

могою метода точної квадратичної регуляризації; EPR – значення, отримані за допомогою еволюційного метода.

Таблиця 2. Результати розв'язку методом точної квадратичної регуляризації обернених задач оптимального резервування

№ п/п	n	C0	EQR		EPR	
			C	R (X)	C	R (X)
1	7	630	547	0,99371	547	0,99371
2	11	250	243	0,89738	250	0,89426
3	20	300	296	0,89	299	0,89274
4	50	2000	1997	0,957632	1994	0,9553466
5	15	600	600	0,97064	600	0,95013
6	11	650	650	0,99988	650	0,99988
7	12	500	498,25	0,99373	500	0,99365
		600	547,28		541	
8	7	450	450	0,9266	449	0,93928
9	11	250	244	0,92521	244	0,92521
10	20	300	298	0,89274	298	0,89274
11	15	600	600	0,98088	600	0,98122

При розв'язку задач 5 та 6 (см. табл. 1) еволюційним методом розв'язок не був знайдений, так як не виконувались обмеження задачі.

Висновки. Задача максимізації надійності складних систем при обмежених ресурсах забезпечується вибором оптимальної кількості резервних елементів системи. Ця досить складна задача розв'язується новим методом точної квадратичної регуляризації. Приведені порівняльні обчислювальні експерименти свідчать про ефективність нового методу для даного класу задач. Ця ефективність буде збільшуватись при збільшенні кількості підсистем.

Література

1. Ушаков И.А. Методы решения простейших задач оптимального резервирования при наличии ограничений / И.А. Ушаков – М.: Советское радио, 1969. – 176 с.
2. Way Kuo. Optimal reliability modeling : principles and applications / Way Kuo, Ming J. Zuo. – Canada: John Wiley & Sons. 2003. – 561 p.
3. Косолап, А. И. Глобальная оптимизация. Метод точной квадратичной регуляризации / А. И. Косолап – Днепропетровск: ПГАСА, 2015 – 164 с.
4. Kenneth V.P. Differential Evolution. A Practical Approach to Global Optimization/ V.P. Kenneth, R.M. Storn, J.A. Lampinen. – Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2005. – 542 p.

пост. 28.12.2015

Комп'ютерна реалізація математичної моделі оптимального розміщення сучасних відділень зв'язку, що надають різні види послуг

В.О. СТРОЄВА, М.Ю. КРАВЕЦЬ

Дніпродзержинський державний технічний університет

Приведено результати застосування алгоритмів розв'язання неперервних нелінійних багатопродуктових задач оптимального розбиття множини до ряду прикладних задач оптимального розміщення сучасних відділень зв'язку, що надають різні види послуг з одночасним розбиттям заданої області абонентів на зони обслуговування з метою мінімізації загальної вартості виробничих витрат.

Приведены результаты применения алгоритмов решения непрерывных нелинейных многопродуктовых задач оптимального разбиения множества к ряду прикладных задач оптимального размещения современных отделений связи, которые предоставляют различные виды услуг с одновременным разбиением заданной области абонентов на зоны обслуживания с целью минимизации общей стоимости производственных расходов.

The results of application of algorithms of decision of continuous nonlinear multigrocery problems of optimal set partition to the row of the applied tasks of the optimum placing of the modern communication offices that provide various types of services with simultaneous decomposition predetermined area subscribers to the service area in order to minimize the total cost of production costs.

Вступ. Велика кількість актуальних теоретичних та прикладних оптимізаційних задач може бути зведена в математичній постановці до неперервних задач оптимального розбиття множин (ОРМ). Розробці методів розв'язання задач оптимального розбиття, що належать до маловивченого класу задач нескінченновимірного математичного програмування з булевими значеннями змінних, їх модифікаціям та узагальненням, присвячені чисельні публікації Дніпропетровської наукової школи під керівництвом професора Олени Михайлівни Кісельової. В цих публікаціях сформульовано нові класи математичних моделей оптимального розбиття множин. Серед таких:

- детерміновані лінійні та нелінійні, однопродуктові та багатопродуктові задачі ОРМ при обмеженнях, як с заданим розміщенням центрів підмножин, так і з відшуканням варіанту їх розміщення;
- задачі ОРМ в умовах невизначеності;
- динамічні задачі з критеріями оптимальності;
- неперервні задачі про кулькове покриття, які зводяться до задач ОРМ.

До розв'язання сформульованих класів задач розбиття запропоновано єдиний підхід. Його основна ідея полягає у переході від початкових нескінченновимірних задач оптимізації, через функціонал Лагранжа, до допоміжних скінченновимірних недиференційованих задач

максимізації або недиференційовних максимумних задач, для чисельного розв'язання яких застосовуються сучасні ефективні методи недиференційовної оптимізації, а саме, різні модифікації γ -алгоритму Шора.

У роботах [1]-[3] побудовані нові математичні постановки нелінійних багатопродуктових задач оптимального розбиття множини на підмножини як з фіксованими центрами, так і з розміщенням центрів цих підмножин при обмеженнях у вигляді рівностей та нерівностей, розроблено та обґрунтовано методи та алгоритми їх розв'язання.

Метою цієї роботи є розробка програмного продукту, який реалізує усі алгоритми, розроблені для задач з [1]-[3], дозволяє розв'язувати задачі, що розглядалися раніше в межах зазначених вище досліджень, а також задачу представлену в [4], яка зводиться у математичній постановці до приведених.

Постановка задачі. Розробити програмний продукт для розв'язку неперервних нелінійних багатопродуктових задач ОРМ, який дозволяє розв'язувати наступні класи задач:

- нелінійні багатопродуктові задачі оптимального розбиття множин з n -вимірною евклідовою простору E_2 на $N \cdot M$ підмножин, що не перетинаються з фіксованими центрами τ_1, \dots, τ_N цих підмножин без обмежень, де M — кількість продуктів;

- нелінійні багатопродуктові задачі оптимального розбиття множин з n -вимірною евклідовою простору E_2 на $N \cdot M$ підмножин, що не перетинаються з розміщенням центрів τ_1, \dots, τ_N цих підмножин без обмежень;

- нелінійні багатопродуктові задачі оптимального розбиття множин з n -вимірною евклідовою простору E_2 на $N \cdot M$ підмножин, що не перетинаються з фіксованими центрами τ_1, \dots, τ_N цих підмножин з обмеженнями;

- нелінійні багатопродуктові задачі оптимального розбиття множин з n -вимірною евклідовою простору E_2 на $N \cdot M$ підмножин, що не перетинаються з розміщенням центрів τ_1, \dots, τ_N цих підмножин з обмеженнями.

При цьому обмеження у вище визначених задачах можуть бути наступних видів:

- обмеження - рівності;
- обмеження - нерівності.

В усіх перелічених задачах функції попиту та метрики допускаються різними для різних видів продуктів, а саме:

- функція метрики задається різною для різних видів продуктів;
- функція попиту задається різною для різних видів продуктів;
- функції метрики та попиту задаються різними для різних видів продуктів.

Програмний продукт складається з двох модулів. Перший – програмний модуль, у частині програмування математичних методів та чисельних процедур, реалізовано у середовищі Microsoft Visual Studio мовою Visual Fortran 6.5, а другий – графічний модуль ORMDrawer, мовою C++ у середовищі Borland Builder C++6 для опе-

раційної системи Windows, в частині графічної візуалізації.

Розв'язання модельних задач. Розроблений програмний продукт реалізовано для наступних модельних нескінченновимірних транспортних задач.

У заданому регіоні необхідно розмістити декілька сучасних відділень зв'язку з метою оптимального розподілення споживчого попиту на послуги: отримання, відправлення та зберігання вантажів, смс-трейнінга (смс-трейнінг — послуга, яка передбачає можливість в будь-який час визначити поточний статус і місцезнаходження відправлення за допомогою мобільного телефону), адресної доставки документів, фінансові послуги та ін.

Враховуючі існуючі типи відділень зв'язку, а саме, вантажні, поштові та міні-відділення, поставлену задачу розміщення — розбиття зведено до неперервної нелінійної багатопродуктової задачі оптимального розбиття множини на підмножини з розміщенням їх центрів при обмеженнях.

Математична модель. Необхідно розбити множини абонентів Ω на їх зони обслуговування Ω_i^j N відділеннями зв'язку окремо по кожному з j -го виду послуг так, щоб

$$\bigcup_{i=1}^N \Omega_i^j = \Omega, j = \overline{1, M},$$

$$\text{mes}(\Omega_i^j \cap \Omega_k^j) = 0, i \neq k, i, k = \overline{1, N}, j = \overline{1, M},$$

та розмістити ці відділення в області Ω , мінімізувати функціонал сумарних витрат відділень зв'язку за усіма видами послуг:

$$F(\{\Omega_1^1, \dots, \Omega_N^1; \Omega_1^2, \dots, \Omega_N^2; \dots; \Omega_1^M, \dots, \Omega_N^M\}; \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N\}) =$$

$$= \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N \left[\varphi_i^j(Y_i^j) + \iint_{\Omega_i^j} c^j(x, \tau_i) \rho^j(x, y) dx dy \right],$$

де $\rho^j(x, y)$ — щільність, з якою розподілений попит на j -ий вид послуг в області Ω , (x, y) — координати знаходження абонента, τ_1, \dots, τ_N — пункти можливого розміщення відділень, $c^j(x, \tau_i)$ — умовна відстань від абонента до відділення; $\varphi_i^j(Y_i^j)$ — залежність загальних витрат i -го відділення від абонентопотоку по j -тому виду послуг, де $Y_i^j = \iint_{\Omega_i^j} \rho^j(x, y) dx dy$ — потужність

i -того відділення по j -тому виду послуг.

Потужність i -го, $i = \overline{1, N}$, відділення по всім видам послуг визначається сумарним попитом абонентів, які належать Ω_i^j ; та для вантажних, поштових і міні-відділень не повинна перевищувати задані об'єми, визначені накладними відповідними обмеженнями:

$$0 \leq \sum_{j=1}^M \iint_{\Omega_i^j} \rho^j(x, y) dx dy \leq b_i, i = \overline{1, N}.$$

Модельна задача 1.

Задано множини $\Omega = \{(x, y): 0 \leq x \leq 14, 0 \leq y \leq 7\}$ абонентів зв'язку, які можуть користуватися трьома видами послуг ($j = \overline{1, 3}$), та можуть використовувати інфраструктуру п'яти відділень зв'язку ВЗ ($j = \overline{1, 5}$).

Вартість надання одиниці послуги j -го виду i -тим ВЗ для абонента з координатами (x, y) задається відповідно до виду послуги:

$$c_{ij}(x, y, \tau_i) = \begin{cases} \sqrt{(x - \tau_i^{(1)})^2 + (y - \tau_i^{(2)})^2}, & \text{при } j=1 \\ \max\{|x - \tau_i^{(1)}|, |y - \tau_i^{(2)}|\}, & \text{при } j=2 \\ |x - \tau_i^{(1)}| + |y - \tau_i^{(2)}|, & \text{при } j=3 \end{cases}$$

де τ_1, \dots, τ_6 — пункти можливого розміщення ВЗ; $\rho^i(x, y)$ — попит абонента (x, y) у j -у виду послуг ($j = \overline{1,3}$).

Передбачається, що витрати ВЗ складаються з виробничих витрат (будівництво, технічне устаткування ВЗ, експлуатація і обслуговування) та витрат на надання послуг. Для кожного i -того ВЗ задана функція $\varphi_i^j(Y_i^j)$, що описує залежність вартості надання послуг від його потужності Y_i^j , яка визначається за формулою

$$Y_i^j = \iint_{\Omega_i^j} \rho^i(x, y) dx dy,$$

і приведені капітальні витрати на реконструкцію i -ого ВЗ з метою збільшення його потужності від існуючої до проектної Y_i^j .

Множину Ω можна розбивати на зони обслуговування Ω_i^j абонентів i -тим ВЗ за послугою j -того виду, причому потужність i -того ВЗ, яке надає три види послуг, визначається сумарною активністю абонентів, що належить Ω_i^j , $j = \overline{1,3}$, і не повинна перевищувати заданих об'ємів:

$$0 \leq \sum_{j=1}^3 \iint_{\Omega_i^j} \rho^i(x, y) dx dy \leq b_i, \quad i = 1, 3, 4.$$

$$b_1 = 75, \quad b_3 = 150, \quad b_4 = 70,$$

а для ВЗ з номерами $i = 2, 5$ повинна дорівнювати заданим об'ємам:

$$\sum_{j=1}^3 \iint_{\Omega_i^j} \rho^i(x, y) dx dy = b_i, \quad i = 2, 5, \quad b_2 = 35, \quad b_5 = 20,$$

при чому виконуються умови розв'язності задачі:

$$S = \int_{\Omega} \sum_{j=1}^3 \rho^j(x) dx \leq \sum_{i=1}^5 b^i, \quad 0 \leq b_i \leq S, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (1)$$

Не виключається, що деякі з підмножин Ω_i^j , $j = \overline{1,5}$, $j = \overline{1,3}$ виявляться порожніми.

Необхідно розбити множину абонентів Ω на їх зони обслуговування Ω_i^j п'ятьма ВЗ окремо по кожному з трьох видів послуг, так, щоб

$$\bigcup_{i=1}^5 \Omega_i^j = \Omega, \quad j = \overline{1,3}, \quad \text{mes}(\Omega_i^j \cap \Omega_k^j) = 0, \\ i \neq k, \quad i, k = \overline{1,5}, \quad j = \overline{1,3}$$

з метою мінімізації функціоналу сумарних витрат відділень зв'язку:

$$F(\{\Omega_1^1, \dots, \Omega_5^1; \Omega_1^2, \dots, \Omega_5^2; \Omega_1^3, \dots, \Omega_5^3\}) =$$

$$= \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^5 \left[\varphi_i^j(Y_i^j) + \iint_{\Omega_i^j} c^j(x, \tau_i) \rho^j(x, y) dx dy \right].$$

Слід зазначити, що в різних точках області Ω попит абонентів на послуги ВЗ буде різним.

При розв'язанні задачі будемо розглядати наступні випадки:

1) Попит вважаємо рівномірно розподіленим по всій області Ω , якщо за кількісну характеристику попиту прийнято середню щільність населення по всім районам правобережної частини міста Дніпродзержинська. В незаселених районах міста попит вважатимемо рівним досить маленькому значенню. Тоді попит абонентів на послуги зв'язку можна представити у вигляді наступної мапи, зображеної на рис. 1.



Рис. 1. Рівномірно розподілений попит в області Ω

2) Попит вважаємо нерівномірно розподіленим в області Ω , якщо в кожному районі попит дорівнюватиме середній щільності населення цього району з урахуванням промислових зон, а на незаселених районах міста вважатимемо рівним досить маленькому значенню. У цьому випадку мапа попиту може мати наступний вигляд (рис. 2).

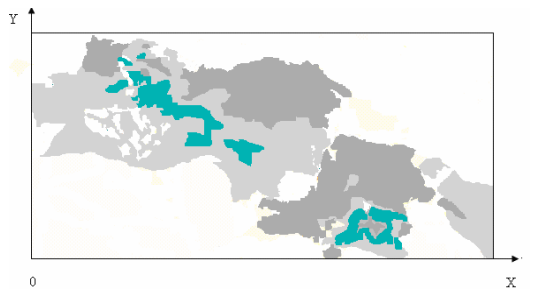


Рис. 2. Нерівномірно розподілений попит в області Ω

Множина Ω покривалася сіткою з вузлами (i, j) , $i = 1, \dots, 150$, $j = 1, \dots, 80$.

В якості початкових значень двоїстих змінних задано $\psi_i^{(0)} = 0$, початкові координати розміщення ВЗ:

$$\tau^0 = \begin{pmatrix} 3.2; & 6.3; & 8.4; & 9.3; & 13.5 \\ 5.2 & 3.6; & 6.1; & 1.4; & 2.1 \end{pmatrix}$$

Умовою завершення обчислень є виконання нерівності:

$$\| (Y^{(k)}, \psi^{(k)}) - (Y^{(k+1)}, \psi^{(k+1)}) \| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon = 10^{-4}.$$

Попит на послуги ВЗ вважаємо розподілений нерівномірно.

За 108 ітерацій отримано:

– оптимальне розбиття множини абонентів Ω на зони обслуговування п'ятьма ВЗ окремо по кожному з трьох видів послуг представлено на рис. 3:

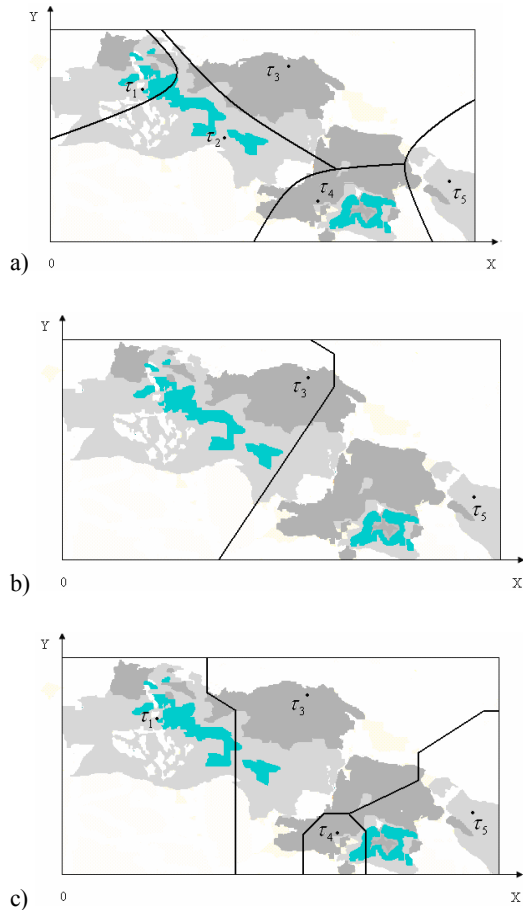


Рис. 3. Оптимальне розбиття множини абонентів Ω на зони обслуговування кожним з п'яти ВЗ з фіксованими центрами по трьом видам послуг для модельної задачі 1: а) по I-му виду послуг; б) по II-му виду послуг; в) по III-му виду послуг

- максимальне значення функціоналу двоїстої задачі $G^* \approx 4861.11$;
- мінімальне значення функціоналу прямої задачі $F_* \approx 4849.08$;
- оптимальні потужності кожного з п'яти ВЗ: $Y_1^* = 28.35$; $Y_2^* = 34.97$; $Y_3^* = 24.42$; $Y_4^* = 30.08$; $Y_5^* = 19.77$.

Модельна задача 2. У постановці першої модельної задачі попит на послуги задамо рівномірно розподілений по всій області Ω . За таких умов, після 50 ітерацій, отримано наступні результати:

- оптимальне розбиття множини абонентів Ω на зони обслуговування п'ятьма ВЗ окремо по кожному з трьох видів послуг представлено на рис. 4:

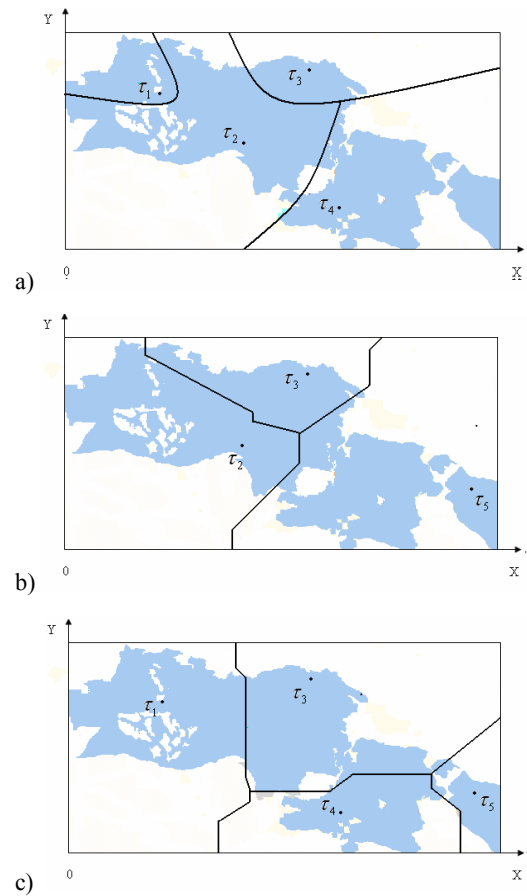


Рис. 4. Оптимальне розбиття множини абонентів Ω на зони обслуговування кожним з п'яти ВЗ з фіксованими центрами по трьом видам послуг для модельної задачі 2: а) по I-му виду послуг; б) по II-му виду послуг; в) по III-му виду послуг

- максимальне значення функціоналу двоїстої задачі $G^* \approx 4455.84$;
- мінімальне значення функціоналу прямої задачі $F_* \approx 4439.16$;
- оптимальні потужності кожного з п'яти ВЗ: $Y_1^* = 26.02$; $Y_2^* = 34.91$; $Y_3^* = 22.48$; $Y_4^* = 26.46$; $Y_5^* = 19.98$.

Модельна задача 3. У постановці модельної задачі 1 задамо умову розмістити ВЗ. У цьому випадку цільовий функціонал сумарних витрат ВЗ набуває вигляду:

$$F(\{\Omega_1^1, \dots, \Omega_5^1; \Omega_1^2, \dots, \Omega_5^2; \Omega_1^3, \dots, \Omega_5^3\}; (\tau_1, \dots, \tau_5)) = \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^5 \left[\varphi_i^j(Y_i^j) + \iint_{\Omega_i^j} c^j(x, \tau_i) \rho^j(x, y) dx dy \right].$$

Якщо початкові координати розміщення ВЗ $\tau_i^{(0)} = (0; 0)$, $i = \overline{1, 5}$, то після 86 ітерацій отримаємо наступні результати:

- максимальне значення функціоналу двоїстої задачі $G^* \approx 4715.03$;
- мінімальне значення функціоналу прямої задачі $F_* \approx 4724.81$;

- оптимальні потужності кожного з п'яти ВЗ:
 $Y_1^* = 28.11$; $Y_2^* = 34.96$; $Y_3^* = 25.58$; $Y_4^* = 29.37$; $Y_5^* = 19.96$;
- оптимальні координати розміщених ВЗ:
 $\tau_1^* = (10.4; 0.91)$, $\tau_2^* = (5.44; 3.7)$, $\tau_3^* = (9.65; 0.91)$,
 $\tau_4^* = (3.25; 5.13)$, $\tau_5^* = (4.34; 4.39)$;
- оптимальне розбиття множини абонентів Ω на зони обслуговування п'ятьма ВЗ окремо по кожному з трьох видів послуг представлено на рис. 5:

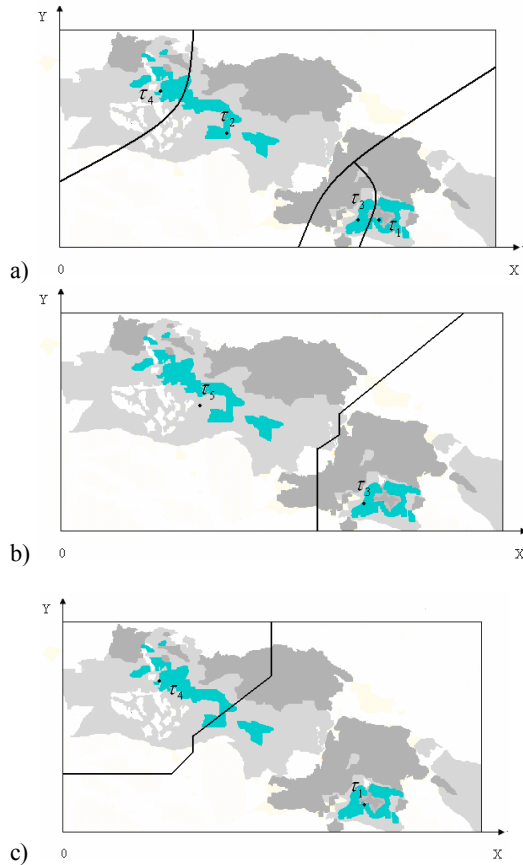


Рис. 5. Оптимальне розбиття множини абонентів Ω на зони обслуговування кожним з п'яти ВЗ з розміщенням їх центрів по трьом видам послуг для модельної задачі 3: а) по I-му виду послуг; б) по II-му виду послуг; в) по III-му виду послуг

Модельна задача 4. У постановці модельної задачі 3 попит на послуги задамо рівномірно розподіленим по всій області Ω , тоді після 80 ітерацій отримаємо наступні результати:

- максимальне значення функціоналу двоїстої задачі $G^* \approx 4326.32$;
- мінімальне значення функціоналу прямої задачі $F^* \approx 4304.85$;
- оптимальні потужності кожного з п'яти ВЗ:
 $Y_1^* = 25.80$; $Y_2^* = 34.99$; $Y_3^* = 22.94$; $Y_4^* = 26.19$; $Y_5^* = 19.95$;
- оптимальні координати розміщених ВЗ:
 $\tau_1^* = (7.2; 3.17)$, $\tau_2^* = (7.95; 3.16)$, $\tau_3^* = (11.62; 1.53)$,

$$\tau_4^* = (2.94; 4.76), \quad \tau_5^* = (3.58; 4.49);$$

- оптимальне розбиття множини абонентів Ω на зони обслуговування п'ятьма ВЗ окремо по кожному з трьох видів послуг представлено на рис. 6:

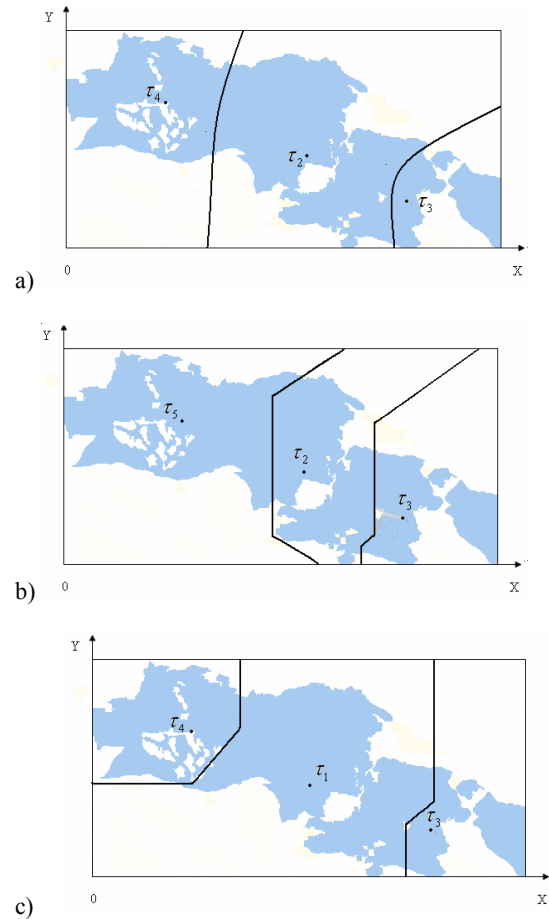


Рис. 6. Оптимальне розбиття множини абонентів Ω на зони обслуговування кожним з п'яти ВЗ з розміщенням їх центрів по трьом видам послуг для модельної задачі 4: а) по I-му виду послуг; б) по II-му виду послуг; в) по III-му виду послуг

Отже, за результатами розглянутих модельних задач 1-4 впливає наступне:

1. Для кожної із задач виконуються умови розв'язності (1), тобто загальна оптимальна потужність п'яти ВЗ, яка отримана за алгоритмами розв'язання (для задачі 1 це 137.59, для задачі 2 це 129.85, для задачі 3 це 137.98, а для задачі 4 це 129.87) не перевищує $S = 350$ — суми заданих потужностей ВЗ;

2. Отримані оптимальні потужності 2-го та 5-го ВЗ у кожній із задач відповідають обмеженням у вигляді рівностей, тобто дорівнюють заданим значенням, а саме $Y_2^* \approx 35$, $Y_5^* \approx 20$;

3. Кількість ітерацій в задачах з нерівномірним попитом на послуги операторів мобільного зв'язку (модельні задачі 1, 3) більша за кількість ітерацій, отриманих при розв'язанні відповідних задач з рівномірним попитом (модельні задачі 2, 4);

4. Оптимальне значення функціоналів прямої та двоїстої задач з розміщеними відділеннями зв'язку (*модельні задачі 1, 2*) більше за відповідні значення у випадку з умовою розміщення відділень зв'язку (*модельні задачі 3, 4*).

Зведені результати наведено в табл. 1.

Висновки. Приведено результати оптимального

розміщення відділень зв'язку, що надають декілька видів послуг абонентам з певної області та її розподіл на зони обслуговування кожним відділенням зв'язку по кожному виду послуг в залежності від попиту абонентів. За допомогою розробленого програмного продукту одержано графічну візуалізацію числових результатів та проведено їх аналіз.

Таблиця 1. Зведені результати застосування програмного продукту до модельних задач

Попит на послуги зв'язку	Задачі з розміщеними ВЗ			Задачі з розміщенням ВЗ		
	кількість ітерацій	Оптимальні значення функціоналів		кількість ітерацій	Оптимальні значення функціоналів	
		прямого, F_*	двоїстого, G^*		прямого, F_*	двоїстого, G^*
Нерівномірний в області Ω	модельна задача 1			модельна задача 3		
	108	4849,08	4861,12	86	4724,81	4715,03
Рівномірний в області Ω	модельна задача 2			модельна задача 4		
	50	4439,16	4455,84	80	4304,85	4326,32

ЛІТЕРАТУРА

1. Кісельова О.М. Розв'язання нелінійної неперервної багатопродуктової задачі оптимального розбиття множин з розташуванням центрів підмножин / О.М. Кісельова, В.О. Строева // Питання прикладної математики і математичного моделювання. – Д.: ДНУ, 2010. – С. 155–164.
2. Кісельова О.М. Розв'язання нелінійних неперервних багатопродуктових задач оптимального розбиття множин з фіксованими центрами підмножин / О.М. Кісельова, В.О. Строева // Питання прикладної математики і математичного моделювання: збірник наукових праць. – Д.: ДНУ, 2011. – С. 151-166.
3. Киселёва Е.М. Алгоритм решения нелинейной непрерывной многопродуктовой задачи оптимального разбиения множеств с размещением центров подмножеств / Е.М. Киселёва, В.А. Строева // Проблемы управления и информатики. – 2012. – № 1. – С. 40 – 53.
4. Кісельова О.М. Математичне моделювання та оптимізація розміщення сучасних відділень зв'язку, що надають різні види послуг / О.М. Кісельова, В.О. Строева // Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем: XIII міжнар. наук.-практ. конф., 18-20 лист., 2015 р.: тези допов. – Дніпропетровськ, 2015. – С. 94 – 95.

05.02.2016

Methodology of using interactive expert-training educational tools in teaching "Discrete Mathematics"

L.A. OLIYNYK, E.S. KOSUHINA, S.V. TIMCHENKO

Dniprodzerzhinsk State Technical University

The work is found out of the development and implementation by learning process automated means of studying. The description given by expert-training curricula that enable self-study content modules "Boolean functions" and "Graph's theory". The technique was shown by using these software grocery Electronical test tasks to the organization evaluating the quality of assimilation studied materials during the study course of "Discrete Mathematics".

Роботу присвячено питанням розробки та впровадження у навчальний процес автоматизованих засобів навчання. Наведено описання експертно-тренувальних навчальних програм, які забезпечують можливість самостійного опрацювання матеріалу змістових модулів «Булеві функції» та «Теорія графів». Надано методику застосування цих програмних продуктів та електронних тестових завдань до організації оцінювання якості засвоєння опрацьованого матеріалу під час вивчення курсу «Дискретна математика».

Работа посвящена вопросам разработки и внедрения в учебный процесс автоматизированных средств обучения. Приводится описание экспертно-тренировочных учебных программ, которые обеспечивают возможность самостоятельного изучения содержательных модулей «Булевы функции» и «Теория графов». Приведена методика применения этих программных продуктов и электронных тестовых заданий для организации оценивания качества усвоения изученного материала во время изучения курса «Дискретной математики».