые можно определить их дифференцированием

$$\left. \begin{aligned} \delta dx &= \delta dS \cdot \cos \alpha - dS \cdot \sin \alpha \cdot \delta \alpha; \\ \delta r \cdot d\varphi + r \delta d\varphi &= \delta dS \sin \alpha + dS \cdot \cos \alpha \cdot \delta \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь  $\varepsilon = \frac{\delta dx}{dx}$ ;  $\theta = \frac{\delta d\varphi}{d\varphi}$  соответственно относительное удлинение и кручение кабеля,  $\varepsilon_s = \frac{\delta dS}{dS}$ ;  $\varepsilon_r = \frac{\delta r}{r}$  - относительное удлинение винтовой линии и относительное поперечное сужение базисного цилиндра.

Из (1-2) получим

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_s &= \varepsilon \cdot \cos^2 \alpha + \varepsilon_r \cdot \sin^2 \alpha + \theta r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha; \\ \delta \alpha &= r\theta \cdot \cos^2 \alpha - (\varepsilon - \varepsilon_r) \sin \alpha \cdot \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Винтовая линия, наряду с указанными деформациями, изменяет свою кривизну и кручение:

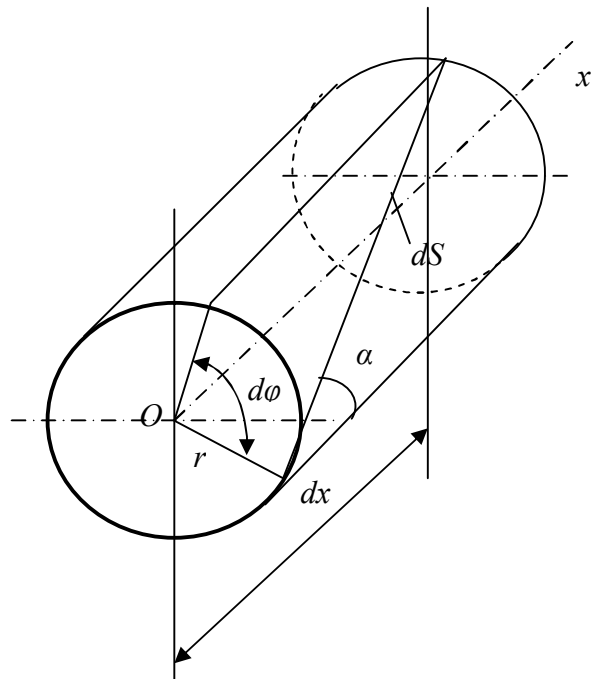


Рис. 1. Геометрия винтового элемента

$$K = \frac{\sin^2 \alpha}{r}; \quad \tau = \frac{\sin^2 \alpha}{2r} \quad (4)$$

При деформации базисного цилиндра эти изменения определяются дифференцированием (4)

$$\delta k = \frac{\partial k}{\partial \alpha} \cdot \delta \alpha + \frac{\partial k}{\partial r} \cdot \delta r; \quad (5)$$

$$\delta \tau = \frac{\partial \tau}{\partial \alpha} \cdot \delta \alpha + \frac{\partial \tau}{\partial r} \cdot \delta r.$$

После подстановок и преобразований полные повороты поперечных сечений винтового элемента принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \delta k &= \theta(1 + \cos^2 \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - (\varepsilon - \varepsilon_r) \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{r}; \\ \delta \tau &= \theta \cdot \cos^4 \alpha + (\varepsilon - \varepsilon_r) \frac{\sin^3 \alpha \cdot \cos \alpha}{r}. \end{aligned} \right\} (6)$$

Существует зависимость между сужением базисного цилиндра  $\varepsilon_r = -\mu \varepsilon$  и его удлинением, где  $\mu$  - коэффициент Пуассона (для резины  $\mu = 0,5$ ).

Тогда  $\mu = 0,5 \frac{r'}{r}$ , где  $r$  - радиус базисного цилиндра,  $r'$  - радиус свивки проволок.

В конечном итоге все виды деформации основного элемента выглядят так:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_s &= \varepsilon(\cos^2 \alpha - \mu \cdot \sin^2 \alpha) + r \cdot \theta \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha; \\ \delta \alpha &= r \theta \cdot \cos^2 \alpha - \varepsilon(1 + \mu) \sin \alpha \cdot \cos \alpha; \\ \delta k &= \theta(1 + \cos^2 \alpha) \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \\ &\quad - \varepsilon(1 + \mu) \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{r}; \\ \delta \tau &= \theta \cdot \cos^4 \alpha + \varepsilon(1 + \mu) \frac{\sin^3 \alpha \cdot \cos \alpha}{r}. \end{aligned} \right\} (7)$$

От деформаций (7) можно перейти к силовым факторам в элементах кабеля.

Рассмотрим многожильный кабель одинарной скрутки. Потенциальная энергия в одной проволоке, отнесенная к единице длины кабеля, запишется так [1]:

$$U_0 = \frac{1}{2} (EF \cdot \varepsilon_s^2 + EI \delta k^2 + GIp \cdot \delta \tau^2) \frac{1}{\cos \alpha}, \quad (8)$$

или в конечном итоге

$$U_0 = \frac{1}{2} (\alpha \varepsilon^2 + \hat{a} \theta^2 + 2C \varepsilon \theta), \quad (9)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a &= EF \frac{(\cos^2 \alpha - \mu \cdot \sin^2 \alpha)^2}{\cos \alpha} + \\ &\quad + \frac{GIp}{r^2} (1 + \mu) \sin^6 \alpha \cdot \cos \alpha + \\ &\quad + \frac{EI}{r^2} (1 + \mu)^2 \cdot \sin^4 \alpha \cdot \cos^3 \alpha; \\ e &= EFr^2 \cdot \sin^2 \alpha \cos \alpha + GIp \cos^7 \alpha + \\ &\quad + EI(1 + \cos^2 \alpha)^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha; \\ c &= EF \cdot r(\cos^2 \alpha - \mu \sin^2 \alpha) \sin \alpha + \\ &\quad + \frac{GIp}{r} (1 + \mu) \cos^4 \alpha \cdot \sin^2 \alpha - \\ &\quad - \frac{EI}{r} (1 + \mu)(1 + \cos^2 \alpha) \sin^3 \alpha \cdot \cos^2 \alpha. \end{aligned} \right\} (10)$$

В соответствии с теоремой Лагранжа получим:

$$\left. \begin{aligned} T_i &= \frac{\partial U_0}{\partial \varepsilon} = a_i \varepsilon + c_i \theta; \\ M_i &= \frac{\partial U_0}{\partial \theta} = c_i \varepsilon + e_i \theta, \end{aligned} \right\} (11)$$

где  $T_i$  - осевое усилие в „ $i$ ”- том элементе;  $M_i$  - крутящий момент.

Полное усилие и момент в кабеле будет:

$$\left. \begin{aligned} T &= \sum T_i = A \varepsilon + C \theta; \\ M &= \sum M_i = C \varepsilon + B \theta, \end{aligned} \right\} (12)$$

где обобщенные коэффициенты жесткости кабеля определяются:  $A = \sum a_i$ ;  $B = \sum e_i$ ;  $C = \sum c_i$ .

### Выводы

Таким образом, рассмотрен расчет и конструирование кабелей с учетом поперечной податливости изоляции в предположении, что металлическая часть кабеля подчиняется законам упругости, а неметаллическая часть в восприятии осевых нагрузок участия не принимает.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Глушко М.Ф., Шахназарян Э.А. Механический расчет каротажных кабелей с учетом поперечной податливости изоляции. Прикладная геофизика, изд-во «Недра», 1964, С. 167.
2. Глушко М.Ф. Стальные подъемные канаты, Киев, „Техніка”, 1966.
3. Безухов Н.И. Теория упругости и пластичности, Гостехиздат, 1953.

пост. 11.05.07.

