Вибір махових мас ланок передаточних механізмів на основі оптимізації передаточної функції

О.Д. РОМАНЮК

Дніпродзержинський державний технічний університет

На основі математичної моделі передаточного механізму отримані залежності, які на етапі проектування дають можливість розраховувати відповідні маси зубчатих коліс, що можуть виконувати роль махових мас машинного агрегату.

На основе математической модели передаточного механизма получены зависимости, которые на этапе проектирования дают возможность рассчитать соответствующие массы зубчатых колес, которые могут исполнять роль маховых масс машинного агрегата.

On the basis of a mathematical model of the transmission mechanism were obtained dependences which allowed calculating during design phase the corresponding mass of gearwheels that can play the role of flywheel masses of the machine aggregate.

Вступ. Вимоги до підвищення якості сучасних виробничих процесів у більшості випадків зводяться до підвищення точності. Оптимальні за точністю технічні системи забезпечують мінімальну інтегральну похибку, при умові оптимізації відхилення кінематичних та силових параметрів від заданих значень [1,2,3].

В режимі усталеного руху кінематичні характеристики ланок механізму являються періодичними функціями. Причиною періодичних коливань швидкості ланок та кінематичних пар являється періодичний характер зміни діючих сил та передаточної функції механізму приводу. Зменшення амплітуди коливань швидкості ланки зведення отримують на основі збільшення зведеного моменту інерції. Такий підхід обумовлює збільшення інерційності механізму, способом встановлення на валу ланки зведення додаткову масу, яку називають маховиком. Збільшення зведеного моменту інерції механізму погіршує його динамічні характеристики, обумовлює зростання часу розгону і зниження продуктивності машинного агрегату. Використання додаткових мас маховика збільшує вагу машинного агрегату, що не раціонально для широкого класу сучасних машин, особливо транспортних.

Таким чином, щоб уникнути відповідного протиріччя необхідно змінити підхід до розглядання питання компоновки машинного агрегату. Як правило в основному використовують стандартні механічні передачі і задачу оптимізації кінематичних та силових характеристик виконавчого органу машини вирішують різними способами [1,3,4], а також використанням додаткових махових мас [5,6]. Тому, щоб уникнути відповідних недоліків додаткових махових мас необхідно підбирати, а в деяких випадках проектувати нові передаточні механізми моменти інерції обертальних мас яких могли б виконувати роль махової маси. Тим більш відомо, що маховий момент маховика встановлений на швидкохідному валу в i^2 раз менший по відношенню до маховика на тихохідному валу [5].

Постановка задачі. В загальному випадку задачі проектування передаточних механізмів являються багато критеріальними, так як виникає необхідність враховувати взаємно виключаючи параметри (зменшення металоємкості і збільшення надійності, і т. п.). Задачею оптимізації технічної системи є процес, в якому необхідно знайти екстремальну величину кількісної характеристики відповідної властивості. В даному випадку необхідно підібрати відповідну масу зубчатого колеса механічної передачі, яке виконувало б роль маховика. Доцільність такого підходу обумовлена тим, що маховий момент маховика розташованого на швидкохідному валу передачі менший в i^2 раз по відношенню до маховика який розташований на тихохідному валу.

Умова взаємодії між ланками механічної передачі виражаються рівняннями зв'язку. Якщо маємо m — число рівнянь зв'язку, які описують умови функціонування передачі, то при проектуванні ці рівняння утворюють систему, яка містить в собі n — невідомих ($x_1, x_2, ..., x_n$) — перемінних величин проектування. Варіюючи цими перемінними, можна отримати різноманітні варіанти проектних рішень. Але особливість інженерних задач полягає в тому, що кількість невідомих величин проектування набагато більше ніж рівнянь зв'язку, це обумовлює багато варіантів розв'язку. Занадто велика кількість невідомих величин проектування суттєво ускладнює і без того багатоваріантність задачі. Тому необхідно зменшити число невідомих, використовуючи інші міркування, чи допускати їх зміну в деяких межах, які визначаються вимогами стандартизації, технологічними та іншими. В зв'язку з цим вводять обмеження на параметри технічної системи. До них відносять: функціональні обмеження на параметри оптимізації; параметричні обмеження; дискретні обмеження.

В даному випадку вибираємо, що маса зубчатого колеса механічної передачі буде залежати від шістки основних невідомих перемінних величин проектування:

1. передаточне відношення редуктора ($x_1 = i$);
2. нормальний модуль зачеплення ($x_2 = m_n$);
3. кількість зубів шестерні ($x_3 = z_1$);
4. кут нахилу зуба ($x_4 = \beta$);
5. коефіцієнт ширини зубчатого колеса по міжосьовій відстані ($x_5 = \psi_{ba}$);
6. питома вага матеріалу зубчатих коліс ($x_6 = \rho$).

При розв'язувані задач оптимізації параметрів технічної системи найбільш важливим етапом є вибір обмежень. Не врахування деяких обмежень приводить до того, що оптимальні структурні, кінематичні та динамічні параметри такої системи при виготовлені дослідного чи промислового об'єкту не являються оптималь-

©Романюк О.Д., 2015

ними. В таких випадках необхідно допрацьовувати технічну систему. Але використання зайвих обмежень суттєво ускладнює задачу оптимізації та погіршує точність отриманих результатів. Необхідно також враховувати, що більша кількість невідомих перемінних величин проектування є функціями таких же величин.

В нашому випадку, згідно поставленої задачі, на невідомі переміні величини проектування накладаємо наступні обмеження.

1. ($x_1 = i$) Так як ми розглядаємо силову (редуктор) одноступінчату зубчасту передачу то згідно стандарту передаточне відношення редуктора має задовольняти умові:

$$1 \le i \le 7{,}1 .$$

Крім того, необхідно враховувати, що передаточне відношення редуктора має дискретні значення, з відповідного стандартного ряду.

2. ($x_2 = m_n$) Нормальний модуль зачеплення має дискретні значення, і назначається з відповідного стандартного ряду. В даному випадку, враховуючи умови довговічності та надійності роботи передачі, величина нормального модуля зачеплення повинна задовольняти умові:

$$1{,}0 \le m_n \le 5{,}0 .$$

3. ($x_3 = z_1$) Кількість зубів шестерні може бути довільним, але цілим числом. Розглядаємо нормальне, не корегіроване зачеплення, то згідно умови не підрізання ніжки зуба інструментом мінімальна величина зубів шестерні повинна задовольняти умові:

$$z_{\min} \ge 17 .$$

4. ($x_4 = \beta$) Величина кута нахилу зуба косозубої та шевронної передачі

$$8^{\circ} \le \beta \le 15^{\circ} ;$$

$$\beta \le 35^{\circ} .$$

Прямозубу передачу можна розглядати, як часний випадок косозубої при умові, що $\beta = 0^{\circ}$.

5. ($x_5 = \psi_{ba}$) Коефіцієнт ширини зубчатого колеса по міжосьовій відстані згідно практичних рекомендацій, з урахуванням міцностних та конструктивних міркувань, назначають з умови:

$0{,}125 \le \psi_{ba} \le 0{,}25$, прямозуба передача;

$0{,}25 \le \psi_{ba} \le 0{,}5$, косозуба передача;

$0{,}5 \le \psi_{ba} \le 1{,}0$, шевронна передача.

6. ($x_6 = \rho$) Питому вагу матеріалу зубчатих коліс в даному випадку можемо розглядати, як постійну величину, враховуючи що зубчасті колеса будуть виготовлятися із одного матеріалу. Вибираємо сталь 40Х, питома вага $\rho = 7850$ кг/м^3.

Вибір оптимального рішення чи порівняння рішень проводиться з допомогою деякої функції, яка визначається проектними параметрами. Таку функцію називають цільовою. В процесі розв'язування задачі оптимізації повинно бути знайдено такі значення параметрів, при яких цільова функція має екстремум. Цільова функція відіграє роль основного критерію оптимальності в математичних моделях, з допомогою яких описуються інженерні задачі.

В даному випадку цільову функцію можна записати у вигляді

$$m_j = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) .$$

Результати досліджень. Розглянемо математичну модель передаточного механізму, який є елементом математичної моделі машинного агрегату (рис.1). Згідно моделі, вся маса обертальних ланок буде з концентрована в зубчатому колесі і не враховується частина маси валу та відповідних підшипників.

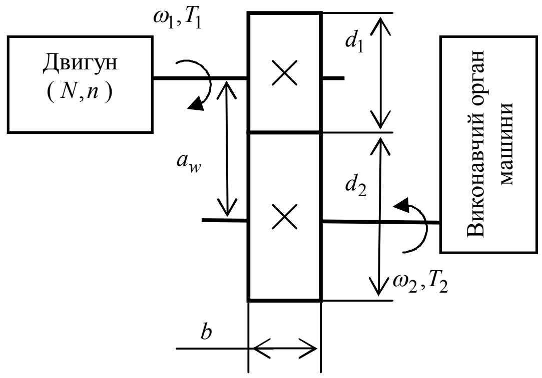

Рис.1. Математична модель передаточного механізму

На основі математичної моделі отримаємо рівняння для визначення маси зубчатого колеса.

$$m_j = V_j \rho , \tag{1}$$

де: V_j — об'єм зубчатого колеса; j — номер ланки ($j = 1$ — шестерня, $j = 2$ — колесо).

Враховуючи, що згідно моделі зубчаті колеса виконуються суцільними, то об'єм буде визначатись рівняння об'єму циліндра

$$V_j = \frac{1}{4} \pi b_j d_j^2 , \tag{2}$$

де: d_j — ділильний діаметр зубчатого колеса; b_j — ширина вінця зубчатого колеса.

Виведемо залежність для визначення маси першої ланки ($j = 1$) — шестерні.

$$m_1 = V_1 \rho = \frac{1}{4} \pi \rho b_1 d_1^2 . \tag{3}$$

Враховуючи, що $b_1 = \psi_{ba} a_w$, а міжосьова відстань визначається рівнянням $a_w = \frac{1}{2}(d_1 + d_2)$ і передаточне відношення при передачі руху від першої ланки до другої

$$i_{12} = \frac{d_2}{d_1} ,$$

рівняння (3) прийме вид

$$m_1 = \frac{1}{8} \pi \rho \psi_{ba} (1 + i_{12}) d_1^3 . \tag{4}$$

Отримане рівняння не зручне для аналізу та розрахунку тому, що ділильний діаметр шестерні є функцією модуля зачеплення і кута нахилу зуба

$$d_1 = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} .$$

З урахуванням d_1 рівняння (4) приймає вид

$$m_1 = \frac{1}{8}\pi\rho\psi_{ba}\left(\frac{m_n}{\cos\beta}\right)^3 (1+i_{12})z_1^3 . \quad (5)$$

Для зручності проведення аналізу та розрахунку введемо поняття коефіцієнта маси зубчатих коліс

$$A = \frac{1}{8}\pi\rho\psi_{ba}\left(\frac{m_n}{\cos\beta}\right)^3 . \quad (6)$$

Таким чином коефіцієнт A є функцією ψ_{ba} і m_n, а також кута β для косозубих та шевронних передач.

Згідно введеного коефіцієнту рівняння (5) перепишемо у вигляді

$$m_1 = A(1+i_{12})z_1^3 . \quad (7)$$

Виведемо залежність для визначення маси другої ланки ($j = 2$) — колеса.

$$m_2 = V_2\rho = \frac{1}{4}\pi\rho b_2 d_2^2 . \quad (8)$$

Враховуючи вище наведені співвідношення, а також, що ділильний діаметр колеса

$$d_2 = \frac{m_n z_2}{\cos\beta},$$

рівняння (8) буде мати вигляд

$$m_2 = A\left(1+\frac{1}{i_{12}}\right)z_2^3 . \quad (9)$$

Коефіцієнт A залишається не змінним. Так як ψ_{ba}, m_n і β — однакові для шестерні та колеса, а також ρ, якщо вони виготовлені з одного матеріалу, що має місце на практиці.

Введений коефіцієнт ваги зубчатого колеса являється функцією кубічної параболи у вигляді $A = f(m_n^3)$. Таким чином зі збільшенням модуля зачеплення числові значення коефіцієнту A суттєво зростають, а також збільшується розмах між $A_{\min}$, (при $\psi_{ba} = 0{,}125$) та $A_{\max}$, (при $\psi_{ba} = 0{,}25$). Залежність коефіцієнту A від кута β носить лінійний характер і в інтервалі $8^{\circ}...15^{\circ}$ практично $\cos\beta$ можна розглядати як постійну величину. Тому для косозубих передач коефіцієнту A змінюється аналогічно прямозубим, тільки з розмахом між $A_{\min}$, (при $\psi_{ba} = 0{,}25$) та $A_{\max}$, (при $\psi_{ba} = 0{,}5$). Отримані розрахунки коефіцієнту A дають можливість на етапі проектування вибирати відповідні параметри ψ_{ba} і m_n, які обумовлюють геометричні розміри зубчатих коліс і відповідно вийти на необхідну величину їх маси.

Аналіз отриманих рівнянь (7) і (9) з урахуванням, що

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1}$$

показує, що маса зубчатих коліс є функцією передаточного відношення механічної передачі. Варіруя передаточним відношенням на етапі проектування можна підібрати відповідні маси зубчатих коліс моменти інерції яких відповідали б маховому моменту маховика, який необхідний для стабілізації динамічних характеристик виконавчого органу машини.

Висновки. Отримані залежності та результати дослідження дають можливість підібрати відповідні маси зубчатих коліс моменти інерції яких відповідали б маховому моменту маховика виконавчого органу машинного агрегату, на етапі початкового проектування механічної передачі, так як маса зубчатих коліс є функцією передаточного відношення та кількості зубів. Таким чином, варіруючи кількістю зубів шестерні чи колеса при постійному передаточному відношенні можемо змінювати масу коліс в необхідних інтервалах.

При необхідності є можливість варірувати передаточним відношенням, що суттєво розширяє діапазон проектування по вибору оптимальної маси зубчатих коліс.

Слід відмітити, що згідно математичній моделі вся маса обертальних ланок була сконцентрована в зубчатих колесах, не враховувалась частина маси валу і підшипників. Таким чином, наступні дослідження будуть направлені на розширення математичної моделі, яка буде включати відповідні ділянки обертальних ланок. Але відповідну задачу можливо розв’язати тільки з використанням силових характеристик передаточного механізму, що суттєво ускладнює задачу, особливо на етапі начального проектування.

ЛІТЕРАТУРА

1. Геминтерн В.Н., Крган Б.М. Методы оптимального проектирования. – М.: Энергия. – 1980. – 160с.
2. Соболь И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Дрофа. – 2006. – 175с.
3. Определение оптимальной по быстродействию передаточной функции механизма /Романюк А.Д.// Сборник научных трудов Керченского государственного морского технологического университета «Механизация производственных процессов рыбного хозяйства» Выпуск 9. – Керчь: КГМТУ. – 2008. – с. 70 – 74.
4. Методы многокретириальной оптимизации параметров зубчастых механизмов /Романюк А.Д.// Сборник научных трудов Керченского государственного морского технологического университета «Механизация производственных процессов рыбного хозяйства» Выпуск 11. – Керчь: КГМТУ. – 2010. – с. 81 – 85.
5. Джента Дж. Накопители кинетической енергии. Теория и практика современных маховичных систем. – М.: Мир. – 1988. – 430с.
6. Динамический синтез передаточного механизма машинного агрегата / Леонов И. В. // Известие вузов. Машиностроение.: №7. – 1981. – с.39 – 42.

пост. 09.02.2016