

Математическое моделирование процессов доводки стали порошковыми и алюминиевой проволоками на установке ковш-печь переменного тока
Сообщение 1. Математическая модель

*В.П. ПИПТЮК¹, В.Ю. БОЛОТОВ², И.А. ПАВЛЮЧЕНКОВ², В.А. ВИХЛЕВЦУК¹,
 В.Г. КНОХИН³, И.Н. ЛОГОЗИНСКИЙ³, С.В. ГРЕКОВ¹*

Институт черной металлургии НАН Украины¹,
 Днепродзержинский государственный технический университет²,
 ОАО «Днепрспецсталь»³

Разработана математическая модель пространственного движения и кинетики плавления проволочных изделий и материалов, используемых при внепечной обработке металлического расплава на установке ковш – печь переменного тока.

Розроблена математична модель просторового руху і кінетики плавлення дротяних виробів і матеріалів, що використовуються при позапічній обробці металевого розплаву на установці ківш – піч змінного струму.

It is developed mathematical model of spatial motion and kinetics of melting of wire wares and materials used for out-of-stove treatment of metallic fusion on plant scoop – stove of alternating current.

Изучение закономерностей и процессов доводки стали прутковыми добавками на установке ковш-печь (УКП) переменного тока осуществляли методом математического моделирования. При этом процессы нагрева и плавления порошковой и алюминиевой проволок в шлакометаллическом расплаве (ШМР) рассматривались как последовательность взаимосвязанных стадий:

- проволока, вводимая в ШМР сталеразливочного ковша, проходит через слой шлака, находящийся на его поверхности. В связи с этим на стальной оболочке проволоки нарастает слой шлака;
- при попадании проволоки в металлический расплав на поверхность намерзшего слоя шлака нарастает оболочка металла. Одновременно прогреваются слой намерзшего шлака, первоначальная стальная оболочка проволоки и наполнитель;
- после завершения нарастания стальной оболочки начинается её оплавление, а затем и плавление шлаковой прослойки до их полного расплавления;
- затем проходит подогрев первоначальной стальной оболочки порошковой проволоки до температуры её плавления, дальнейшее расплавление оболочки и последующие нагрев и плавление (растворение) наполнителя проволоки;
- плавление алюминиевой проволоки происходит в намерзшей шлакометаллической оболочке и к моменту расплавления оболочки алюминий находится в жидком состоянии.

В расчетах принято, что усреднением добавки является условие, при котором разница концентраций добавки (элемента) в двух любых точках (разностных ячейках) объема металла в ковше не превышает точности химического (спектрального) определения содержания этой (этого) добавки (элемента).

Продолжительность усвоения добавки является арифметической суммой продолжительности расплавления (растворения) добавки (материала) и продолжительности её (его) усреднения.

Моделирование пространственного движения проволоки в ШМР

Для корректного описания задачи усвоения наполнителя порошковой проволоки или алюминия не-

обходимо учитывать траекторию пространственного движения проволоки в ШМР. При описании движения проволоки моделировалась набором N твердых стержней одинаковой длины l , удерживающихся между собой силами упругости. Однозначно положение проволоки определялось набором $2N$ обобщенных координат $\theta_1, \theta_2 \dots \theta_N, \gamma_1, \gamma_2 \dots \gamma_N$, которые представлены на рис. 1.

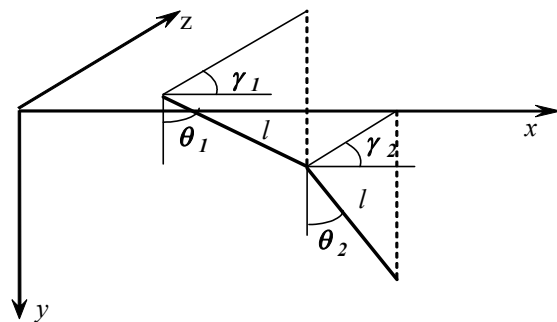


Рис. 1. Геометрия задачи о пространственном движении проволоки θ – угол наклона i -ого стержня к плоскости "y-z"; γ – угол наклона i -ого стержня к плоскости "x-y".

Динамика такой системы описывается при помощи системы $2N$ уравнений Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_{кин}}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T_{кин}}{\partial q_k} = Q_k, \quad k=1, 2, \dots, 2N, \quad (1)$$

где $T_{кин}$ – кинетическая энергия системы, q_k – обобщенные координаты; $\frac{d}{dt}$ – производная по времени;

$\frac{\partial T_{кин}}{\partial \dot{q}_k}$ – частная производная от $T_{кин}$ по \dot{q}_k ;

$\dot{q}_k = \frac{dq_k}{dt}$; $Q_k = Q_k^U + Q_k^f$ – обобщенные силы, действующие на систему, как потенциальные:

$$Q_k^U = -\frac{\partial U}{\partial q_k} \quad (2)$$

так и диссипативные:

$$Q_k^f = \sum_{i=1}^N \vec{f}_i \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k} \quad (3)$$

где \vec{f}_i – сила сопротивления среды движению стержня (проволоки); \vec{r}_i – радиус-вектор центра масс i -го стержня; U – потенциальная энергия.

При решении системы уравнений Лагранжа (1) используется идея метода дробных шагов. Решение системы (1), описывающей динамику перемещения стержней, получается путем последовательного решения двух систем:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_{кин}}{\partial \omega_k} \right) - \frac{\partial T_{кин}}{\partial \theta_k} = Q_k, \quad k=1, 2, \dots, N \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_{кин}}{\partial \phi_k} \right) - \frac{\partial T_{кин}}{\partial \gamma_k} = Q_k, \quad k=1, 2, \dots, N \quad (5)$$

где ω_k – угловая скорость движения стержня к плоскости "y-z"; ϕ_k – угловая скорость движения стержня к плоскости "x-y".

Согласно работам [1-4] полученная система уравнений (4–5) сводится к системе алгебраических неоднородных уравнений, решение которой получается методом Эйлера-Кромера.

В расчетах учитывались упругие свойства материала проволоки.

Моделирование кинетики плавления проволоки

При описании процесса плавления проволоки использованы следующие допущения:

1. Расплавившиеся части наполнителя проволоки или алюминия, первоначальной оболочки и оболочки расплава или шлака мгновенно уносятся потоками металла.

2. Эффект разрыва оболочки металла или шлака под воздействием внутреннего давления, возникающего при плавлении, не учитывается.

3. Движение жидких фаз под оболочкой твердой стали или шлака не учитывается.

При расчете плавления наполнителя (материала) проволоки учитывался суммарный тепловой эффект Q_{Σ} от растворения, окисления, молизации и кипения при взаимодействии его поверхности с расплавом. При этом условлено, что указанный тепловой эффект распределяется между плавящимся наполнителем и жидкой сталью пропорционально коэффициентам их теплопроводности. При расчете плавления проволоки предусматривается возможность повторного нарастания стальной оболочки на оставшуюся твердую фазу наполнителя проволоки.

Математическое описание процесса плавления проволоки рассматривается на примере порошковой проволоки со сверхтугоплавким науглероживателем, как наиболее общий случай среди возможных. Описание процесса плавления порошковой проволоки с легкоплавким, тугоплавким наполнителем или алюминиевой проволоки являются частными случаями представленного

ниже описания. Процесс плавления (растворения) проволоки условно разделен на несколько периодов.

Период 1. Намерзание шлака на поверхности первоначальной стальной оболочки проволоки.

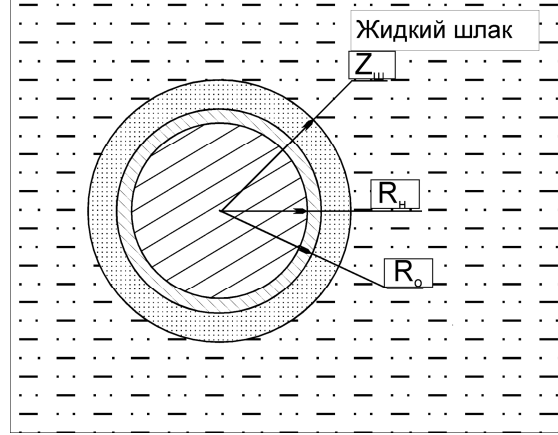


Рис. 2. Намерзание шлака на поверхности первоначальной стальной оболочки порошковой проволоки: R_n – радиус границы наполнителя, R_o – радиус первоначальной стальной оболочки, Z_u – радиус затвердевшей шлаковой оболочки.

В основу математической модели принята система нелинейных уравнений теплопроводности для расчетной области, изображенной на рис. 2. Распространение тепла в трехслойном теле описывается уравнениями теплопроводности в цилиндрической системе координат для наполнителя (радиусом $r=R_n$), для первоначальной стальной оболочки (внешним радиусом $r=R_o$) и для затвердевшей шлаковой оболочки (с внешним радиусом $r=Z_u$):

$$c_i(t)\rho_i(t)\frac{\partial \alpha_i(r,\tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r\lambda_i(t)\frac{\partial \alpha_i(r,\tau)}{\partial r} \right], \quad 0 \leq r < R_i, \tau > 0. \quad (6)$$

$$c_o(t)\rho_o(t)\frac{\partial \alpha_o(r,\tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r\lambda_o(t)\frac{\partial \alpha_o(r,\tau)}{\partial r} \right], \quad R_n \leq r < R_o, \tau > 0. \quad (7)$$

$$c_{uu}(t)\rho_{uu}(t)\frac{\partial \alpha_{uu}(r,\tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r\lambda_{uu}(t)\frac{\partial \alpha_{uu}(r,\tau)}{\partial r} \right], \quad R_o \leq r < Z_u, \tau > 0 \quad (8)$$

где C – удельная теплоемкость; ρ – плотность; λ – теплопроводность; r – радиус проволоки с учетом намерзших оболочек шлака и расплава (металла); τ – время; t – температура; $t(r,\tau)$ – температура в точке радиуса r в момент времени τ ; нижние индексы: n – наполнитель; o – стальная оболочка проволоки; u – шлаковая оболочка; m – оболочка расплава (металла).

На оси симметрии проволоки для всех периодов плавления задано условие:

$$\frac{\partial t_i(0,\tau)}{\partial r} = 0, \quad \tau > 0. \quad (9)$$

где t_n – температура наполнителя проволоки (алюминиевой катанки) на оси симметрии.

На границах раздела $r=R_n$ и $r=R_o$ заданы граничные условия IV рода:

$$\lambda_n(t) \frac{\partial t_n(R_n, \tau)}{\partial r} = \lambda_o(t) \frac{\partial t_o(R_n, \tau)}{\partial r}, \quad t_n(R_n, \tau) = t_o(R_n, \tau). \quad (10)$$

$$\lambda_o(t) \frac{\partial t_o(R_o, \tau)}{\partial r} = \lambda_{ш}(t) \frac{\partial t_{ш}(R_o, \tau)}{\partial r}, \quad t_o(R_o, \tau) = t_{ш}(R_o, \tau). \quad (11)$$

Условие теплообмена на границе шлаковая оболочка - расплав:

$$-\rho_{ш} Q_{ш} \frac{dZ_{ш}(\tau)}{d\tau} = \alpha_{ш} (t_p^{ш}(\tau) - t_{пл}^{ш}) - \lambda_{ш} \frac{\partial t_{ш}(Z_{ш}(\tau), \tau)}{\partial r}, \quad t_{ш}(Z_{ш}(\tau), \tau) = t_{пл}^{ш}, \quad Z_{ш}(\tau) > R_o, \quad t_{ш}(Z_{ш}(\tau), \tau) = t_{пл}^{ш} \quad (12)$$

где $t_{пл}^{ш}$ – температура плавления (затвердевания) шлаковой оболочки; $Q_{ш}$ – теплота плавления шлака, $\alpha_{ш}$ – коэффициент теплоотдачи от жидкого шлака к поверхности шлаковой оболочки; $t_p^{ш}$ – температура жидкого шлака.

Начальные условия:

$$t_n(r, 0) = t_n^{нач}, \quad 0 \leq r \leq R_n, \quad t_o(r, 0) = t_o^{нач}, \quad R_n < r \leq R_o, \quad (13)$$

Длительность τ_1 процесса намерзания шлаковой оболочки $Z_{ш}$ определяется в виде $\tau_1 = \frac{H_{ш}}{V_n}$, где $H_{ш}$ – толщина шлака в сталеразливочном ковше, V_n – перпендикулярная к поверхности шлака скорость подачи проволоки.

Период 2. Намерзание и плавление стальной оболочки расплава (металла) на поверхности шлаковой оболочки.

С момента попадания проволоки в жидкий металл на поверхности намерзшей шлаковой оболочки происходит намерзание и последующее плавление оболочки расплава (металла). Поверхность шлаковой оболочки прогревается до температуры плавления $t_{пл}^{ш}$ и, поэтому, возможен процесс ее плавления внутри оболочки расплава. Расчетная область для пятислойного тела изображена на рис. 3.

Процесс передачи тепла для наполнителя описывается уравнением теплопроводности (6) при $0 \leq r < R_n$, $\tau > \tau_1$, для первоначальной стальной оболочки – уравнением (7) при $R_n \leq r < R_o$, $\tau > \tau_1$, для твердой фазы шлаковой оболочки (с внешним радиусом $r = Z_{ш}^T$) – уравнением (8) при $R_o \leq r < Z_{ш}^T$, $\tau > \tau_1$. Теплоперенос жидкой фазы шлака (с внешним радиу-

сом $r = Z_{ш}$) и намерзшей оболочки расплава (с внешним радиусом $r = Z_m$) описывается уравнениями теплопроводности:

$$c_{\theta}^{\alpha}(t) \rho_{\theta}^{\alpha}(t) \frac{\partial t_{\theta}^{\alpha}(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \lambda_{\theta}^{\alpha}(t) \frac{\partial t_{\theta}^{\alpha}(r, \tau)}{\partial r} \right], \quad Z_{ш}^T \leq r < Z_{ш}, \quad \tau > \tau_1 \quad (14)$$

$$c_i(t) \rho_i(t) \frac{\partial t_i(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \lambda_i(t) \frac{\partial t_i(r, \tau)}{\partial r} \right], \quad Z_{ш} \leq r < Z_m, \quad \tau > \tau_1, \quad (15)$$

где верхние индексы: *m* – твердая фаза; *жс* – жидкая фаза

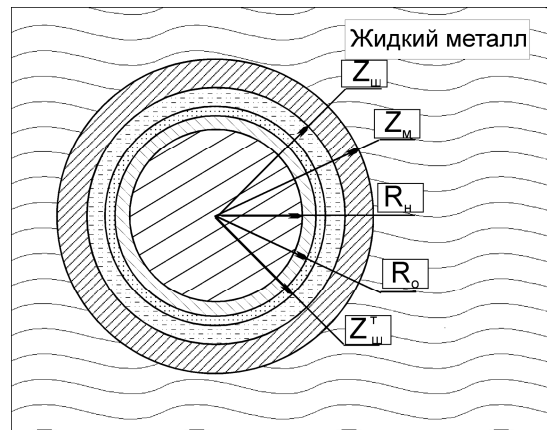


Рис. 3. Намерзание и плавление оболочки расплава (металла) на поверхности намерзшей шлаковой оболочки на первоначальной стальной оболочке порошковой проволоки: R_n - радиус границы наполнителя, R_o - радиус первоначальной стальной оболочки, $Z_{ш}^T$ – радиус затвердевшей шлаковой оболочки, $Z_{ш}$ – радиус границы жидкой фазы шлака, Z_m - радиус затвердевшей оболочки расплава (металла).

На границе раздела шлаковой и стальной оболочек ($r = Z_{ш}$) заданы граничные условия IV рода:

$$\lambda_{ш}^{жс}(t) \frac{\partial t_{ш}^{жс}(Z_{ш}, \tau)}{\partial r} = \lambda_m(t) \frac{\partial t_m(Z_{ш}, \tau)}{\partial r}, \quad t_{ш}^{жс}(Z_{ш}, \tau) = t_m(Z_{ш}, \tau) \quad (16)$$

На границе раздела твердой и жидкой фаз шлаковой прослойки ($r = Z_{ш}^T$) задано уравнение:

$$-\rho_{ш}(t) Q_{ш} \frac{dZ_{ш}^T(\tau)}{d\tau} = \lambda_{ш}^{жс}(t) \frac{\partial t_{ш}^{жс}(Z_{ш}^T(\tau), \tau)}{\partial r} - \lambda_{ш}(t) \frac{\partial t_{ш}(Z_{ш}^T(\tau), \tau)}{\partial r} \quad (17)$$

Условие теплообмена на границе раздела намерзшая оболочка расплава (металла)-расплав (металл) ($r = Z_m$):

$$-\rho_i(t)Q_i \frac{dZ_i(\tau)}{d\tau} = \alpha_i (t_p(\tau) - t_V) - \lambda_i(t) \frac{\partial \alpha_i(Z_i(\tau), \tau)}{\partial r},$$

$$t_m(Z_m(\tau), \tau) = t_V, Z_m(\tau) > Z_{ш}, \tau > \tau_1 \quad (18)$$

где α_m – коэффициент теплоотдачи от жидкого металла (расплава); t_b – температура расплава (металла); t_v – температура выливаемости для расплава (металла).

Начальные условия:

$$\left. \begin{aligned} t_n(r, \tau_1) &= \varphi_n(r, \tau_1) \quad 0 \leq r < R_n \\ t_o(r, \tau_1) &= \varphi_o(r, \tau_1) \quad R_n \leq r < R_o \\ t_u(r, \tau_1) &= \varphi_u(r, \tau_1) \quad R_o \leq r < Z_m, Z_m(\tau_1) = Z_{ш} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

где φ – функция распределения температуры по радиусу в стержне (проволоке); $\varphi_n(r, \tau_1)$, $\varphi_o(r, \tau_1)$, $\varphi_u(r, \tau_1)$ являются решением задачи теплопроводности для наполнителя, первоначальной стальной оболочки и намерзшей шлаковой оболочки, описанной в периоде 1, при $\tau = \tau_1$.

Если после сплавления стальной оболочки остается не полностью расплавленный слой шлака, то его расплавление описывается уравнениями периода 1. Период 2 заканчивается при условии полного расплавления на поверхности первоначальной стальной оболочки намерзших стальной и шлаковой оболочек. Продолжительность второго периода – τ_2 .

Период 3. Намерзание и плавление стальной оболочки на поверхности первоначальной стальной оболочки проволоки.

После сплавления шлаковой оболочки поверхность первоначальной стальной оболочки недостаточно прогрета (ввиду низкой теплопроводности шлаковой прослойки), поэтому возможен процесс намерзания и последующего сплавления намерзшего слоя расплава (металла). Данный период плавления (расчетная область изображена на рис. 4) по аналогии с периодом 1 описывается системой уравнений теплопроводности, включающей уравнение для наполнителя (6) при $\tau > \tau_1 + \tau_2$,

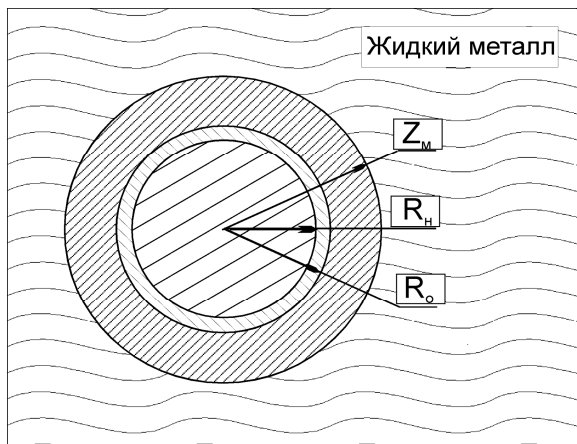


Рис. 4. Намерзание и плавление стальной оболочки расплава (металла) на поверхности первоначальной стальной оболочки порошковой проволоки: R_n – радиус границы наполнителя, R_o – радиус первоначальной стальной оболочки, Z_m – радиус затвердевшей оболочки расплава (металла)

уравнение для первоначальной стальной оболочки (7) при $\tau > \tau_1 + \tau_2$ и уравнение для оболочки расплава (14)

при $R_o \leq r < Z_m$, $\tau > \tau_1 + \tau_2$. Условие теплообмена на границе раздела стальная оболочка – расплав (металл) описывается уравнением (18) при $\tau > \tau_1 + \tau_2$.

Начальные условия:

$$\left. \begin{aligned} t_n(r, \tau_1 + \tau_2) &= \varphi_n(r, \tau_1 + \tau_2), \quad 0 \leq r < R_n \\ t_o(r, \tau_1 + \tau_2) &= \varphi_o(r, \tau_1 + \tau_2), \quad R_n \leq r < R_o \\ Z_m(\tau_1 + \tau_2) &= R_o \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

где $\varphi_n(r, \tau_1 + \tau_2)$, $\varphi_o(r, \tau_1 + \tau_2)$ являются решением задачи теплопроводности для наполнителя и первоначальной стальной оболочки, описанной в периоде 2, при $\tau > \tau_1 + \tau_2$.

Период 3 заканчивается, когда полностью расплавится оболочка расплава, намерзшая поверх первоначальной стальной оболочки. Продолжительность третьего периода – τ_3 .

Период 4. Прогрев и плавление первоначальной стальной оболочки.

Этап прогрева поверхности первоначальной стальной оболочки:

Процесс плавления первоначальной стальной оболочки начинается после прогрева ее поверхности до температуры плавления. Таким образом, решается задача теплопроводности для двухслойного тела с граничными условиями III рода на внешней границе $r = R_o$. Прогрев поверхности первоначальной стальной оболочки описывается уравнениями теплопроводности для наполнителя (6) при $\tau > \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$ и для первоначальной стальной оболочки (7) при $R_n \leq r < Z_o$, $\tau > \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$.

Условие теплообмена на границе поверхность первоначальной стальной оболочки (с внешней границей $r = R_o$) – расплав (металл):

$$\lambda_o(t) \frac{\partial t_o(R_o, \tau)}{\partial r} = \alpha_m [t_p(\tau) - t_o(R_o, \tau)],$$

$$\tau > \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 \quad (21)$$

Начальные условия:

$$\left. \begin{aligned} t_n(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3) &= \varphi_n(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3), \quad 0 \leq r < R_n \\ t_o(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3) &= \varphi_o(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3), \quad R_n \leq r < R_o \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

где $\varphi_n(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3)$, $\varphi_o(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3)$ являются решением задачи теплопроводности для наполнителя и первоначальной стальной оболочки, описанной в периоде 3, при $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$. Продолжительность этапа прогрева первоначальной стальной оболочки проволоки до температуры плавления – τ_4^n .

Этап плавления первоначальной стальной оболочки:

После прогрева поверхности первоначальной стальной оболочки процесс ее плавления (расчетная область изображена на рис. 5) описывается уравнениями теплопроводности для наполнителя (6) при $\tau > \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4^n$ и для первоначальной стальной оболочки (7) при $R_n \leq r < Z_o$, $\tau > \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4^n$.

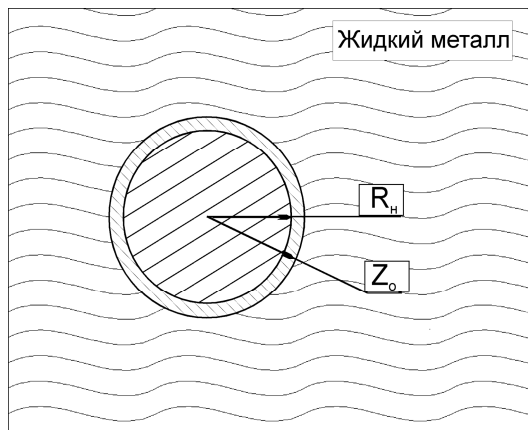


Рис. 5. Нагрев и плавление первоначальной стальной оболочки порошковой проволоки: R_n - радиус границы наполнителя, Z_o - радиус границы плавящейся первоначальной стальной оболочки

Условие теплообмена на границе раздела плавящаяся первоначальная стальная оболочка - расплав (металл):

$$-\rho_o(t)Q_o \frac{dZ_o(\tau)}{d\tau} = \alpha_m(t_p(\tau) - t_L^o) - \lambda_o(t) \frac{\partial \alpha_o(Z_o(\tau), \tau)}{\partial r},$$

$$t_L^i(Z_L^i(\tau), \tau) = t_L^i, \quad R_n \leq Z_o < R_o,$$

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4^n \quad (23)$$

где t_L^o - температура ликвидус оболочки.

Начальные условия:

$$\left. \begin{aligned} t_n(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4^n) &= \varphi_n(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4^n) \quad 0 \leq r < R_n \\ t_o(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4^n) &= \varphi_o(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4^n) \quad R_n \leq r < R_o \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

где $\varphi_n(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4^n)$, $\varphi_o(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4^n)$ являются решением задачи теплопроводности для наполнителя и первоначальной стальной оболочки, описанной в периоде прогрева поверхности первоначальной стальной оболочки проволоки до температуры плавления при $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4^n$. Продолжительность этапа плавления первоначальной стальной оболочки проволоки - τ_4^{nn} .

Период 4 считается законченным при условии полного расплавления первоначальной стальной оболочки проволоки. Продолжительность четвертого периода - $\tau_4 = \tau_4^n + \tau_4^{nn}$.

Период 5. Плавление или растворение наполнителя.

5.1. Плавление (растворение) тугоплавкого наполнителя.

Если материал наполнителя проволоки является тугоплавким, то для того чтобы начался процесс его плавления (растворения) необходимо поверхность наполнителя прогреть до температуры плавления, которая выше температуры плавления расплава. Этот процесс описывается уравнением теплопроводности (6) с граничным условием III рода на внешней границе $r = R_n$.

Процесс плавления (растворения) наполнителя после прогрева его поверхности (расчетная область изображена на рис. 6) также описывается уравнениями теплопроводности (6) с внешней движущейся границей плавления $r = Z_n$:

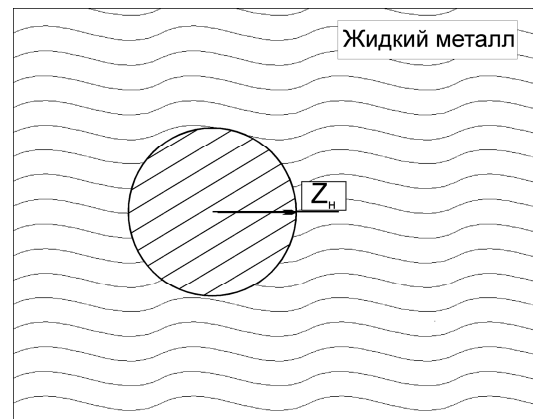


Рис. 6. Плавление (растворение) тугоплавкого наполнителя порошковой проволоки: Z_n - радиус границы плавящегося наполнителя

Этап прогрева наполнителя.

Условие теплообмена на границе раздела поверхность наполнителя - расплав (металл):

$$\lambda_n(t) \frac{\partial t_n(Z_n, \tau)}{\partial r} = \alpha_m[t_p(\tau) - t_n(Z_n, \tau)],$$

$$\tau > \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 \quad (25)$$

Начальные условия:

$$t_n(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4) = \varphi_n(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4),$$

$$0 \leq r < R_n \quad (26)$$

где $\varphi_n(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4)$, являются решением задачи теплопроводности для наполнителя, описанной в периоде плавления первоначальной стальной оболочки проволоки при $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4$. Продолжительность этапа прогрева наполнителя порошковой проволоки - τ_5^n .

Этап плавления наполнителя

Условие теплообмена на границе раздела наполнитель-расплав (металл):

$$-\rho_n(t)Q_n \frac{dZ_n(\tau)}{d\tau} = \alpha_m(t_p(\tau) - t_L^H) - \lambda_n(t) \frac{\partial \alpha_n(Z_n(\tau), \tau)}{\partial r}$$

$$t_n(Z_n(\tau), \tau) = t_L^H, \quad 0 \leq Z(\tau) \leq Z_n,$$

$$\tau > \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 + \tau_5^n \quad (27)$$

где t_L^H - температура ликвидус наполнителя порошковой проволоки.

Начальные условия:

$$t_n(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 + \tau_5^n) = \varphi_n(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 + \tau_5^n),$$

$$0 \leq r < R_n, \quad (28)$$

где $\varphi_n(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 + \tau_5^n)$ является решением задачи теплопроводности для наполнителя, описанной в периоде его подогрева до температуры плавления при

$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 + \tau_5^n$. Продолжительность этапа плавления тугоплавкого наполнителя, после его прогрева до температуры плавления - τ_5^n . Суммарная продолжительность периода плавления тугоплавкого наполнителя составляет $\tau_5 = \tau_5^n + \tau_5^n$

5.2. Диффузионное растворение наполнителя.

Диффузионный этап растворения наполнителя характеризуется взаимосвязанными процессами внешнего и внутреннего тепло- и массопереноса. Имеет место двухфазная система наполнитель - расплав (металл), которая описывается уравнением вида:

$$C_n(t)\rho_n(t)\frac{\partial \lambda_n(r,\tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\lambda_n(t)\frac{\partial \lambda_n(r,\tau)}{\partial r}\right], 0 \leq r \leq Z_n, \tau > \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 \quad (29)$$

Условия теплообмена на границе раздела наполнитель - расплав (металл):

а) если температура плавления поверхностного слоя наполнителя t_L^H больше или совпадает с температурой расплава $t_p(\tau)$:

$$\lambda_n(t)\frac{\partial \lambda_n(Z_n,\tau)}{\partial r} = \alpha_m[t_p(\tau) - t_n(Z_n,\tau)], \tau > \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 \quad (30)$$

б) если температура плавления поверхностного слоя наполнителя t_L^H меньше температуры расплава $t_p(\tau)$:

$$\left. \begin{aligned} -\rho_n(t)\rho_n\frac{dZ_n(\tau)}{d\tau} &= \alpha_m[t_p(\tau) - t_L^H] - \lambda_n(t)\frac{\partial \lambda_n(Z_n(\tau),\tau)}{\partial r} \\ t_n(Z_n(\tau),\tau) &= t_L^H, \quad 0 \leq Z_n(\tau) \leq R_n, \quad \tau > \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Начальные условия:

$$t_n(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4) = \varphi_n(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4), \quad 0 \leq r < R_n, \quad (32)$$

где $\varphi_n(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4)$ является решением задачи теплопроводности для наполнителя, описанной в периоде плавления первоначальной стальной оболочки порошковой проволоки при $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4$.

Уравнение диффузии сверхтугоплавкого наполнителя - графита (углерода):

$$\frac{\partial \bar{C}(r,\tau)}{\partial \tau} = D\left[\frac{\partial^2 \bar{C}(r,\tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \bar{C}(r,\tau)}{\partial r}\right], 0 \leq r \leq Z_n, \tau > \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 \quad (33)$$

где \bar{C} - концентрация углерода в поверхностном слое углеродсодержащего наполнителя.

На оси симметрии проволоки:

$$\frac{\partial \bar{C}(r,\tau)}{\partial r} = 0, \quad \tau > \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 \quad (34)$$

Условия массоотдачи на границе раздела наполнитель - расплав (металл):

$$\frac{\partial \bar{C}(Z_n(\tau),\tau)}{\partial \tau} = \beta[\bar{C}_p(\tau) - \bar{C}(Z_n(\tau),\tau)] - D\frac{\partial \bar{C}(Z_n(\tau),\tau)}{\partial r} \quad (35)$$

где $\bar{C}_p(\tau)$ - концентрация диффундирующего углерода в расплаве; β - коэффициент массоотдачи; D - коэффициент массопереноса.

Начальные условия:

$$\bar{C}(r, \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4) = \bar{C}_0, \quad 0 \leq r \leq Z_n \quad (36)$$

где \bar{C}_0 - начальная концентрация диффундирующего углерода в растворяющемся углеродсодержащем наполнителе.

Метод решения последней системы дифференциальных уравнений подробно описан в работах [2-5].

Приведенную выше математическую модель кинетики плавления проволочных изделий и материалов, вводимых на УКП следует рассматривать как дополнение ранее разработанной математической модели гидродинамики и тепло-, массообмена [6,7].

Выводы

1. Разработана математическая модель плавления вводимых на УКП проволочных изделий и материалов, учитывающая их пространственное движение в ковшевой металлической ванне.

2. Применение разработанной математической модели плавления проволочных изделий и материалов предусматривает использование ранее созданной математической модели гидродинамики и тепло-, массообмена ковшевой металлической ванны на УКП переменного тока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Математическая модель процесса растворения порошковой проволоки в жидкой стали при внепечной обработке в ковше / А.Ю.Никулин, Д.Х.Девятов, Н.А.Алфимова // Междунар. конференция "Черная металлургия России и стран СНГ в XXI веке", Москва, 6-10 июня, 1994. - Т.3. - М.: "Черметинформация", 1994. - С.65-69.
2. Огурцов А.П., Вихлевщук В.А., Павлюченков И.А., Черномаз Г.Н. Математическое моделирование процессов внеагрегатной обработки стали. - Киев: ИСМО МО Украины, 1998. - 151 с.
3. Самохвалов С.Е., Павлюченков И.А., Болотов В.Ю. Задача усвоения проволоки в сталеразливочном ковше // Сб.науч. тр. НМетАУ, серия "Металлургия. Энергетика" - 1999. - Т. 2. - С. 44-48.
4. Вихлевщук В.А., Павлюченков И.А., Болотов В.Ю. Математическое моделирование трехмерной задачи усвоения порошковой проволоки и алюминиевой катанки в сталеразливочном ковше // Теория и практика металлургии. - 2001. - № 3. - С. 42-48
5. Теоретические основы плавления проволочных материалов в процессах ковшевой металлургии / Г.А.Анисович, В.И.Тимошпольский, В.Ю.Болотов и др. - Минск: Высшая школа, 2002. - 103 с.
6. Математическое моделирование гидродинамики шлакометаллической ванны на установке ковшепечь переменного тока / Вихлевщук В.А., Пиптюк В.П., Болотов В.Ю., Павлюченков И.А. и др. // Математичне моделювання, 2005, № 1 (13), с. 53-58.
7. Математическое моделирование процессов тепло-, массообмена при обработке металлического расплава на УКП переменного тока / Пиптюк В.П., Болотов В.Ю., Вихлевщук В.А., Павлюченков И.А. и др. // Математичне моделювання, 2005, № 2(14), с. 49-56.

В.П. Пиптюк, В.Ю. Болотов, И.А. Павлюченков, В.А. Вихлевщук,
В.Г. Кнохин, И.Н. Логозинский, С.В. Греков
