

Сферична частинка твердого певного розміру як основа процесу моделювання розпушення гірських порід

В.О. КОНДРАТЕЦЬ, А.М. МАЦУЙ

Кіровоградський національний технічний університет

Встановлено, що сферична частинка твердого певного розміру може слугувати основою процесу моделювання розпушення гірських порід. Суміш, складена з сферичних частинок однакового розміру, має коефіцієнт розпушення 1,3514, який не залежить від крупності. Для довільної форми і розміру дробленого матеріалу отримані аналітичні залежності для визначення коефіцієнта розпушення, площі поверхні твердого та його середньої крупності в потоці.

Установлено, что сферическая частица твердого определенного размера может служить основой процесса моделирования разрыхления горных пород. Смесь, состоящая из сферических частиц одинакового размера, имеет коэффициент разрыхления 1,3514, который не зависит от крупности. Для произвольной формы и размера дробленого материала получены аналитические зависимости для определения коэффициента разрыхления, площади поверхности твердого и его средней крупности в потоке.

It is established that a solid spherical particle of a certain size can be the basis of the modeling process disintegration of rocks. A mixture consisting of spherical particles of uniform size, a loosening factor 1.3514, which is independent of particle size. Analytical dependence for determining the coefficient of disintegration, the surface area of the solid and its average particle size in the stream for arbitrary shape and size of the crushed material.

Проблема та її зв'язок з науковими та практичними завданнями. Чорна металургія України більшу частину сировини споживає у вигляді збагачених бідних залізних руд, які подрібнюють у барабанних млинах, що відрізняються великими витратами електричної енергії, куль і футеровки. На важливість зменшення цих витрат звертається увага в роботі [1]. В роботі [2] як один з основних напрямів покращення показників даного процесу відмічається оптимізація конструкцій та технологічних схем, удосконалення режимів подрібнення та автоматичного управління. Оскільки вихідна руда сильно впливає на стан кульового млина і точнісні характеристики конвеєрних вагів [3], вивчення її розпушення в процесі транспортування є актуальним. Непідтримання необхідних режимів роботи технологічних агрегатів завдає значних економічних збитків, що не відповідає положенням Державної науково-технічної програми «Ресурсозберігаючі технології нового покоління в гірничо-металургійному комплексі». Зважаючи на це, в плани наукової тематики Кіровоградського національного технічного університету включена тема «Оптимізація продуктивності кульових млинів по руді і готовому продукту при мінімальних енергетичних і матеріальних перевитратах» (державний реєстраційний номер 0115U003942). Отже, актуальність даної статті підкреслюється як законодавством України, так і тематикою досліджень Кіровоградського національного технічного університету.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Задачі визначення параметрів потоків сипкого матеріалу розв'язують давно. Вагомі результати таких досліджень викладені, наприклад, в роботі [4]. В той же час в роботі [5] відмічається, що об'ємна маса сипких матеріалів як узагальнений показник якості ще мало використовується для керування технологічними процесами. Це пояснюється недооцінкою цього показника, відсутністю потокових пристроїв і недостатньою вивченістю функціональних і кореляційних зв'язків об'ємної маси з конкретними показниками якості. Серед останніх досліджень можливо відмітити роботу [6], присвячену конт-

ролю гранулометричного складу сипкого матеріалу. В роботі [7], присвяченій моделюванню розподілу дробленої руди вздовж конвеєрної стрічки при розвантаженні бункерів, відмічається, що протяжність матеріалу на конвеєрній стрічці за один цикл розвантаження бункера значна і визначається кутом сходження і висотою насування. Ділянки з трьома класами крупності мають різну довжину і відрізняються коефіцієнтами розпушення. Такий характер розпушення матеріалу вздовж конвеєрної стрічки вимагає регулювання її швидкості при автоматичному керуванні завантаженням кульового млина і збуджує змінну складову навантаження опорного ролика конвеєрних вагів у вигляді випадкового процесу з різними на окремих ділянках амплітудами і коливальностями, що викликає додаткову похибку вимірювання. Підвищити якість керування таким процесом можливо лише шляхом врахування характеристик розпушення сипкого матеріалу, які практично ніхто не досліджував. Важливою тут є базова величина, в якості якої може виступити коефіцієнт розпушення сипкого матеріалу, що містить сферичні частинки однакового розміру.

Постановка завдання. Метою даної роботи є отримання в процесі геометричного моделювання математичної моделі коефіцієнта розпушення матеріалу, складеного з сферичних частинок однакового розміру, та підходів визначення за даним показником технологічних параметрів, необхідних при автоматичному керуванні кульовим млином.

Викладення матеріалу та результати. Коефіцієнт розпушення гірської породи являє собою відношення об'єму розпушеної породи до її об'єму в нерозпушеному стані. Коефіцієнт розпушення завжди більший одиниці, оскільки в розпушеному матеріалі є порожноти. Він залежить від гранулометричного складу сипкого матеріалу, форми та взаємного розташування шматків [8]. Коефіцієнт розпушення в певній мірі залежить від зовнішніх умов — самоущільнення, тиск, вологість. На транспортуючих засобах при достатній крупності дробленого матеріалу ці фактори практично на його значення не впливають. Залежності коефіцієнта розпу-

шення від крупності, форми шматків майже не вивчалися. Встановлено, що суміші, складені з частинок округленої форми, мають більшу об'ємну масу порівняно з шматками пластинкової форми [5]. Хаотично розташовані різномірні кулі, як показав дослід, заповнюють близько 62 % усього об'єму суміші. На проміжки між кулями залишається 38 % [9]. Коефіцієнт розпушення такої суміші складає 1,6316. Відсутність моделі сипкого матеріалу з конкретним значенням коефіцієнта розпушення ускладнює теоретичні дослідження таких процесів. Тому розглянемо модель сипкого матеріалу, яка являє собою суміш сферичних частинок однакового розміру.

На плоскій горизонтальній конвеєрній стрічці кульки контактують однією точкою з її поверхнею і можуть створювати різні комбінації. Імовірна комбінація з трьох кульок показана на рис.1,а. У поперечному перерізі, що проходить через центр кульок отримуємо рівносторонній трикутник $O_1O_2O_3$, якщо з'єднати їх центри між собою. Сторони трикутника дорівнюють діаметру кульок, а кути мають 60° . Незаповнена частина простору між кульками складає в перерізі фігуру, створену трьома дугами кола, довжини яких дорівнюють 60° . Центр даної фігури знаходиться в точці B перетину медіан трикутника $O_1O_2O_3$. Віддаленість точки B від лінії O_1O_3 дорівнює

$$AB = \frac{d_K}{2} \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{d_K}{2\sqrt{3}}, \quad (1)$$

де d_K — діаметр кульок.

З трикутника AO_2O_3 (рис. 1,а) висота AO_2 дорівнює

$$AO_2 = d_K \sin 60^\circ = \frac{d_K \sqrt{3}}{2}. \quad (2)$$

Віддаленість точки B від точки O_2 (рис. 1,а) дорівнює

$$BO_2 = AO_2 - AB = \frac{d_K}{\sqrt{3}}. \quad (3)$$

Три сферичні частинки (рис. 1,а) на горизонтальній площині створюють нестійку структуру, оскільки легко можуть приєднати до себе четверту (рис. 1,б). Маса частинок на горизонтальній (або похилій) площині під дією сили земного тяжіння та вібрації будуть створювати саме такі елементарні структури, які легко виокремити в першому шарі сипкого матеріалу. Ці структури будуть стійкими, оскільки між частинками з усіх сторін здійснюється дотик. В перерізі структури з чотирьох кульок (рис. 1,б) створюється ромб, якщо з'єднати

їх центри. Ромб $O_1O_2O_3O_4$ має сторони довжиною d . Його менша діагональ також має довжину d . Гострі кути мають 60° , а тупі — 120° . Як видно з рис. 1,б, ромб створює два трикутника, однакових з трикутником рис. 1,а. Простір між трьома кулями з центрами $O_1O_2O_3$ і $O_1O_3O_4$ створює відповідно дві чарунки, в яких можуть фіксуватись сферичні тіла. Оскільки AB (рис. 1,а) (1) менше $d/2$, а BO_2 (3) більше $d/2$, то в даних чарунках (рис. 1,б) не можуть зафіксуватись сферичні тіла діаметром d у другому шарі сипкого матеріалу. Тобто, стійкі самі по собі структури (рис. 1,б) у першому шарі матеріалу на конвеєрній стрічці будуть зруйновані під дією другого шару матеріалу, який формується над першим, прикладаючи розсовуючі зусилля до кульок першого шару. При розсовуванні кульки першого шару будуть зберігати дотик між собою і чинити опір просуванню кульки з другого верхнього шару. Процес розсовування кульок першого шару закінчиться, коли дві сусідні кульки другого шару розмістяться у створених, більших, ніж на рис. 1,б, чарунках. Дві сусідні кульки верхнього (другого) шару також будуть торкатись одна одної. Так створиться стійкий перший і другий шар матеріалу на конвеєрній стрічці. Точно так же створиться третій шар матеріалу, який буде відповідати першому і т.д. Цій стійкій структурі сферичних частинок буде відповідати комбінація з чотирьох кульок у першому шарі, показана на рис. 1,в. У створеній таким чином чарунці розміститься кулька другого шару з центром O_5 , яка не буде виходити за межі квадрата $O_1O_2O_3O_4$ (рис. 2,а). Третій шар матеріалу розташується аналогічно першому і буде відповідати стійкій структурі положення сферичних частинок в потоці. Основний фрагмент такої структурної одиниці буде подано двома умовними шарами матеріалу — другим повним шаром і половиною першого і третього шару. Розріз такого фрагменту по діагоналі O_1O_3 (рис. 1, в) показано на рис. 2,б. До його складу входять кулі з центром O_5 і частини куль з центрами O_1, O_2, O_3, O_4 . З рис. 2,б видно, що всю інформацію про стійку структуру потоку можливо визначити в межах одного шару матеріалу (рис. 2,в). До даної структурної одиниці входять одна півкуля другого шару і чотири частини по $1/8$ об'єму кулі нижнього шару. Ці фрагменти куль входять до складу паралелепіпеда з площею основи d_K^2 і висотою AO_5 (рис. 2,в), яка дорівнює $AO_5 = d_K / \sqrt{2}$.

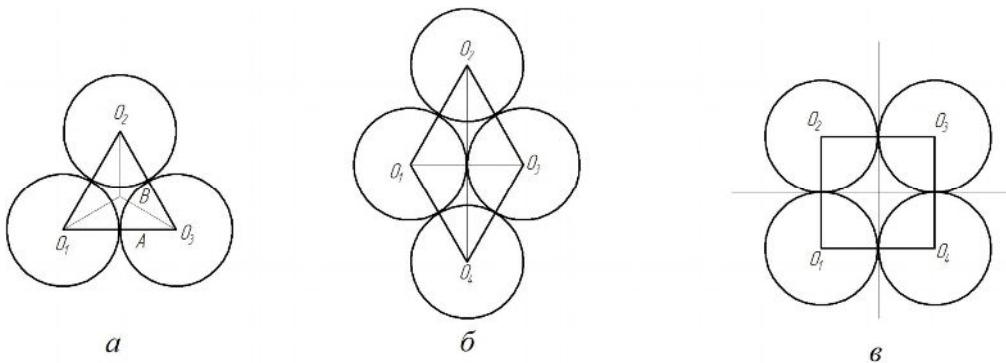


Рис.1. Комбінації кульок твердого на горизонтальній конвеєрній стрічці: а — з трьох одиниць; б — з чотирьох одиниць ромбом; в — з чотирьох одиниць квадратом

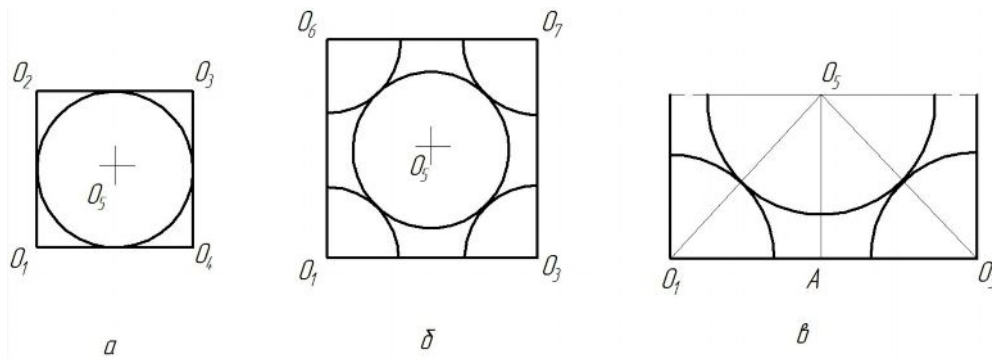


Рис.2. Горизонтальний переріз другого шару матеріалу (а) та вертикальний діагональний перерізи повної (б) і половинної (в) стійких структур матеріалу через центр сферичних тіл

Тоді об'єм паралелепіпеда буде

$$V = \frac{d_K^3}{\sqrt{2}}. \quad (4)$$

Враховуючи, що в паралелепіпеді знаходяться одна повна сферична частинка і вона є твердим, об'єм твердого в елементарному фрагменті потоку буде дорівнювати

$$V_T = \frac{\pi d_K^3}{6}. \quad (5)$$

Враховуючи (4) і (5), визначимо коефіцієнт розпушення твердого в потоці, який складається з сферичних частинок однакового розміру

$$K_P = \frac{V}{V_T} = \frac{d_K^3 \cdot 6}{\sqrt{2} \pi d_K^3} = \frac{6}{\pi \sqrt{2}} = 1,3514. \quad (6)$$

Отже, коефіцієнт розпушення матеріалу, який складений з кульок однакової величини, не залежить від розміру сферичних тіл і є величиною постійною, що дорівнює $6/\pi\sqrt{2}$. Цей результат підтверджується експериментально. При достатньо великих масивах матеріалу крайовими ефектами, які полягають у певному незаповненні стійких структур, можливо знехтувати.

Знаючи базове значення коефіцієнта розпушення $K_P = K_{PC}$, можливо досліджувати потоки сипких матеріалів в ідеалізованому вигляді, коли тверде представлене сферичними частинками однакового розміру.

Розглянемо рудний потік, що складається з однакових сферичних шматків. Тоді частина такого рудного потоку певної фіксованої довжини буде мати поверхню твердого, яка описується залежністю

$$S_{CT} = S_{KT} \cdot n_{hT}, \quad (7)$$

де S_{CT} — поверхня сферичного твердого; S_{KT} — поверхня однієї кульки твердого, що дорівнює πd_K^2 , де d_K — діаметр кульки; n_{hT} — кількість частинок твердого у вигляді кульок однакового розміру у частині рудного потоку певної фіксованої довжини.

Частина рудного потоку, що розглядається, має об'єм V_C розпушеної маси у вигляді сферичних частинок, в якому знаходиться об'єм твердого V_{CT} . Він дорівнює

$$V_{CT} = \frac{V_C}{K_{PC}}, \quad (8)$$

де K_{PC} — коефіцієнт розпушення матеріалу при подрібненні на сферичні частинки, який є сталою величиною і не залежить від крупності.

Кількість частинок в об'ємі твердого, що розглядається, дорівнює

$$n_{hT} = \frac{V_{CT}}{V_{KT}} = \frac{6V_{CT}}{\pi d_K^3}, \quad (9)$$

де V_{KT} — об'єм кульки, що представляє тверде і дорівнює $\pi d_K^3/6$.

З врахуванням (7) і (9) поверхня твердого в об'ємі потоку, що розглядається, дорівнює

$$S_{CT} = \frac{6V_{CT}}{d_K} \quad (10)$$

або

$$S_{CT} = \frac{6V_C}{K_{PC} \cdot d_K}. \quad (11)$$

Прийmemo фіксовану довжину потоку $L=1$ м, тобто такою, що дорівнює проміжку між несучими роликками конвеєрних вагів. Тоді маса твердого на цій ділянці конвеєрної стрічки дорівнює

$$m_{hT} = n_{hT} \cdot V_{KT} \cdot \delta_T = V_{CT} \delta_T = \frac{V_C \delta_T}{K_{PC}}. \quad (12)$$

Сила, що діє на опорний ролик конвеєрних вагів, дорівнює

$$F_{KB} = m_{hT} \cdot g = \frac{V_C \delta_T g}{K_{PC}}, \quad (13)$$

де g — прискорення земного тяжіння.

Рівняння (11) і (13) відповідають статистиці, тобто зупиненому конвеєру. Визначати дані показники необхідно в динаміці — при роботі конвеєра. Цю умову можливо реалізувати, замінивши в (11) і (13) об'єм насипної маси руди на конвеєрній стрічці її об'ємною витратою. Тоді отримаємо

$$S_{CT}(t) = \frac{6Q_{VT}(t)}{K_{PC} \cdot d_K}, \quad (14)$$

$$F_{KB}(t) = \frac{Q_{VT}(t) \delta_T g}{K_{PC}} \cdot t = \frac{Q_{VT}(t) \delta_T g}{K_{PC}} \cdot \frac{L}{v(t)}, \quad (15)$$

де t — час, за який конвеєрна стрічка проходить відстань L ; $Q_{VT}(t)$ — об'ємна витрата насипної маси руди; $v(t)$ — швидкість руху конвеєрної стрічки.

Визначимо з (15) $Q_{VT}(t)$ і підставимо в (14). В результаті отримаємо

$$S_{CT}(t) = \frac{6F_{KB}(t)v(t)}{g\delta_T L d_K}. \quad (16)$$

З залежності (16) слідує, що площу рухомої поверхні при завантаженні кульових млинів рудою при відомих δ_T , L і g можливо знайти, вимірявши погонне навантаження руди на конвеєрній стрічці, її швидкість і крупність частинок твердого.

Залежність (16) отримана для твердого сферичної форми однакових розмірів, де K_{FC} є константою. Оскільки коефіцієнт розпушення при подрібненні руди залежить від розмірів шматків, залежність (16) для реальних умов роботи збагачувальної фабрики повинна ускладнитись. До такого виразу, зокрема, повинен входити коефіцієнт розпушення руди K_p , який змінює своє значення. Враховуючи, що $Q_{VT}(t) = S_p(t) \cdot v(t)$, де $S_p(t)$ — площа поперечного перерізу потоку, визначимо погонне навантаження руди на конвеєрній стрічці, яке буде дорівнювати

$$F(t) = \frac{S_p(t) \delta_T g L}{K_p},$$

звідки

$$K_p = \frac{S_p(t) \delta_T g L}{F(t)}. \quad (17)$$

Залежність (17) дозволяє за вимірними значеннями площі поперечного перерізу потоку і погонним навантаженням руди на конвеєрній стрічці та відомими δ_T , L і g визначити коефіцієнт розпушення сипкого матеріалу в конкретній ситуації завантаження руди в кульовий млин.

Відповідно залежності (11) для загального випадку можливо записати рівняння площі поверхні рухомого твердого у вигляді

$$S_T(t) = \frac{6Q_{VT}(t)}{K_p \cdot D} = \frac{6S_p(t) \cdot v(t)}{K_p \cdot D} = \frac{6}{\delta_T g L} \frac{F(t) \cdot v(t)}{D}, \quad (18)$$

де K_p — визначений коефіцієнт розпушення руди; D — середня крупність руди в потоці сипкого матеріалу.

Враховуючи (18), наприклад для кульового млина, що працює у каскадному режимі роботи, можна записати залежність продуктивності, яка визначається з врахуванням площі поверхні кусків руди, що направляється у кульовий млин.

Для ідентифікації площі поверхні рухомого твердого, що потрапляє в технологічний процес, необхідно визначити коефіцієнт розпушення сипкого матеріалу, виміряти площу поперечного перерізу руди на конвеєрній стрічці і її швидкість або погонне навантаження на конвеєрній стрічці і її швидкість. Додатково ще необхідно визначити середню крупність руди в потоці сипкого матеріалу.

Середню крупність дробленої руди в потоці сипкого матеріалу необхідно вимірювати в центральній частині конвеєрних вагів по довжині потоку. Коефіцієнт розпушення сипкого матеріалу залежить від крупності дробленої руди, хоч він є незмінним для матеріалу з сферичних частинок однакового розміру. В межах зміни крупності, приймаючи лінійну модель зміни коефіцієнта розпушення, можливо записати

$$K_p = k'_p D + b, \quad (20)$$

де K_p — коефіцієнт розпушення матеріалу; k'_p — коефіцієнт пропорційності, що має розмір 1/м; b — вільний член, який дорівнює одиниці, оскільки коефіцієнт незруйнованого матеріалу $K_p=1$; D — середня крупність дробленого матеріалу.

З іншого боку, коефіцієнт розпушення сипкого матеріалу можна визначити через площу поперечного перерізу потоку і погонне навантаження руди на конвеєрній стрічці. Прирівнявши праві частини (20) і (17) і виконавши перетворення, отримаємо

$$D = \frac{\delta_T g L}{k'_p} \cdot \frac{S_p(t)}{F(t)} \cdot \frac{b}{k'_p}. \quad (21)$$

Зважаючи на те, що δ_T , g , L , k'_p і b — незмінні величини, середню крупність D дробленої руди в потоці можливо визначити за площею його поперечного перерізу і погонним навантаженням сипкого матеріалу на конвеєрній стрічці.

Середня крупність дробленого матеріалу D подана шматками різних розмірів неправильної форми. Однак показник D достатньо надійно представляє матеріал, оскільки дрібні частини певного об'єму мають більшу поверхню, а більш крупні — меншу поверхню і це в масиві наближено відповідає D .

Висновки. Таким чином, сферична частинка твердого певного розміру може слугувати основою процесу моделювання розпушення гірських порід. Геометричним моделюванням встановлено, що суміш, складена з сферичних частинок однакового розміру, має коефіцієнт розпушення, який не залежить від крупності і чисельно дорівнює $6/\pi\sqrt{2}$ або 1,3514. Використовуючи поняття базового значення коефіцієнта розпушення сферичного матеріалу можливо знаходити інші необхідні при автоматичному керуванні технологічні параметри. Для довільної форми і розміру дробленого матеріалу знайдено значення коефіцієнта розпушення на конвеєрній стрічці, площі поверхні твердого та його середньої крупності.

Перспективою подальших досліджень є створення засобів контролю коефіцієнта розпушення, площі поверхні твердого та середньої крупності дробленого матеріалу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Маляров П.В. Основы интенсификации процессов рудоподготовки: [монография] / Маляров П.В. – Ростов-на-Дону: ООО “Ростиздат”, 2004. – 320 с.
2. Измельчение. Энергетика и технология / [Пивняк Г.Г., Вайсберг Л.А., Кириченко В.И. и др.]. – М.: Изд. дом “Руда и металлы”, 2007. – 296 с.
3. Кондратець В.О. Дослідження випадкового процесу навантаження опорного ролика конвеєра в умовах осередненого потоку руди / В.О. Кондратець // Зб. наук. праць Національного гірничого університету. – Дніпропетровськ: Державний вищий навчальний заклад «Національний гірничий університет», 2013. – № 43. – С. 79–88.
4. Автоматизация процессов обогащения руд / [Марюта А.Н., Давидкович А.С., Гуленко Т.И., Кондратець В.А.]. – К.: Техніка, 1972. – 140 с.
5. Луткин Н.И. Приборы для контроля технологического процесса в потоке / Н.И. Луткин, К.К. Морар. – М.: Колос, 1978. – 160 с.
6. Преобразование фотоизображений горных пород на неоднородном фоне для контроля гранулометрического состава / [Пилов П.И., Ахметшина Л.Г., Егоров А.А. Удовик И.М.] // Вісник Херсонського націо-

- нального технічного університету. – 2014. – №3 (50). – С. 88–92.
7. Кондратець В.О. Математичне моделювання формування потоків рудного живлення кульових млинів при транспортуванні / В.О. Кондратець // Вісник Херсонського національного технічного університету. – 2014. – № 2 (49). – С. 42–50.
8. Ржевский В.В. Основы физики горных пород / В.В. Ржевский, Г.Я. Новик; Изд. 5-е. – М.: Книжный дом «Либроком», 2010. – 360 с.
9. Андреев С.Е. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых / Андреев С.Е., Перов В.А., Зверевич В.В. – М.: Недра, 1980. – 415 с.

пост. 11.02.2016

Математична модель динаміки дроту в ковші, що враховує напруження згинання і кручення

К.С. КРАСНИКОВ

Дніпродзержинський державний технічний університет

Статтю присвячено розробці математичної моделі динаміки порошкового дроту в сталерозливному ковші на етапі позапічної обробки металу. На відміну від попередніх моделей враховуються напруження не тільки згинання, але й кручення дроту. Запропоновано вирази для узагальненої на цей випадок потенціальної енергії дроту. З використанням розробленого раніше підходу, який полягає в заміні дроту системою пружно сполучених стрижнів, надано систему рівнянь його руху і запропоновано методи їх чисельного розв'язання.

Статья посвящена разработке математической модели динамики порошковой проволоки в сталеразливочном ковше на стадии внепечной обработки металла. В отличие от предыдущих моделей учитываются напряжения не только изгиба, но и кручения проволоки. Предложено выражения для обобщенной на этот случай потенциальной энергии проволоки. С использованием разработанного ранее подхода, который состоит в замене проволоки системой упруго соединенных стержней, дано уравнение ее движения и предложено методы численного решения.

The article is devoted to the development of mathematical model of the dynamics of cored wire in steel ladle during secondary treatment of the metal. Unlike previous models in addition to bending stress the wire's torsion is taken into account. A generalized for this case expression of wire's potential energy is proposed. Using the previously developed approach, which is replacing of the wire by system of elastic connected rods, it is given the system of equations of motion and proposed methods of numerical solution.

Введення порошкового дроту у розплав сталі на агрегаті ківш-піч є поширеним у наш час засобом обробки сталі. Під час цього процесу трайб-апарат достатньо міцно тримає дріт і прокручування дроту всередині трайб-апарату не відбувається, що означає появу напруження в ситуаціях, коли рухомий розплав закручує дріт, пересуваючи вільний кінець дроту, який знаходиться у розплаві. Сталева оболонка дроту чинить опір крученню, виникає напруження, яке впливає на рух дроту. Відмінність середньої густини у порошкового дроту та сталі, обмеження руху дроту стінками ковшу – є сприятливими умовами не тільки для кручення дроту, але і для його згинання, яке також має бути враховано.

У роботі [1] наведено модель руху, яка дозволяє приблизно оцінити глибину занурення та траєкторію руху дроту з урахуванням плавлення. Модель враховує Архімедову силу, силу тяжіння та швидкість введення дроту. Модель не враховує сили пружності при згині та крученні дроту, сили гідродинамічного опору з боку розплаву, і є моделлю руху частинки у розплаві (вплив сусідніх ланок не враховано). Але можливість врахувати вищенаведені фізичні явища є, наприклад, за допомогою Лагранжевої механіки [2-4].

Доведемо, що у працях [2], [3] потенційна енергія внутрішньої деформації дроту (системи стрижней) явно залежить від вибору координат, що суперечить принципу відносності Галілея. Візьмемо вектор у на-

прямку k -го стрижня, компоненти якого виразимо кутами сферичної системи координат ($\sin\theta_k \cos\varphi_k, \sin\theta_k \sin\varphi_k, \cos\theta_k$) – один і той самий вектор можна визначити нескінченною кількістю наборів кутів θ_k і φ_k , наприклад:

$$\begin{pmatrix} \sin \frac{\pi}{6} \cos 0, \sin \frac{\pi}{6} \sin 0, \cos \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{-\pi}{6} \cos \pi, \sin \frac{-\pi}{6} \sin \pi, \cos \frac{-\pi}{6} \end{pmatrix} = \quad (1)$$

Тобто, якщо кут θ_k змінити з $\pi/6$ на $-\pi/6$, а кут φ_k – з 0 на π , тоді спостерігаючи за k -м стрижнем з будь-якої точки зору ми не побачимо відмінності у його розташуванні у просторі – змінився тільки спосіб визначення розташування стрижня. Відомо, що потенційна енергія системи залежить тільки від розстановки матеріальних точок, з яких складається система, тому у випадку системи стрижней потенційна енергія не повинна змінюватися при вищенаведеній заміні кутів θ_k і φ_k . Розглянемо в [1] доданок у виразі потенційної енергії (нехтуючи залишковою деформацією), який визначає роботу сил пружності при вигинанні дроту:

$$W = \frac{\kappa k}{2} (\Delta_k)^2, \quad (2)$$

де $\Delta_k^2 = (\theta_k - \theta_{k-1})^2 + (\varphi_k - \varphi_{k-1})^2 \sin^2 \theta_k$, κ_k – коефіцієнти пружності в з'єднанні $(k-1)$ -го та k -го стрижнів. Переставляючи кути для k -го стрижня в (2) так, як наведено в