

## Математическая модель газодинамики в вихревом аппарате

И.Е. СОКОЛОВСКАЯ

Днепродзержинский государственный технический университет

В статье приводятся математическая модель газодинамики в вихревом аппарате при термообработке. Определены параметры газовых потоков в вихревом аппарате, выявлены оптимальные соотношения геометрических размеров вихревого аппарата, а также гидродинамические параметры, позволяющие разработать эффективные конструктивные решения данного оборудования. Полученные данные могут использоваться в методиках расчета тепломассообменных вихревых устройств.

В статті наводиться математична модель газодинаміки у вихровому апараті при термообробці. Визначені параметри газових потоків у вихровому апараті, виявлені оптимальні співвідношення геометричних розмірів вихревого апарату, а також гідродинамічні параметри, що дозволяють розробити ефективні конструктивні рішення даного устаткування. Отримані дані можуть використовуватися в методиках розрахунку тепломасообмінних вихревих пристроїв.

In article are presented mathematical model of gazodinamiki in the vortical vehicle at the heat treatment. Parameters are definite of gas threads in the vortical vehicle, the optimum correlations are exposed of geometrical sizes of vortical vehicle, and also hydrodynamic parameters, allowing to develop the effective structural decisions of the given equipment. Finding can be used in the methods of computation of teplomassoobmennih vortical devices.

В производстве теплоизоляционных материалов находят широкое применение различные тепломассообменные аппараты, в частности вихревые, в которых осуществляются завершающие этапы технологии – сушка или обжиг мелкодисперсных частиц [1]. Схема такого устройства показана на рис. 1.

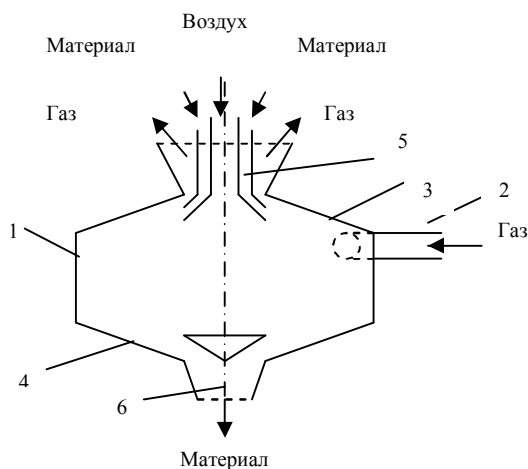


Рис. 1. Схема вихревого аппарата: 1- корпус; 2- боковой входной патрубок для подвода газа; 3- торцевая верхняя стенка; 4-торцевая нижняя стенка; 5- загрузочный бункер; 6- разгрузочный бункер.

Вихревой аппарат содержит корпус 1 с боковым входным патрубком для теплоносителя 2, подключенным к нему тангенциально, торцевыми верхней и нижней стенками 3 и 4 соответственно, загрузочный бункер 5 и разгрузочный бункер 6.

Эффективность процессов тепломассообмена во многом определяется соотношением геометрических размеров данного устройства, поскольку от них зависят гидродинамические показатели работы аппарата.

С целью рационализации технологических параметров аппарата, а также определения его эффективно-

сти, важно знать параметры газовых потоков (компоненты скоростей, давления) во всём объеме аппарата. Ввиду специфики конструкции аппарата и подвода газа, газовые потоки являются существенно трехмерными и в значительной степени турбулизованными. Экспериментальное исследование таких потоков чрезвычайно затруднительно и требует больших материальных затрат. С другой стороны, аналитическое решение данной задачи вряд ли возможно без существенных упрощений, способных исказить весь процесс даже на качественном уровне, поэтому в данной работе мы прибегли к численному моделированию с использованием довольно эффективного в данном случае метода расщепления по физическим факторам [2]. В данной работе этот метод, реализованный в цилиндрических координатах в трехмерной постановке, применен для анализа поставленной задачи изучения газодинамики в вихревом аппарате.

Расчет проводился в цилиндрической части аппарата. Расчетная область представлена на рис. 2.

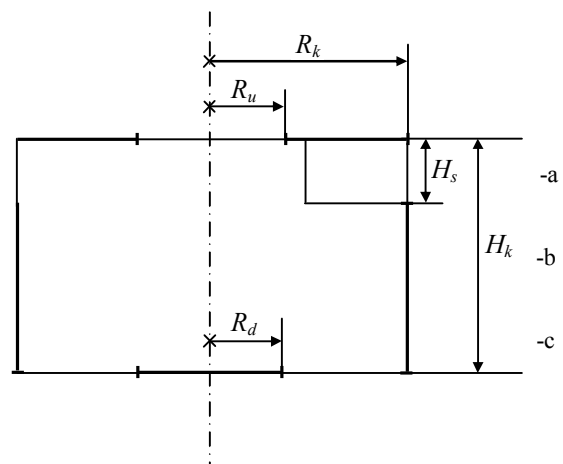


Рис.2. Осевое сечение расчетной области:  $R_k$ ,  $H_k$  - радиус и высота аппарата,  $R_u$ ,  $R_d$  - радиусы верхнего отверстия и питателя,  $H_s$  - эффективный диаметр тангенциального патрубка для подвода газа

Предполагается, что при рассматриваемых скоростях газа, которые в наших условиях значительно меньше скорости звука, газ с большой точностью можно считать несжимаемым. Кроме того, предполагается, что газ во всем объеме аппарата в значительной степени турбулизован, причем рождение турбулентных вихрей определяется величиной производной от скорости газового потока в перпендикулярном потоку направлении, а их перенос определяется скоростью потока [3].

В нашем случае динамика газа описывается уравнением Рейнольдса [2]:

$$\partial \vec{V} / \partial t = R(\vec{V}) - \vec{\nabla} \tilde{p}, \quad (1)$$

которое дополняется условием соленоидальности:

$$\vec{\nabla} \vec{V} = 0, \quad (2)$$

следующем из уравнения неразрывности при сделанном нами предположении о несжимаемости газа. Здесь  $\vec{V}$  - усредненная по турбулентным пульсациям скорость газа,  $t$  - время,  $\tilde{p}$  - динамическая составляющая давления, деленная на плотность газа,

$$R(\vec{V}) = -(\vec{V} \vec{\nabla}) \vec{V} + \nu_e \Delta \vec{V}, \quad (3)$$

где  $\nu_e$  - эффективная кинематическая вязкость, учитывающая турбулентный характер движения. В силу сделанных предположений о течении и развитии турбулентных явлений, эффективная кинематическая вязкость  $\nu_e$  определяется выражением:

$$\nu_e = \nu + \frac{\Delta}{Re_\Delta} V_\Delta + l^2 \left| \frac{\partial V}{\partial y} \right|, \quad (4)$$

где  $\nu$  - кинематическая вязкость газа,  $\Delta$  и  $l$  - параметры размерности длины, которые определяют масштаб усреднения по турбулентным вихрям и, так называемую, длину перемешивания соответственно. Кроме того, здесь  $Re_\Delta$  и  $V_\Delta$  - локализованные в масштабе  $\Delta$  число Реннольдса и скорость потока, а  $y$  - переменная, параметризующая ось, перпендикулярную направлению потока. В качестве масштаба  $\Delta$  при численном решении задачи используется, как правило, масштаб расчетной сетки, что мы и делаем в нашей работе. В этом случае параметр турбулентности  $Re_\Delta$  становится сеточным числом Рейнольдса, для которого предлагается [2] использовать значение  $Re_\Delta = 2$ , что соответствует наибольшей адекватности расчетов при использовании данной алгебраической модели турбулентности. Это было подтверждено на большом количестве примеров [3]. Длина перемешивания  $l$  подлежит определению из опыта и в нашем случае также принята равной шагу расчетной сетки  $\Delta$ .

В соответствии с методом расщепления по физическим факторам [2] на каждом временном шаге  $\tau$  ( $n$  - номер временного слоя) система уравнений (1), (2) решается в три этапа:

I этап:

$$\vec{V}^n = \vec{V}^{n-1} + \tau R(\vec{V}^{n-1}), \quad (5)$$

II этап:

$$\Delta \tilde{p}^{n+1} = \vec{\nabla} \vec{V}^n / \tau, \quad (6)$$

III этап:

$$\vec{V}^{n+1} = \vec{V}^n - \tau \vec{\nabla} \tilde{p}^{n+1}. \quad (7)$$

На первом этапе данной схемы (5) вычисляется поле вспомогательных скоростей  $\vec{V}^n$ , правильно описывающее вихревое движение газа, но не удовлетворяющее условию соленоидальности (2), которое обеспечивается полем давления, точнее, последним слагаемым уравнения (1) при условии (2). На втором этапе вычисляется поле давления по формуле (6), полученной из условия точного выполнения уравнения (2) для скоростей газа на  $n+1$ -м временном слое, которые и находятся на третьем этапе (7). На первом и третьем этапах вычисления явные, а на втором - неявные.

Компоненты скорости среды в цилиндрических координатах определены соотношением:  $\vec{V} = u \vec{e}_\rho + v \vec{e}_\varphi + w \vec{e}_z$ , где  $\rho$ ,  $\varphi$  и  $z$  - цилиндрические координаты, а  $\vec{e}_\rho$ ,  $\vec{e}_\varphi$  и  $\vec{e}_z$  - ортонормированные векторы координатного базиса. Схема (5) - (7), в компонентах принимает вид:

I этап:

$$\begin{aligned} \tilde{u} = u + \tau \left\{ -u \partial_\rho u - \frac{v}{\rho} \partial_\varphi u - w \partial_z u + \frac{v^2}{\rho} + \partial_\rho \left[ \frac{u_e}{\rho} \partial_\rho (\rho u) \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{\rho^2} \partial_\varphi (v_e \partial_\varphi u) + \partial_z (v_e \partial_z u) - 2 \frac{v_e}{\rho^2} \partial_\varphi v \right\}, \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{v} = v + \tau \left\{ -u \partial_\rho v - \frac{v}{\rho} \partial_\varphi v - w \partial_z v - \frac{uv}{\rho} + \partial_\rho \left[ \frac{u_e}{\rho} \partial_\rho (\rho v) \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{\rho^2} \partial_\varphi (v_e \partial_\varphi v) + \partial_z (v_e \partial_z v) + 2 \frac{v_e}{\rho^2} \partial_\varphi u \right\}, \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{w} = w + \tau \left\{ -u \partial_\rho w - \frac{v}{\rho} \partial_\varphi w - w \partial_z w + \right. \\ \left. + \frac{1}{\rho} \partial_\rho (v_e \rho \partial_\rho w) + \frac{1}{\rho^2} \partial_\varphi (v_e \partial_\varphi w) + \partial_z (v_e \partial_z w) \right\}, \quad (10) \end{aligned}$$

II этап:

$$\tilde{D} = \frac{1}{\rho} \partial_\rho (\rho \tilde{u}) + \frac{1}{\rho} \partial_\varphi \tilde{v} + \partial_z \tilde{w}, \quad (11)$$

$$\frac{1}{\rho} \partial_\rho (\rho \partial_\rho \tilde{p}) + \frac{1}{\rho^2} \partial_\varphi^2 \tilde{p} + \partial_z^2 \tilde{p} = \tilde{D} / \tau, \quad (12)$$

III этап:

$$u = \tilde{u} - \tau \partial_\rho \tilde{p}, \quad (13)$$

$$v = \tilde{v} - \tau \frac{1}{\rho} \partial_\varphi \tilde{p}, \quad (14)$$

$$w = \tilde{w} - \tau \partial_z \tilde{p}. \quad (15)$$

Здесь для избежания громоздкости опущены индексы, указывающие на принадлежность величин временным слоям, и использованы сокращенные обозначения для производных:  $\partial_\rho = \frac{\partial}{\partial \rho}$ ,  $\partial_\varphi = \frac{\partial}{\partial \varphi}$ ,  $\partial_z = \frac{\partial}{\partial z}$ . Раз-

ностная аппроксимация пространственных производных в уравнениях (8) - (15) осуществляется на шахматной сетке стандартным образом. Уравнения Пуассона (12) в представленной работе решается методом итераций.

При расстановке граничных условий в нашем случае важно точно обеспечить условие сопряжения гидродинамических характеристик (скоростей и давлений) при  $\varphi = 0$  и  $\varphi = 2\pi$ . Для облегчения этого расчетную область удобно представить в пространстве с координатами  $\rho$ ,  $\varphi$  и  $z$  в качестве декартовых

(рис. 3). В этом случае расчетная область принимает форму параллелепипеда, причем грань I соответствует значению  $r = 0$  и в реальной области (рис. 2) вырождается в осевую линию, а грани II и III соответствуют  $\varphi = 0$  и  $\varphi = 2\pi$ , и должны быть отождествлены. На Рис. 3 заштрихованы области, соответствующие свободному прохождению газа, поэтому в них следует выбирать условия свободного протекания, грани II и III следует связать условиями сопряжения, а на всех остальных границах следует выбрать условие непротекания.

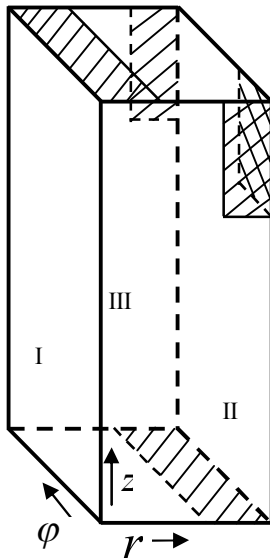


Рис.3. Расчетная область с координатами  $\rho$ ,  $\varphi$  и  $z$  в качестве декартовых

В разностном виде с использованием шахматной сетки для удобства расстановки граничных условий расчетная область со всех сторон окаймляется слоем граничных ячеек. В этом случае условия сопряжения на гранях II и III реализуются тем, что граничные значения скоростей и давлений на одной из граней выбираются равными приграничным значениям на другой, и наоборот.

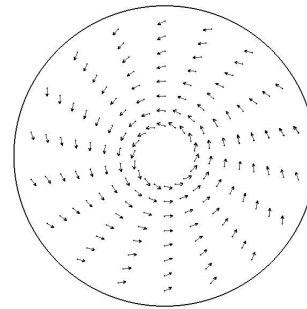
Были приняты следующие численные значения параметров расчета:  $R_k = 400\text{мм}$ ,  $H_k = 400\text{мм}$ ,  $R_u = 200\text{мм}$ ,  $R_d = 200\text{мм}$ ,  $H_s = 200\text{мм}$ .

Для получения представления о движении среды в целом использовали метод представления гидродинамических параметров в различных сечениях расчетной области с проектированием на них векторов скоростей.

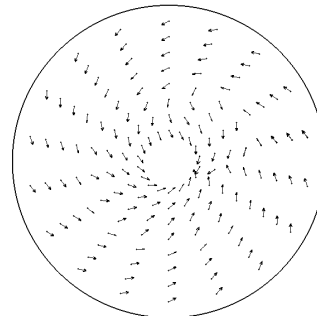
На рис. 4 представлены расчетные поля направлений скоростей газа на трёх различных горизонтальных сечениях аппарата: (а) на уровне присоединения тангенциального патрубка для подвода газа, (б) на середине высоты и (с) у питателя аппарата.

Из рис. 4 следует, что в результате вынужденного действия подводимого газа в верхней зоне цилиндрической части аппарата формируется мощный торроидальный вихрь (а), который по мере приближения к

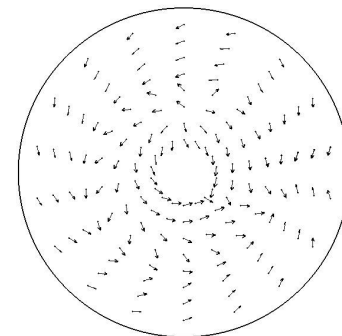
питателю деформируется (б), и у самого питателя распадается (с).



а)



б)



с)

Рис. 4. Расчетные поля направлений скоростей газа на трёх различных горизонтальных сечениях аппарата

О характере гидродинамической картины в осевом сечении аппарата позволяет судить рис. 5.

Из приведенного рисунка следует, что в зоне верхнего отверстия аппарата вследствие существования глобального вихря создается зона пониженного давления, что приводит к втягиванию через это отверстие окружающего воздуха. В нижней же части аппарата, у питателя, воздух покидает аппарат.

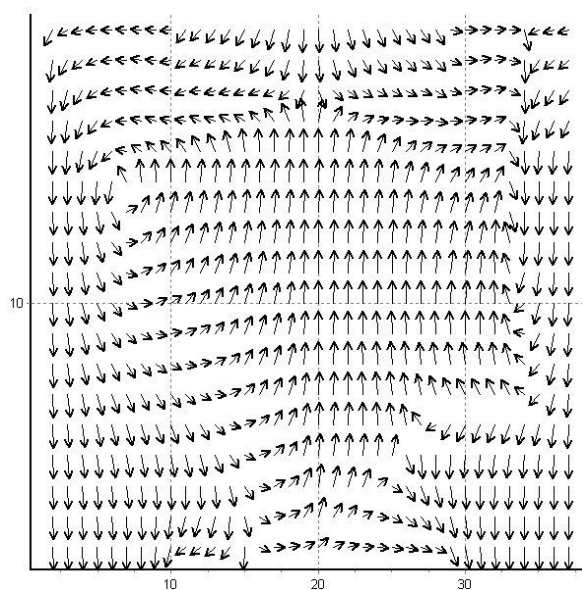


Рис. 5. Поля направлений проекций скоростей газа в осевом сечении аппарата

### Выводы

1. Построена адекватная трехмерная математическая модель движения газа в вихревом аппарате.
2. С помощью данной модели выявлены оптимальные соотношения геометрических размеров вихревого аппарата, а также гидродинамические параметры, позволяющие разработать эффективные конструктивные решения данного оборудования.
3. Полученные данные могут использоваться в методах расчета теплообменных вихревых устройств.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Вывод о выдаче патента Украины на полезную модель по заявке U 2007 05035 от 07.05.2007 «Устройство для получения гранулированного наполнителя теплоизоляционного материала» Павленко А.М., Соколовская И.Е., Кошляк А.В., Климов Р.А. Заявитель: ДГТУ.
2. Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред. – М.: Наука, 1984. – 520 с.
3. Огурцов А.П., Самохвалов С.Е., Надрьгаило Т.Ж. Методы расщепления в задачах гидродинамики и теплопереноса. – Днепропетровск: Системные технологии, 2003. – 256 с.

пост. 10.04.07.