не моделювання. Науковий журнал ДДТУ. - 2005. - №2 (14). - С. 49-56.
3. Огурцов А.П., Самохвалов С.Е. Численные методы исследования гидродинамических и тепло-, массопереносных процессов сталеплавильного производства. – Киев: Наукова думка, 1993. – 220 с.
4. Численное моделирование кинетики плавления легкоплавких кусковых металлодобавок при выпуске металла в сталеразливочный ковш / В.С.Харахулах, В.А.Вихлевщук, А.П.Огурцов И.А.Павлюченков и др. // Изв. ВУЗов. Чёрная металлургия. – 1994. - №9. – С. 16-18.
5. Математическое моделирование процесса формирования рафинирующего шлака из кусковой твёрдой шлакообразующей смеси в ковше / В.А.Вихлевщук, И.А.Павлюченков, С.В.Лепорский и др. // Изв. ВУЗов. Чёрная металлургия. – 1992. - №4. – С. 14-15.
6. Математическое моделирование процесса иффузиионного плавления тел правильной геометрической формы в железоуглеродистом расплаве / А.П.Огурцов, Н.М.Барабаш, И.А.Павлюченков и др. // Изв. ВУЗов. Чёрная металлургия. – 1983. - №10. – С. 37-41.
7. Математическое моделирование процессов внеагрегатной обработки стали / Вихлевщук В.А., Огурцов А.П., Павлюченков И.А. и др.- К.: ИСМО МО Украины, 1997.- 152 с.

пост. 22.09.06.

Оптимізація розміщення банківських вкладів з врахуванням корисності

О.С. ПЕНЦАК

Львівська комерційна академія

В статті проведено дослідження ефективності розміщення банківських вкладів з врахуванням функції корисності. Виконано порівняльний аналіз ефективності банківських вкладів двох видів шляхом включення в модель терміну депозитного вкладу. Побудована оптимізаційна модель задачі розподілу капіталу. Розв'язок отримано методом множників Лагранжа.

В статье проведено исследование эффективности размещения банковских вкладов с учетом функции полезности. Выполнен сравнительный анализ эффективности банковских вкладов двух видов путем включения в модель срока депозитного вклада. Построенная оптимизационная модель задачи распределения капитала. Решение получено методом множителей Лагранжа.

The study of the effectiveness of the deposits at a bank with the help of usefulness function is shown in the article. The comparative analysis of the effectiveness of the two kinds of deposits by including the term of depository investment in the model has been made. The optimal model of the task of capital division has been built. The result is got by the method of multipliers Lagranga.

Одним із підходів до оцінки ефективності фінансово-економічних рішень є використання концепції корисності, методологічною основою якої є побудова функції корисності [3, 4]. Функція корисності, визначена на множині переваг, моделює поведінку споживача з врахуванням його відношення до ризику і може бути використана при розв'язуванні задач вибору. Так, спосіб розміщення капіталу у банку є важливим при прийнятті фінансових рішень, від обґрунтованості яких залежать ефективність використання залучених коштів.

Розглянемо задачу розміщення грошових засобів в банк, який пропонує різні види вкладів. Розрізнятимемо вклади за терміном їх розміщення в банку. У зв'язку з цим у функцію корисності $U(x)$ введемо параметр t – термін вкладу. Побудуємо загальну модель розміщення грошових засобів, ввівши такі позначення: K – величина грошових коштів, призначена для розміщення в банку; t –термін вкладу, $t \in \left(\overline{0,2}\right)$; r_t – річна відсоткова ставка, визначена для вкладу терміну t; x_1 –обсяг грошових засобів, призначених для першого виду вкладу; x_2 – обсяг грошових засобів, призначених для другого виду вкладу; $U^{(t)}(x_1, x_2)$ – функція корисності від розміру x_1 і x_2 з врахуванням терміну t.

Розміщення вкладів здійснюється за умови $x_1 + x_2 \le K$.

Розподіл коштів у банку планується двома способами (короткотерміновий і довготерміновий). Початкова корисність від такого розміщення без нарахування відсотків становитиме $U^{(0)}(x_1, x_2) = U^{(0)}(K - x_1 - x_2)$, а з врахуванням відсотків для $t = 1$ і $t = 2$:

$$U^{(1)}(x_1) = U^{(1)}\left((1 + r_1)x_1\right),$$

$$U^{(2)}(x_2) = U^{(2)}\left((1 + r_2)^2 x_2\right).$$

З врахуванням двох способів розміщення капіталу сумарна корисність визначиться як адитивна функція $U(x_1, x_2) = U^{(0)} + U^{(1)} + U^{(2)}$. Оскільки фізична особа прагне досягти максимальної корисності від розміщення капіталу, то дана задача належить до класу оптимізаційних і може бути сформульована таким чином:

$$U(x_1, x_2) \to \max.$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le K, \\ x_1 \ge 0, \\ x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Задача полягає у знаходженні значень x_1 і x_2, співвідношення між якими було б оптимальним.

Значення оптимальних депозитних вкладів x_1^*, x_2^* отримаємо методом множників Лагранжа, тобто побудуємо функцію Лагранжа, знайдемо частинні похідні і прирівняємо їх до нуля. Отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} L'_{x_1} = 0, \\ L'_{x_2} = 0, \\ L'_{\lambda} = 0. \end{cases}$$

Описаний підхід апробований на таких числових даних. Нехай особа хоче розмістити 1000 гр.од. Банк пропонує два види термінових вкладів. У відповідності з першим видом, гроші можуть бути розміщені на рік і складе 10% річних. Другий вклад такий, що гроші покладуть на два роки і дохід складе 12% річних.

Згідно позначень:

$K = 1000$ гр.од.

$t = 1,2$;

$r_1 = 10\%$;

$r_2 = 12\%$;

x_1 –обсяг коштів, призначених для першого виду вкладу;

x_2 – обсяг коштів, призначених для другого виду вкладу;

$x_1 + x_2 \le 1000$.

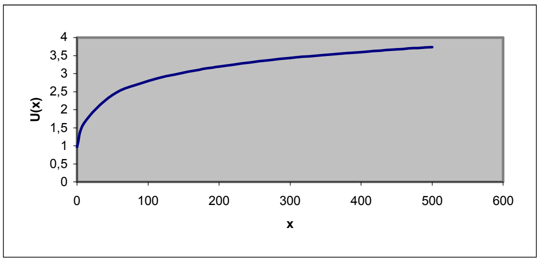
Нехай несхильність до ризику описується функцією корисності $U^{(t)}(x) = (0,6)^t \ln(x+5)$.

Тоді корисності $U^{(0)}$, $U^{(1)}$, $U^{(2)}$ становитимуть:

$$U^{(0)}(x_1, x_2) = U^{(0)}(1000 - x_1 - x_2) = \ln(1005 - x_1 - x_2),$$

$$U^{(1)}(x_1) = U^{(1)}((1+0,1)\cdot x_1) = 0,6\ln(1,1x_1 + 5),$$

$$U^{(2)}(x_2) = U^{(2)}\left((1,12)^2 \cdot x_2\right) = 0,36 \cdot \ln(1,2544x_2 + 5).$$



Потрібно знайти такі значення x_1 і x_2, щоб сумарна корисність

$$U = \ln(1005 - x_1 - x_2) + 0,6 \cdot \ln(1,1x_1 + 5) + 0,36 \cdot \ln(1,2544x_2 + 5)$$

була максимальною.

Функція Лагранжа та система рівнянь матимуть вигляд

$$\begin{gathered} L = \ln(1005 - x_1 - x_2) + 0,6 \cdot \ln(1,1x_1 + 5) + \\ +0,36 \cdot \ln(1,2544x_2 + 5) + \lambda(x_1 + x_2 - 100) \end{gathered};$$

$$\begin{cases} L'(x_1) = -\dfrac{1}{1005 - x_1 - x_2} + \dfrac{33}{50(1,1x_1 + 5)} + \lambda = 0, \\ L'(x_2) = -\dfrac{1}{1005 - x_1 - x_2} + \dfrac{112896}{250000(1,2544x_2 + 5)} + \lambda = 0, \\ L'(\lambda) = x_1 + x_2 = 100. \end{cases}$$

Розв'язком системи є

$$x_1^* = 652 \text{ гр.од.}, x_2^* = 322 \text{ гр.од.}$$

Отже, для максимізації корисності фізична особа в короткий депозит може вкласти 652 гр.од., а в довгий 322 гр. од. Внаслідок такого розподілу коштів невикористаними залишаються 26 гр.од., які особа може використати на власний розсуд. При цьому корисність такого рішення становитиме 9,55.

Запропонований метод може бути використаний для дослідження оптимального розподілу коштів в умовах альтернативного вибору терміну вкладів при іншому відношенню особи до ризику. За відомим аналітичним виглядом функції корисності можна встановити оптимальні розміри депозиту з найбільшою корисністю для споживача. Цей математичний апарат адаптовано для побудови моделі вкладення коштів у цінні папери, в результаті знаходження розв'язків якої комерційний банк може зробити висновок про доцільність інвестування у вибраний набір цінних паперів та визначити стратегію здійснення вкладів, яка б допомогла йому досягнути достатнього фінансового результату.

ЛІТЕРАТУРА

1. Нейман Дж., Моргенштерн О.Теория игр и экономическое поведение.–М.:Наука,1970.–708с.
2. Глушик М.М., Копич І.М., Пенцак О.С. Математичне програмування.–Львів: В-во Новий Світ–2000,2005.–214 с.
3. Сулим М.В. Економічний ризик та методи його вимірювання.–Львів:В-во ЛКА,2003.-196 с.
4. Минюк С.А. Математические методы и модели в экономике. –Мн.:ТетраСистемс,2002.-432с.
5. З. Кини, Райфа Принятие решений при многих критериях: предпочтение и замещение.–М.:Радио и связь,1981.–560с.

пост. 21.01.06.