Про моделювання сегрегації руди під час руху похилою поверхнею

А.М. ІСАЄНКО, Ю.Г. КАЧАН, В.І. ІВАНОВ

Запорізька державна інженерна академія

Розроблено математичну модель сегрегації руди у разі «точкового» режиму завантаження бункера та формування штабеля у формі конусу, де взаємозв'язок між розподілом швидкості частинок і гранулометричним складом руди здійснено на основі рівняння нерозривності з урахуванням середньостатистичних сил, що діють за товщиною потоку.

It is developed the mathematical model of ore segregation for the «point» regime of load of bunker and formation of stack in the form of cone, where intercommunication between distributing of speed particles and ore particle-size is carried out on the basis of indissolubility equalization taking into account average forces operating on the thickness of stream.

Разработана математическая модель сегрегации руды для случая «точечного» режима загрузки бункера и формирования штабеля в форме конуса, где взаимосвязь между распределением скорости частиц и гранулометрическим составом руды осуществлена на основе уравнения неразрывности с учетом среднестатистических сил, действующих по толщине потока.

Під час завантаження сипкого матеріалу (руди) до бункера в його масі походить явище сегрегації, тобто неоднорідність щодо крупини, яка за подальшим розвантаженням приводить до коливання гранулометричного складу матеріалу на виході із зазначеного агрегату. Значна амплітуда та тривалість даних коливань спричиняють несприятливі умови для роботи головних технологічних апаратів гірничо-збагачувальних комбінатів. Завдання максимально можливого зменшення впливу фактору сегрегації на якість руди, що розвантажують, є однією з головних технологічних вимог, які пред'являють до конструкцій бункерів, що розробляють, і схем їхнього завантаження та розвантаження. Успішне розв’язання таких завдань неможливе без урахування закономірностей поділення частинок руди щодо крупини під час завантаження бункерів та формування штабелів.

Результати теоретичних і експериментальних досліджень сегрегації сипкого матеріалу щодо крупини в потоці, де інерція частинок суттєво не впливає на їхнє поділення, подано в роботі [1]. Р.Бегнолдом [2] припущено, що причиною поділення частинок сипкого матеріалу за висотою потоку є відштовхуючий тиск між окремими частинками, який виникає як результат їхнього зіткнення та обміну імпульсами. У роботі [3] показано, що градієнт швидкості зазначених частинок за висотою потоку та відштовхуюча нормальна сила між частинками під час руху сипкого матеріалу похилою поверхнею спричиняють поділення його на фракції. Це дозволило запропонувати модель гранулометричної сегрегації руди під час човникового режиму завантаження бункера, яка відрізняється тим, що взаємозв'язок між розподілом швидкості частинок і гранулометричним складом руди здійснено на основі рівняння нерозривності, враховуючи середньостатистичні сили, що діють за висотою потоку.

Дана стаття присвячена моделюванню процесу сегрегації руди у разі «точкового» режиму завантаження бункера та формування штабеля в формі конуса. Схему такого завантаження наведено на рис. 1.

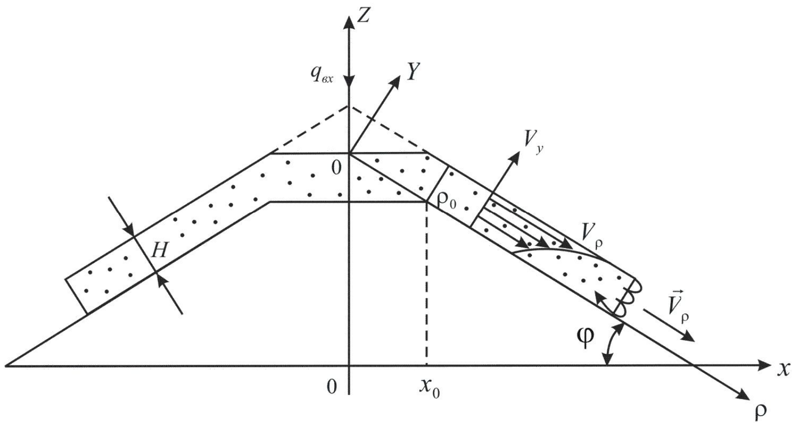

Рис. 1. Схема формування штабелю руди: $q_{вх}$ – продуктивність завантаження; H – висота шару; φ – кут природного укосу; V_ρ, V_y – відповідно радіальна та нормальна складові вектора швидкості частинок; $\overline{V}_\rho$ – середня за висотою шару швидкість транспортування частинок уздовж утворюючої конуса; ρоу – система координат, що пов'язана з поточним положенням поверхні завантаження; ρ_0 – координата джерела живлення.

Розглядають течію незв'язаного сипкого твердого тіла постійної висоти H шорсткою бічною поверхнею конуса кінцевої довжини L(L >> H. Утворююча конуса складає із горизонталлю кут природного укосу φ. Швидкість руху шару матеріалу щодо укосу визначають з умови матеріального балансу:

$$\overline{V}_\rho = \frac{q}{2\pi \cdot \xi \cdot \rho \cdot H \cdot \cos\varphi}\ , \tag{1}$$

де ρ - відстань від точки завантаження $\rho_0 \le L$; H - висота рухомого шару матеріалу; ξ - насипна щільність матеріалу; φ - кут природного укосу.

Приймають, що розподіл радіальної швидкості частинок за висотою потоку має вигляд статечної залежності [3]:

$$V_\rho = 2{,}5\,\overline{V}_\rho \cdot \left(\frac{y}{H}\right)^{1{,}5}, \tag{2}$$

де y - відстань від основи потоку уздовж нормалі до бічної поверхні конуса $0 \le y \le H$.

У поперечному перерізі потоку діють три середньостатистичні сили: опору руху, градієнтна сила та сила сегрегації. Наявність сили опору $\overline{F}_{опор}$ спричинена зіткненням частинки з іншими часинками під час її руху уздовж осі *y*. Наявність градієнтної сили $\overline{F}_{град}$ пов'язана з різною концентрацією окремих класів частинок за висотою шару та її дія направлена на усунення сегрегації. Наявність сили сегрегації $\overline{F}_{сегр}$ зафіксована через неврівноваженість нормальних сил, що прикладені до окремої частинки з боку нижнього та верхнього суміжних шарів потоку. Дана сила сприяє руху значних

частинок ($d > \overline{d}$, де $\overline{d}$ - середній розмір частинок за висотою потоку) до вільної поверхні потоку, а дрібних частинок ($d < \overline{d}$) - до основи потоку. Співвідношення для розрахунку зазначених середньостатистичних сил, приведених до одиниці об'єму, мають вигляд:

$$F_{опор} = -\alpha \cdot V_y\ ,\quad F_{град} = -k \cdot \gamma \frac{\partial \gamma}{\partial y}\ ,\quad F_{сегр} = k_c \cdot (d - \overline{d})\ , \tag{3}$$

де α - коефіцієнт опору руху, н·с·м$^{-4}$; k - коефіцієнт дифузії, н·м$^{-2}$; k_c - коефіцієнт сегрегації, н·м$^{-4}$; y - диференційна функція розподілу розмірів частинок руди, м$^{-1}$.

Нормальну складову V_y вектора швидкості частинок певного класу можна визначити з рівняння балансу зазначених сил:

$$F_{опор} + F_{град} + F_{сегр} = 0\ . \tag{4}$$

Звідси, з урахуванням співвідношень (3), одержують:

$$V_y = -D \cdot \gamma^{-1} \frac{\partial \gamma}{\partial y} + K \cdot (d - \overline{d})\ , \tag{5}$$

де D - коефіцієнт макродифузії, м^2·с$^{-1}$; К - приведений коефіцієнт сегрегації, с$^{-1}$.

Рівняння нерозривності для елементу шару бічної поверхні конуса, що наведено на рис.2, має вигляд:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \tau} + V_\rho \frac{\partial \gamma}{\partial \rho} + \frac{\partial(\gamma \cdot V_y)}{\partial y} = 0\ , \tag{6}$$

де $\gamma = \gamma(d,\rho,y,\tau)$ - диференційна функція розподілу розмірів частинок руди в точці (ρ,y) потоку на момент часу τ, м$^{-1}$.

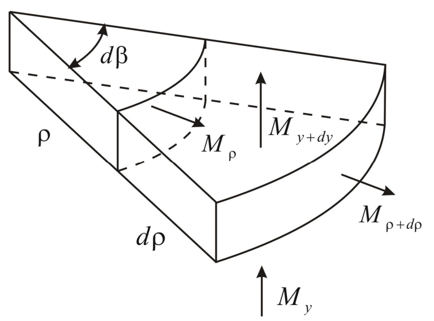

Рис. 2. Елемент шару бічної поверхні конуса: M_ρ, $M_{\rho+d\rho}$ - радіальні складові масового потоку частинок через шар матеріалу; M_y, M_{y+dy} - нормальні складові масового потоку частинок через шар матеріалу; dρ - радіальний приріст елементу шару.

Підставляючи співвідношення (1), (2) та (5) до рівняння (6), одержують:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \tau} = D\frac{\partial^2 \gamma}{\partial y^2} - \frac{5q}{4\pi \cdot \xi \cdot \rho \cdot H \cdot \cos\varphi}\left(\frac{y}{H}\right)^{1{,}5} \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial \rho} - K \cdot (d - \overline{d})\frac{\partial \gamma}{\partial y} + \delta(\rho_0) \cdot \overline{V}_{\rho_0} \cdot \gamma_{вх}(d) \tag{7}$$

де $\delta(\rho_0)$ - дельта-функція, м·с$^{-1}$; $\overline{V}_{\rho_0}$ - радіальна швидкість потоку в точці ρ_0 джерела живлення шару, м·с$^{-1}$; $\gamma_{вх}(d)$ - гранулометричний склад руди, що завантажують.

Межові та початкові умови процесу, що розглядають, визначають за умови відсутності нормальної складової швидкості в основі та на поверхні потоку, ідеального змішування на фронті руху потоку та відсутності матеріалу на поверхні завантаження на початковий момент часу τ = 0.

Межові умови:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \tau} = K \cdot D^{-1} \cdot (d - \overline{d}) \cdot \gamma \Big|_{\substack{y=0 \\ y=H}}\ , \tag{8}$$

$$\gamma = \overline{\gamma}(d,\rho,\tau)\Big|_{\rho = \sqrt{\frac{q \cdot \tau}{\pi \cdot \xi \cdot H \cdot \cos} + \rho_0^2}}\ , \tag{9}$$

де $\overline{\gamma}(d,\rho,\tau) = \frac{1}{H}\int_0^H \gamma(d,\rho,y,\tau)\,dy$.

Початкові умови:

$$\gamma(d,\rho,y,0) = 0 \,. \qquad (10)$$

Математична модель сегрегації руди як система рівнянь (7)-(10) дозволяє прогнозувати гранулометричний склад руди в довільній точці потоку [$\rho \in (\rho_0, L)$, $y \in (O,H)$]. Враховуючи, що практичний інтерес є до розподілу розмірів частинок тільки уздовж осі ρ, за вихідну змінну для моделі приймали середній гранулометричний склад руди за товщиною потоку $\overline{\gamma}(d,\rho)$ на момент часу $\tau = \pi \cdot \xi \cdot H \cdot \cos\varphi \cdot (L^2 - \rho_0^2) / q$, що відповідає закінченню формування шару руди на конусі.

Розв'язання рівняння (6) одержали методом кінцевих різниць для наступних прийнятих параметрів моделі: $L = 3{,}26$ м; $q = 0{,}83$ т/с; $\xi = 2{,}2$ т/м^3; $\varphi = 36°$; $\rho_0 = 0{,}8$ м; $K = 0{,}8$ с$^{-1}$; $D = 0{,}001$ м^2/с; $H = 0{,}1$ м. Чисельне інтегрування рівняння проводили з використанням явної різницевої схеми на сітці з постійним кроком за координатами ($\Delta\rho$, Δy) та змінним кроком за часом ($\Delta\tau$), що забезпечувало дотримання умов нормування γ-функції, балансу мас фракцій на поверхні конуса та під час початкового живлення, а також збіжність зазначеного розв'язання.

Результати моделювання процесу розділення частинок руди щодо їхньої крупині, а також одержані практичні дані зазначеного процесу, подано в табл. 1.

Таблиця 1. **Гранулометричний склад руди, що є мілко подрібненою, на поверхні укосу**

Відстань ρ, м	Крупина класів, мм							Середній розмір часток, мм	
	-5	-10... +5	-15... +10	-20... +15	-25... +20	-30... +25	-35... +30	розрахунок	експеримент
0 – 0,80	0,16	0,17	0,20	0,21	0,13	0,08	0,05	14,60	14,15
1,20	0,18	0,18	0,21	0,20	0,12	0,07	0,04	13,85	13,26
2,10	0,20	0.19	0,22	0,19	0,11	0,06	0,03	13,10	12,67
2,60	0,17	0,18	0,21	0,21	0,12	0,07	0,04	14,00	13,55
2,90	0,13	0,15	0,21	0,22	0,16	0,10	0,06	16,22	15,75
3,10	0,10	0,14	0,21	0,22	0,16	0,10	0,07	16,40	15,95
3,30	0,06	0.10	0,19	0,22	0,18	0,14	0,11	18,60	18,10

Розрахункова залежність середнього розміру частинок від відстані до вершини конуса має чотири ділянки. На горизонтальній ділянці залежності $0 \le \rho \le 0{,}8$ м масову частку окремих фракцій руди подано пропорційно до початкового живлення (див. табл.1, рядок 1). Зменшення середнього розміру частинок на другій ділянці залежності відбувається головним чином за рахунок накопичення частинок дрібних фракцій руди, що осідають до основи потоку (див. табл.1, рядки 2,3). Третя ділянка характеризується змінюванням тенденції залежності середнього розміру частинок за рахунок поступового зменшення частки дрібних класів і збільшення частки значних класів (див. табл.1, рядок 4). На четвертій ділянці відбувається накопичення частинок значних класів, коли частка дрібних фракцій є відносно малою (див. табл.1, рядки 5-7), внаслідок чого середній розмір частинок на поверхні конуса значно (на 27 %) збільшується порівняно із середнім розміром частинок початкового живлення.

Добре збігання практичних даних з результатами моделювання підтверджують гіпотезу про те що, домінуючим механізмом сортування частинок щодо крупини в потоці руди, яку завантажують, є дія сил відштовхування, що виникають як результат зіткнення частинок між собою, та градієнт швидкості частинок за висотою потоку.

ЛІТЕРАТУРА

1. Нагаев В.Ф., Ерофеев Н.Н. О механизме просеивания мелких фракций в процессе отсыпания дробленого материала из бункера // Известия вузов. Горный журнал. - 1986. - № 9. - С.13-15.
2. Бэгнолд Р. Эксперименты с взвешенной суспензией больших твердых сфер в ньютоновской жидкости под действием сдвига / Механика гранулированных сред. - М.: Мир, 1985. - С.45-63.
3. Исаенко А.Н., Качан Ю.Г. Распределение гранулометрического состава руды при ее движении по наклонной плоскости / Збагачення корисних копалин - 2000. - Вип. 10 (51). - С.37-47.

пост. 23.11.06.