Об оптимальном методе бинарного увеличения изображения

А.А. ЛИГУН , А.А. ШУМЕЙКО, В.Н. ЖУРБА

Днепродзержинский государственный технический университет

Работа посвящена построению оптимальных, с точки зрения асимптотической точности, методов бинарного уменьшения количества информации с целью последующего восстановления. Приведены два метода позволяющие восстановить исходные достаточно гладкие данные с точностью до $O\left(h^6\right)$.

Робота присвячена побудові оптимальних, с точки зору асимптотичної точності, методів бінарного зменшення кількості інформації, для наступного відновлення. Наведено два метода які дозволяють відновити вихідні достатньо гладкі дані з точністю до $O\left(h^6\right)$.

In the papers we research asymptotically optimal methods of binary decrease quantity of information for further reconstruction. Two methods of data recovering with precision to within $O\left(h^6\right)$ are adduced.

В компьютерной графике и при использовании средств мультимедиа, является актуальным изменение размера исходного изображения с минимальными помехами. Такого рода задачи возникают, пример, при реализации воспроизведения видео-данных на персональных компьютерах. Для минимизации размеров видео-потока, как правило, фильмы сохраняются в формате cif, то есть с размером кадра 320x240px, а при воспроизведении видео, изображение растягивается. Существует много различных методов изменения размеров изображения, в частности, использование билинейной или бикубической аппроксимации.

В данной работе приводится одна конструкция увеличения размера, которая является оптимальной на множестве используемых фильтров и метода восстановления. Рассмотрим восстановление функций непрерывно дифференцируемых на всей действительной плоскости. При построении алгоритмов для практического использования, проводится дискретизация результатов, полученных для непрерывного случая.

Пусть $f(x,y)\in C^6$ функция, заданная на всей плоскости, у которой все производные, до шестого порядка включительно, являются непрерывными. Также задана некоторая фиксированная функция $\varphi(x,y)$ такая, что $\varphi * Const(x,y)=Const$, центральные моменты которой

$$m_{\nu,\mu}=\int\int_{R^2} x^\nu y^\mu \varphi(x,y)dxdy=\int\int_D x^\nu y^\mu \varphi(x,y)dxdy$$

удовлетворяют следующим условиям

$$m_{\nu,\mu}=m_{\mu,\nu}\,,\ m_{2\nu+1,\mu}=m_{\mu,2\nu+1}=0\,,$$

кроме того, для выполнения точного восстановления константы необходимо чтобы выполнялось условие

$$m_{0,0}=1\,.$$

Будем считать, что информация о функции f задана множеством функционалов

$$c_{2i,2j}=\int\int_{R^2} f(x+2ih,y+2jh)\varphi(x,y)dxdy,\ i,j\in Z.$$

Для восстановления функции в узлах решётки (i,j) построим следующий алгоритм (типа метода Рунге-Кутта).

Вначале построим реконструкцию значения функции f в точке $(2ih,2jh)$

$$\begin{aligned}\tilde f_{2i,2j}&=\alpha_0 c_{2i,2j}+\\&+\frac14\alpha_1\left(c_{2i-2,2j}+c_{2i+2,2j}+c_{2i,2j-2}+c_{2i,2j+2}\right)+\\&+\frac14\alpha_2\left(c_{2i,2j-2}+c_{2i,2j-2}+c_{2i+2,2j}+c_{2i-2,2j}\right)\\&+\frac14\alpha_3\left(c_{2i-4,2j}+c_{2i+4,2j}+c_{2i,2j-4}+c_{2i,2j+4}\right)\end{aligned}$$

далее вычисляем значения функции f в точке $((2i+1)h,(2j+1)h)$, с использованием уже полученных значений $\tilde f_{2i,2j}$, по правилу

$$\begin{aligned}\tilde f_{2i+1,2j+1}&=\frac14\beta_0\left(c_{2i,2j}+c_{2i,2j+2}+c_{2i+2,2j}+c_{2i+2,2j+2}\right)+\\&+\frac14\beta_1\left(\tilde f_{2i,2j}+\tilde f_{2i,2j+2}+\tilde f_{2i+2,2j-2\nu}+\tilde f_{2i+2,2j+2}\right)\end{aligned}$$

и наконец, с учётом всех полученных ранее значений найдем

$$\begin{aligned}\tilde f_{2i+1,2j}&=\frac12\gamma_0\left(c_{2i,2j}+c_{2i+2,2j}\right)+\\&+\frac12\gamma_1\left(\tilde f_{2i,2j}+\tilde f_{2i+2,2j}\right)+\\&+\frac12\gamma_2\left(\tilde f^1_{2i+1,2j-1}+\tilde f^1_{2i+1,2j+1}\right)\end{aligned}$$

Аналогично находится значение $\tilde f_{2i,2j+1}$.

Соответствующий метод восстановления обозначим через $F(C,f,\varphi)$.

Постановка задачи состоит в нахождении функции φ и коэффициентов $\{\alpha_i\}_{i=0}^3,\{\beta_i\}_{i=0}^1,\{\gamma_i\}_{i=0}^2$ позволяющих получить наивысшую асимптотическую точность восстановления. Ответ на этот вопрос даёт следующее утверждение.

Теорема 1. Для того, чтобы метод восстановления $F(C,f,\varphi)$ был такой, что

$$f_{i,j}-F(C,f,\varphi,ih,jh)=f_{i,j}-\tilde f_{i,j}=O\left(h^6\right),$$

необходимо и достаточно, чтобы центральные моменты функции φ удовлетворяли условиям

$$m_{0,4}=-5m_{0,2},\ m_{2,2}=-m_{0,2}\,,$$

и при этом значения коэффициентов будут определяться равенствами

$$\alpha_1 = \frac{2}{3} m_{0,2} + \frac{1}{8} m_{2,2} - \frac{1}{2} m_{0,2}^2 + \frac{1}{24} m_{0,4},$$

$$\alpha_2 = -\frac{1}{16} m_{2,2} + \frac{1}{8} m_{0,2}^2,$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{24} m_{0,2} + \frac{1}{16} m_{0,2}^2 - \frac{1}{96} m_{0,4},$$

$$\beta_0 = -\frac{1}{m_{0,2}},\ \beta_1 = 1 + \frac{1}{m_{0,2}},$$

$$\gamma_0 = -\frac{1}{2m_{0,2}},\ \gamma_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2m_{0,2}},\ \gamma_2 = \frac{1}{2}$$

Доказательство. Используя формулу Тейлора в окрестности точки $(2ih, 2jh)$, получаем

$$f(x,y) = f_{2i,2j} + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(2i,2j)} (x - 2ih) + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{(2i,2j)} (y - 2jh) +$$

$$+ \frac{1}{2}\left(\left.\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right|_{(2i,2j)} (x-2ih)^2 + \left.\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right|_{(2i,2j)} (y-2jh)^2 + \right.$$

$$\left. \left.\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right|_{(2i,2j)} (x-2ih)(y-2jh) \right) + \ldots$$

Таким образом,

$$c_{2i,2j} = \iint_{R^2} f(x + 2ih, y + 2jh)\varphi(x,y)dxdy =$$

$$= f_{2i,2j} m_{0,0} + \frac{h^2}{2} \left.\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right|_{(2i,2j)} m_{2,0} + \frac{h^2}{2} \left.\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right|_{(2i,2j)} m_{0,2} +$$

$$+ \frac{h^4}{24} \left.\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}\right|_{(2i,2j)} m_{4,0} + \frac{h^4}{24} \left.\frac{\partial^4 f}{\partial y^4}\right|_{(2i,2j)} m_{0,4} +$$

$$+ \frac{h^4}{4} \left.\frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y^2}\right|_{(2i,2j)} m_{2,2} + O(h^6).$$

Используя формулу реконструкции в точке $(2ih, 2jh)$, находим

$$\tilde{f}_{2i,2j} = (\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) f_{2i,2j} +$$

$$+ \frac{h^2}{4}\big(2\alpha_0 m_{0,2} + a_1(4 + 2m_{0,2}) + \alpha_2(8 + 2m_{0,2}) +$$

$$+ \alpha_3(16 + 2m_{0,2})\big)\left(\left.\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right|_{(2i,2j)} + \left.\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right|_{(2i,2j)} \right) +$$

$$+ \frac{h^4}{4}\big(a_1(4m_{0,2} + m_{2,2}) + \alpha_2(16 + 8m_{0,2} + m_{2,2}) +$$

$$+ 2\alpha_0 m_{2,2} + \alpha_3(16m_{0,2} + m_{2,2})\big) \left.\frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y^2}\right|_{(2i,2j)} +$$

$$+ \frac{h^4}{24}\big(\alpha_1(8 + 12m_{0,2} + m_{0,4}) + \alpha_2(16 + 24m_{0,2} + m_{0,4}) +$$

$$+ \alpha_0 m_{0,4} + \alpha_3(128 + 48m_{0,2} + m_{0,4}\big) \times$$

$$\times \left(\left.\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}\right|_{(2i,2j)} + \left.\frac{\partial^4 f}{\partial y^4}\right|_{(2i,2j)} \right) + O(h^6).$$

Следовательно, для того, чтобы получить ошибку восстановления $f_{2i,2j} - \tilde{f}_{2i,2j}(\Re^0) = O(h^6)$, нужно найти решение системы

$$\begin{cases} \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1 \\ 2\alpha_0 m_{0,2} + a_1(4 + 2m_{0,2}) + \alpha_2(8 + 2m_{0,2}) + \\ \qquad + \alpha_3(16 + 2m_{0,2}) = 0 \\ 2\alpha_0 m_{2,2} + a_1(4m_{0,2} + m_{2,2}) + \alpha_2(16 + 8m_{0,2} + m_{2,2}) + \\ \qquad + \alpha_3(16m_{0,2} + m_{2,2}) = 0 \\ \alpha_0 m_{0,4} + \alpha_1(8 + 12m_{0,2} + m_{0,4}) + \alpha_2(16 + 24m_{0,2} + m_{0,4}) + \\ \qquad + \alpha_3(128 + 48m_{0,2} + m_{0,4}) = 0. \end{cases}$$

Решая полученную систему, получим значения коэффициентов для первого шага восстановления

$$\alpha_0 = 1 + \frac{5}{8} m_{0,2} - \frac{1}{16} m_{2,2} + \frac{5}{16} m_{0,2}^2 - \frac{1}{32} m_{0,4}$$

$$\alpha_1 = \frac{2}{3} m_{0,2} + \frac{1}{8} m_{2,2} - \frac{1}{2} m_{0,2}^2 + \frac{1}{24} m_{0,4},$$

$$\alpha_2 = -\frac{1}{16} m_{2,2} + \frac{1}{8} m_{0,2}^2,$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{24} m_{0,2} + \frac{1}{16} m_{0,2}^2 - \frac{1}{96} m_{0,4}.$$

Проводя аналогичные построения и приравнивая к нулю множители при $f_{2i+1,2j+1}$ и первых частных производных у разности $f_{2i+1,2j+1} - \tilde{f}_{2i+1,2j+1}$, находим значения

$$\beta_0 = -\frac{1}{m_{0,2}},\ \beta_1 = 1 + \frac{1}{m_{0,2}},$$

Ошибка восстановления в точке $(2i+1, 2j+1)$ будет иметь вид

$$f_{2i+1,2j+1} - \tilde{f}_{2i+1,2j+1} = \frac{h^4}{24}\left(5 + \frac{m_{0,4}}{m_{0,2}}\right) \times$$

$$\times \left(\left.\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}\right|_{(2i+1,2j+1)} + \left.\frac{\partial^4 f}{\partial y^4}\right|_{(2i+1,2j+1)} \right) +$$

$$\frac{h^4}{4}\left(1 + \frac{m_{2,2}}{m_{0,2}}\right) \left.\frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y^2}\right|_{(2i+1,2j+1)} + O(h^6).$$

Наконец, для восстановления в точке $(2i+1, 2j)$ приравнивая к нулю множители разности $f_{2i+1,2j} - \tilde{f}_{2i+1,2j}$ и решая полученную систему, имеем

$$\gamma_0 = -\frac{1}{2m_{0,2}},\ \gamma_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2m_{0,2}},\ \gamma_2 = \frac{1}{2},$$

что дает ошибку

$$f_{2i+1,2j} - \tilde{f}_{2i+1,2j} = \frac{h^4}{24}\left(5 + \frac{m_{0,4}}{m_{0,2}}\right) \times$$

$$\times \left(\left.\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}\right|_{(2i+1,2j)} + \left.\frac{\partial^4 f}{\partial y^4}\right|_{(2i+1,2j)} \right) +$$

$$+ \frac{h^4}{4}\left(1 + \frac{m_{2,2}}{m_{0,2}}\right) \left.\frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y^2}\right|_{(2i+1,2j)} + O(h^6).$$

Теорема доказана.

Замечание 1. В дискретном случае, когда φ является константой на каждом элементарном квадрате решётки с шагом равном единице, сложность функции φ определим следующим образом

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{-1,1} & \alpha_{0,1} & \alpha_{1,1} & 0 \\ 0 & \alpha_{-1,0} & \alpha_{0,0} & \alpha_{1,0} & 0 \\ 0 & \alpha_{-1,-1} & \alpha_{0,-1} & \alpha_{1,-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

Такая функция, удовлетворяющая условиям теоремы 1, существует и единственна, при этом ненулевые значения декомпозиционного фильтра определяется матрицей

$$\begin{bmatrix} -\frac{31}{9360} & -\frac{19}{720} & -\frac{31}{9360} \\ -\frac{19}{720} & \frac{1309}{1170} & -\frac{19}{720} \\ -\frac{31}{9360} & -\frac{19}{720} & -\frac{31}{9360} \end{bmatrix},$$

В этом случае центральные моменты функции φ будут равны

$$m_{0,0} = 1\,,\ m_{0,2} = \frac{9}{520}\,,$$

$$m_{2,2} = -\frac{9}{520}\,,\ m_{0,4} = -\frac{9}{104}\,.$$

и при этом

$$\alpha_0 = \frac{877997}{865280}\,,\ \alpha_1 = -\frac{9441}{540800}\,,$$

$$\alpha_2 = \frac{2421}{2163200}\,,\ \alpha_3 = \frac{7101}{4326400}\,,$$

$$\beta_0 = -\frac{520}{9}\,,\ \beta_1 = \frac{529}{9}\,,$$

$$\gamma_0 = -\frac{260}{9}\,,\ \gamma_1 = \frac{529}{18}\,,\ \gamma_2 = \frac{1}{2}\,,$$

Естественно возникает вопрос, можно ли при той же асимптотической точности упростить формулы восстановления за счёт сокращения числа слагаемых в них. Это возможно, но при этом носитель декомпозиционного фильтра φ, необходимо увеличить.

Обозначим через $G(C,f,\varphi)$ метод восстановления определяемый правилом реконструкции $f_{2i,2j}$

$$\tilde{f}_{2i,2j} = \alpha_0 c_{2i,2j} +$$

$$+\frac{\alpha_1}{4}\left(c_{2i+2,2j} + c_{2i-2,2j} + c_{2i,2j+2} + c_{2i,2j-2}\right) +$$

$$+\frac{\alpha_2}{4}\left(c_{2i+2,2j+2} + c_{2i+2,2j-2} + c_{2i-2,2j+2} + c_{2i-2,2j-2}\right)$$

а восстановление остальных значений по тем же что и раньше формулам.

Существует только один набор центральных моментов функции φ, которые обеспечивают асимптотическую точность $O(h^6)$ о чём утверждает следующая теорема.

Теорема 2. Для того, чтобы метод восстановления $G(C,f,\varphi)$ был такой, что

$$f_{i,j} - G(C,f,\varphi,ih,jh) = f_{i,j} - \tilde{f}_{i,j} = O(h^6),$$

необходимо и достаточно, чтобы центральные моменты функции φ были равны

$$m_{0,0} = 1,\ m_{0,2} = -\frac{3}{2},\ m_{2,2} = \frac{3}{2},\ m_{0,4} = \frac{15}{2}\,,$$

и при этом значения коэффициентов будут иметь следующий вид

$$\alpha_1 = \frac{7}{16},\ \alpha_2 = \frac{3}{32},\ \alpha_2 = \frac{3}{64}\,,$$

$$\beta_0 = -\frac{1}{6},\ \beta_1 = \frac{1}{12}\,,$$

$$\gamma_0 = -\frac{1}{6},\ \gamma_1 = \frac{1}{12},\ \gamma_2 = \frac{1}{4}\,.$$

Доказательство. Используя формулу Тейлора в окрестности точки $(2i,2j)$ получаем

$$\tilde{f}_{2i,2j} = (\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2) f_{2i,2j} +$$

$$+\frac{1}{4}\left(2\alpha_0 m_{0,2} + \alpha_1(4 + 2m_{0,2}) + \alpha_2(8 + 2m_{0,2})\right)h^2 \left.\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right|_{(2i,2j)} +$$

$$+\frac{1}{4}\left(2\alpha_0 m_{0,2} + \alpha_1(4 + 2m_{0,2}) + \alpha_2(8 + 2m_{0,2})\right)h^2 \left.\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right|_{(2i,2j)} +$$

$$+\frac{1}{24}\left(\alpha_1(8 + 12m_{0,2} + m_{0,4}) + \alpha_2(16 + 24m_{0,2} + m_{0,4}) +\right.$$

$$\left. + \alpha_0 m_{0,4}\right) + h^4 \left.\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}\right|_{(2i,2j)} +$$

$$+\frac{1}{24}\left(\alpha_1(8 + 12m_{0,2} + m_{0,4}) + \alpha_2(16 + 24m_{0,2} + m_{0,4}) +\right.$$

$$\left. + \alpha_0 m_{0,4}\right)h^4 \left.\frac{\partial^4 f}{\partial y^4}\right|_{(2i,2j)} +$$

$$+\frac{1}{4}\left(\alpha_1(4m_{0,2} + m_{2,2}) + \alpha_2(16 + 8m_{0,2} + m_{2,2})\right.$$

$$\left. + \alpha_0 m_{2,2}\right)h^4 \left.\frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y^2}\right|_{(2i,2j)} + O(h^6)$$

Приравнивая множители возле частных производных разности $f_{2i,2j} - \tilde{f}_{2i,2j}$ нулю получаем систему нелинейных уравнений (квадратичная нелинейность содержится в моментах), решением этой системы будут такие значения коэффициентов

$$\alpha_0 = 1 + \frac{1}{2} m_{0,2} + \frac{1}{8} m_{0,2}^2 - \frac{1}{16} m_{2,2}$$

$$\alpha_1 = -\frac{1}{2} m_{0,2} - \frac{1}{4} m_{0,2}^2 + \frac{1}{8} m_{2,2}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{8} m_{0,2}^2 - \frac{1}{16} m_{2,2}$$

Таким образом, ошибка восстановления будет иметь вид

$$f_{2i,2j} - \tilde{f}_{2i,2j} = \frac{h^4}{24}\left(-m_{0,4} + 6m_{0,2}^2 + 4m_{0,2}\right) \times$$

$$\times \left(\left.\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}\right|_{(2i,2j)} + \left.\frac{\partial^4 f}{\partial y^4}\right|_{(2i,2j)} \right) + O(h^6)$$

Проводя аналогичные построения и приравнивая к нулю множители при $f_{2i+1,2j+1}$ и первых частных производных у разности $f_{2i+1,2j+1} - \tilde{f}_{2i+1,2j+1}$, получаем систему, с решением

$$\beta_0 = -\frac{1}{m_{0,2}}, \ \beta_1 = \frac{1+m_{0,2}}{m_{0,2}}.$$

Ошибка восстановления в точке $(2i+1, 2j+1)$ будет иметь вид

$$f_{2i+1,2j+1} - \tilde{f}_{2i+1,2j+1} = \frac{h^4}{24}\left(-m_{0,4} + 10m_{0,2}^2 + 6m_{0,2} + 9\right)\times$$
$$\times\left(\left.\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}\right|_{(2i,2j)} + \left.\frac{\partial^4 f}{\partial y^4}\right|_{(2i,2j)}\right) +$$
$$+\frac{h^4}{4}\left(1+\frac{m_{2,2}}{m_{0,2}}\right)\left.\frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y^2}\right|_{(2i,2j)} + O\left(h^6\right).$$

Наконец, для восстановления в точке $(2i+1, 2j)$ имеем

$$\gamma_0 = -\frac{1}{2m_{0,2}}, \ \gamma_1 = \frac{1+m_{0,2}}{2m_{0,2}}, \ \gamma_2 = \frac{1}{2},$$

что дает ошибку

$$f_{2i+1,2j} - \tilde{f}_{2i+1,2j} = \frac{h^4}{24}\left(9 + 10m_{0,2} - m_{0,4} + 6m_{0,2}^2\right)\times$$
$$\times\left(\left.\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}\right|_{(2i.2j)} + \left.\frac{\partial^4 f}{\partial y^4}\right|_{(2i.2j)}\right) + O\left(h^6\right).$$

Таким образом, для достижения точности $O\left(h^6\right)$, функция $\varphi(x,y)$ должна быть такой что

$$\begin{cases} m_{0,0} = 1 \\ 9 + 10m_{0,2} - m_{0,4} + 6m_{0,2}^2 = 0 \\ 1 + \dfrac{m_{2,2}}{m_{0,2}} = 0 \\ 4m_{0,2} - m_{0,4} + 6m_{0,2}^2 = 0 \end{cases}$$

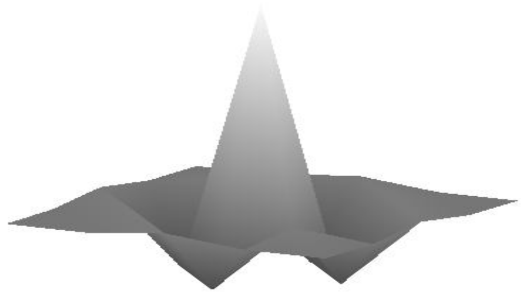
То есть

$$m_{0,0} = 1, \ m_{0,2} = -\frac{3}{2}, \ m_{2,2} = \frac{3}{2}, \ m_{0,4} = \frac{15}{2}.$$

В дискретном случае такая функция существует и единственна. Значения $\varphi(x,y)$ определяются матрицей.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{263}{640} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{253}{576} & -\frac{1193}{360} & \frac{253}{576} & 0 \\ \frac{263}{640} & -\frac{1193}{360} & \frac{15631}{1440} & -\frac{1193}{360} & \frac{263}{640} \\ 0 & \frac{253}{576} & -\frac{1193}{360} & \frac{253}{576} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{263}{640} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

график этой функции имеет вид



Тогда декомпозиция будет проводиться следующим образом

$$c_{2i,2j} = \frac{15631}{1440} f_{2i,2j} -$$
$$-\frac{1193}{360}\left(f_{2i+1,2j} + f_{2i-1,2j} + f_{2i,2j+1} + f_{2i,2j-1}\right) +$$
$$+\frac{253}{576}\left(f_{2i+1,2j+1} + f_{2i+1,2j-1} + f_{2i-1,2j+1} + f_{2i-1,2j+1}\right) +$$
$$\frac{1193}{360}\left(f_{2i+2,2j} + f_{2i-2,2j} + f_{2i,2j+2} + f_{2i,2j-2}\right),$$

а формулы реконструкции будут иметь вид

$$\tilde{f}_{2i,2j} = \frac{7}{16} c_{2i,2j} +$$
$$+\frac{3}{32}\left(c_{2i+2,2j} + c_{2i-2,2j} + c_{2i,2j+2}, c_{2i,2j-2}\right) +$$
$$\frac{3}{64}\left(c_{2i+2,2j+2} + c_{2i+2,2j-2} + c_{2i-2,2j+2} + c_{2i-2,2j-2}\right).$$
$$\tilde{f}_{2i+1,2j+1} = \frac{1}{6}\left(c_{2i,2j} + c_{2i,2j+2} + c_{2i+2,2j}, c_{2i+2,2j+2}\right) +$$
$$\frac{1}{12}\left(\tilde{f}_{2i,2j} + \tilde{f}_{2i,2j+2} + \tilde{f}_{2i+2,2j}, \tilde{f}_{2i+2,2j+2}\right)$$
$$\tilde{f}_{2i+1,2j+1} = \frac{1}{6}\left(c_{2i,2j} + c_{2i+2,2j}\right) + \frac{1}{12}\left(\tilde{f}_{2i,2j} + \tilde{f}_{2i+2,2j}\right) +$$
$$+\frac{1}{4}\left(\tilde{f}_{2i+1,2j+1} + \tilde{f}_{2i+1,2j-1}\right).$$

Замечание 2. Среди двух приведенных методов для практического использования более приемлемым является первый в силу того факта, что последний декомпозиционный фильтр является излишне контрастирующий.

Выводы. В данной работе рассмотрены два оптимальных (с асимптотической точки зрения) метода бинарного уменьшения количества информации с целью последующего восстановления. Оба метода позволяют восстановить достаточно гладкие данные с точностью до $O\left(h^6\right)$. Приведённые методы могут быть использованы в задачах обработки видеоданных с целью уменьшения физического размера информации, полученные алгоритмы позволяют восстановить данные с достаточно большой точностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Turkowski Ken. Filters for Common Resampling Tasks. Graphics Gems I, Academic Press, 1990, pp. 147-165.
2. Фень Юань. Программирование графики для Windows. Изд. Питер, СПб, 2002, 1070 с.

пост. 15..09.06.