

грешностью, то необходимо знать насколько решение чувствительно к изменениям параметров задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic. – New York, 2008.– 70p.
2. Some Notes for a Proposal for Elementary Function Implementation in Floating-Point Arithmetic / G. Hanrot, V. Lefevre, J.-M.Muller, N. Revol and other // Proc. of Workshop IEEE 754 and Arithmetic Standardization, in ARITH-15.– 2001.
3. Proposal for a standardization of mathematical function implementation in floating-point arithmetic / D. Defour, G. Hanrot, V. Lefevre, J.-M.Muller and other // Numerical Algorithms.– 2004.– №37(1–4).– P.367–375.
4. Кулямин В.В. Формальные подходы к тестированию математических функций / В.В. Кулямин // Труды ИСП РАН.– 2006.– №10.– С.69-114.
5. A Test Generation Framework for Datapath Floating-Point Verification / M. Aharoni, S. Asaf, L. Fournier, A. Koifman and other // IEEE International High Level Design Validation and Test Workshop.– 2003.– P.17–22.
6. Stehle D. Searching Worst Cases of a One-Variable Function Using Lattice Reduction / D.Stehle, V.Lefevre, P. Zimmermann // IEEE Transactions on Computers.– 2005.– №54(3).– P.340–346.
7. Ніконов О.Я. Оцінка точності обчислень спеціальних функцій при розробці комп'ютерних програм математичного моделювання / О.Я. Ніконов, О.В. Мнушка, В.М. Сав-ченко // Вісник НТУ «ХП». Тематичний випуск: Інформатика і моделювання.– Харків: НТУ.– 2011.– №17.– С.115-121.
8. Жульковская И.И. Алгоритм формирования машинного представления числовых данных в формате с плавающей запятой / И.И. Жульковская, О.А. Жульковский // Математичне моделювання.– Дніпродзержинськ: ДДТУ.– 2013.– №2 (29).– С.69-72.
9. Жульковская И.И. Вычисление граничных значений субнормальных чисел в IEEE-стандарте / И.И. Жульковская, О.А. Жульковский, Р.Г. Шаганенко // Математичне моделювання. – Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2015.– №1 (32).– С.41-44.
10. Жульковская И.И. Вычисление граничных значений действительных числовых данных в IEEE-стандарте / И.И. Жульковская, О.А. Жульковский, Ю.В. Николаенко // Зб. наук. праць ДДТУ (технічні науки).– Дніпродзержинськ, ДДТУ.– 2015.–№1 (26).– С.240-245.
11. Goldberg D. What Every Computer Scientist Should Know about Floating-Point Arithmetic / D. Goldberg // ACM Computing Surveys.– 1991.– №.23(1).– P.5-48.

пост. 07.12.2015

Математическая модель тепло- и массопереноса в первом периоде сушки плоского слоя дисперсного материала

А.Ф. РЫЖОВ, Н.С. МИЛАШЕНКО

Днепродзержинский государственный технический университет

Представлена аналитическая методика расчета температурного поля и кинетики испарения влаги при сушке термически "массивного" плоского слоя влажного дисперсного материала.

Представлена аналітична методика розрахунку температурного поля і кінетики випаровування вологи при сушінні термічно "масивного" плоского шару вологого дисперсного матеріалу.

The analytical method for calculating the temperature field and the kinetics of evaporation of moisture during drying heat "massive" flat layer of moist particulate material.

Введение. Выбор рациональной технологии сушки материалов требует знаний его температурного поля, особенно в первом периоде сушки, в котором закладываются основы качества готовой продукции.

При нагреве "массивного" слоя влажного материала ($Bi > 0,1$), когда существует значительный перепад температур по его толщине, происходят сложные процессы тепло - и массообмена, которые взаимно влияют на энтальпию нагреваемого материала и интенсивность испарения влаги.

Применяемые термографические методы для исследования процессов тепломассопереноса при сушке материалов [1] дают возможность получения большой информации из одного опыта (термограмма, кривая

массы испаряемой влаги, кривая скорости изменения массы влаги). Вместе с тем, отсутствие разработанной теории этих методов не позволяет использовать весь объем информации, который содержат кинетические кривые, регистрируемые в опыте.

Целью работы является получение удобных для инженерной практики аналитических зависимостей, определяющих температурное поле влажного материала и интенсивность испарения влаги в первом периоде сушки, используя данные термографического метода исследования.

Постановка задачи. Рассматривается процесс радиационно-конвективного нагрева плоского слоя влажного дисперсного материала толщиной R при

постоянной температуре греющего воздуха t_c .

При проведении экспериментальных исследований процесса сушки плоского слоя мела были использованы два «сосуда – близнеца» с теплоизолированными боковыми и донными поверхностями, которые одновременно нагревали в сушильном шкафу: в первом производили замеры температур, а во втором определяли убыль массы. Эксперимент проведен для следующих условий: масса нагреваемого мела $M_0 = 0,183$ кг; толщина слоя мела $R = 0,0145$ м; начальная температура мела $t_0 = 22$ °С; температура греющего воздуха $t_c = 100$ °С; температура мокрого термометра $t_M = 37$ °С; диаметр сосуда с мелом $d_c = 0,095$ м; начальное влагосодержание $\bar{u}_0 = 30,7$ %; масса абсолютно сухого мела $M_{сух} = 0,140$ кг; плотность сухого мела $\rho_0 = 1630$ кг/м³.

В результате проведенного эксперимента и анализа параметров внешнего теплообмена, построены диаграммы, характеризующие процесс нагрева влажного плоского слоя мела в режиме $t_c = const$ для первого периода (рис. 1):

- температурная диаграмма, определяющая температурные функции свободной $t_{п}(\tau)$ и противоположной теплоизолированной поверхности $t_{т}(\tau)$ влажного материала (рис. 1 а);

- тепловая диаграмма, определяющая функции тепловых потоков, проходящих через свободную поверхность слоя материала: теплового потока, затраченного на испарение влаги $q_{исп}(\tau)$, теплового потока, затраченного на нагрев мела $q_{н}(\tau)$ и суммарного теплового потока $q_c(\tau)$ (рис. 1 б);

- диаграмма, определяющая функцию массы испарившейся влаги $M_{исп}(\tau)$, и функцию среднеобъемного влагосодержания материала $u(\tau)$ (рис. 1 в).

Из приведенных диаграмм следует, что первый период сушки можно условно разделить на три этапа:

- первый этап ($0 \leq \tau \leq \tau_1$) проходит при неизменной массе материала ($M_{исп} = 0$; $q_{исп} = 0$) и заканчивается, когда температура свободной поверхности $t_{п}(\tau)$ становится равной температуре мокрого термометра t_M ;

- второй этап проходит при возрастающей скорости сушки от нуля до максимальной $(\frac{du}{d\tau})_{max} = N_{max}$, когда температура теплоизолированной поверхности слоя материала $t_{т}(\tau)$ будет равной температуре мокрого термометра t_M ;

- третий этап проходит при постоянной скорости сушки ($N_{max} = const$) до конца первого периода, когда среднеобъемное влагосодержание материала $u(\tau)$ становится равным максимальному гигроскопическому $u_{м.г}$.

Установлено, что во втором этапе нагрева температура свободной поверхности материала изменяется по закону

$$t_{п}(\tau) = t_M + b\sqrt{\tau},$$

где b — постоянная, а суммарный тепловой поток, проходящий через свободную поверхность материала, постоянен ($q_c = const$).

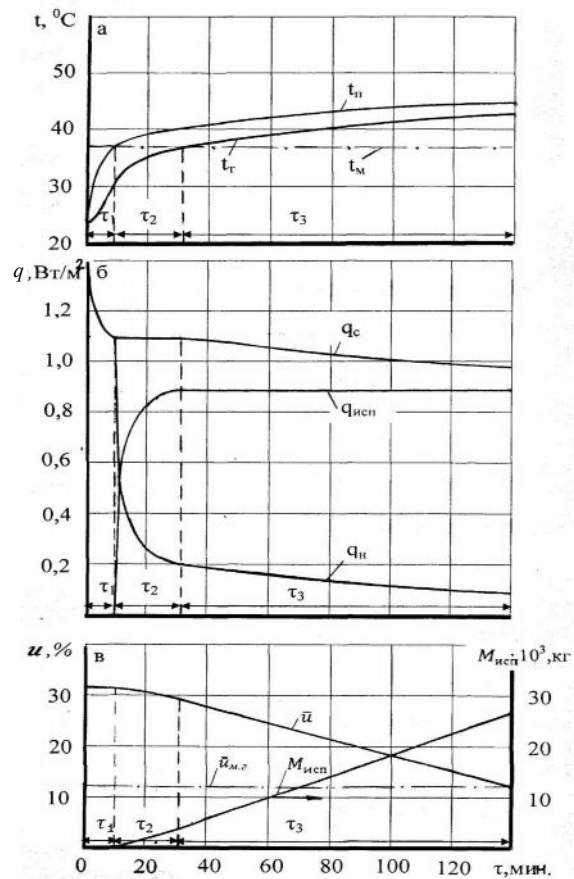


Рис. 1. Температурная (а), тепловая (б) и диаграмма испарения влаги (в) процесса нагрева плоского слоя мела

В конце второго этапа нагрева ($\tau = \tau_1 + \tau_2$) по толщине нагреваемого материала наблюдается параболическое распределение температуры, что соответствует регулярному режиму нагрева. Перепад температуры по толщине материала в конце второго этапа определяется по формуле:

$$\Delta t_2 = \frac{q_{c.2} \cdot R}{2\lambda_{y.2}}, \tag{1}$$

где $\lambda_{y.2}$ — условный коэффициент теплопроводности, учитывающий массоперенос и определяемый как:

$$\lambda_{y.2} = \lambda_{т.2} \left(1 + \frac{q_{исп.2}}{q_{н.2}}\right) = \lambda_{т.2} \frac{q_{c.2}}{q_{н.2}}; \tag{2}$$

$\lambda_{т.2}$ — коэффициент «чистой» теплопроводности материала; $q_{исп.2}$ — тепловой поток с испаряемой влагой; $q_{н.2}$ — поверхностный тепловой поток, затраченный на нагрев материала; $q_{c.2}$ — суммарный тепловой поток.

Установлено, что для любого режима нагрева данного материала с одинаковым начальным влагосодержанием отношение поверхностных тепловых потоков в конце второго этапа нагрева:

$$f_q = \frac{q_{c,2}}{q_{n,2}} = const \quad \text{или} \quad f_\lambda = \frac{\lambda_{y,2}}{\lambda_{r,2}} = const \quad (\text{для мела})$$

$$f_q = f_\lambda = 5,6).$$

Тогда максимальный поток испарения:

$$q_{исп}^{\max} = q_{c,2} \left(1 - \frac{1}{f_q}\right), \quad (3)$$

и температура свободной поверхности материала в конце второго этапа нагрева:

$$t_{n,2} = t_m + \frac{q_{c,2} \cdot R}{2 \cdot \lambda_{y,2}}. \quad (4)$$

Математическая постановка задачи для первого этапа нагрева включает в себя:

- уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x \leq R; \quad 0 \leq \tau \leq \tau_1; \quad (5)$$

- граничные условия

$$\left(\frac{\partial t_1}{\partial x}\right)_{x=0} = 0; \quad (6)$$

$$\left(\lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial x}\right)_{x=R} = \alpha_{c,1} [t_c - t_1(R, \tau)]; \quad (7)$$

- начальное условие

$$t_1(x, 0) = t_0, \quad (8)$$

где $t_1(x, \tau)$ — температурная функция; x — координата; τ — время; t_0 — начальная температура материала; λ_1 , a_1 — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности в первом этапе нагрева; t_c — температура греющей среды, $\alpha_{c,1}$ — суммарный коэффициент теплообмена.

Функция распределения температуры по толщине материала в конце первого этапа используется в качестве начального условия во втором этапе нагрева.

Постановка задачи для второго этапа нагрева:

$$\frac{\partial t_2}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 t_2}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x < R; \quad 0 < \tau \leq \tau_2; \quad (9)$$

$$\left(\lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial x}\right)_{x=0} = 0; \quad (10)$$

$$t_2(x, \tau)_{x=R} = t_m + \epsilon \sqrt{\tau}; \quad (11)$$

$$q_{c,2} - \left(\lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial x}\right)_{x=R} = q_{исп,2}(\tau) = r \rho_0 R \frac{du(\tau)}{d\tau}; \quad (12)$$

$$t_2(x, 0) = t_{r,1} + \Delta t_1 \left(\frac{x}{R}\right)^2; \quad u_2(0) = u_0, \quad (13)$$

где $t_2(x, \tau)$ — температурная функция во втором этапе нагрева; λ_2 , a_2 — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности влажного материала во втором этапе нагрева; $q_{исп,2}(\tau)$ — тепловой поток с

испаряемой влагой; r — скрытая теплота парообразования, ρ_0 — плотность абсолютно сухого материала; $u_2(\tau)$ — среднееобъемное влагосодержание материала; $t_{r,1}$, Δt_1 — температура теплоизолированной поверхности влажного материала и перепад температуры по толщине материала в конце первого этапа нагрева.

Функция распределения температуры по толщине слоя материала в конце второго этапа используется в качестве начального условия в третьем этапе нагрева.

Математическая постановка задачи для третьего этапа нагрева, проходящего при постоянном максимальном потоке испарения влаги:

$$\frac{\partial t_3}{\partial \tau} = a_3 \frac{\partial^2 t_3}{\partial x^2}, \quad 0 < x < R; \quad 0 \leq \tau \leq \tau_3; \quad (14)$$

$$\left(\lambda_3 \frac{\partial t_3}{\partial x}\right)_{x=0} = 0; \quad (15)$$

$$\left(\lambda_3 \frac{\partial t_3}{\partial x}\right)_{x=R} = \alpha_3 [t_c - t_3(R, \tau)] - q_{исп}^{\max}; \quad (16)$$

$$t_3(x, 0) = t_m + \Delta t_2 \left(\frac{x}{R}\right)^2; \quad u_3(0) = u_{2,k}, \quad (17)$$

где $t_3(x, \tau)$ — температурная функция; λ_3 , a_3 — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности материала в третьем этапе; α_3 — суммарный коэффициент теплообмена; Δt_2 — перепад температуры по толщине материала в конце второго этапа нагрева; $u_{2,k}$ — среднееобъемное влагосодержание материала в конце второго этапа.

Решение задачи. Решение поставленной задачи для первого этапа нагрева, когда отсутствует поток испарения влаги со свободной поверхности материала, представлено в [2]. Безразмерная функция температурного поля:

$$V_1(X, Fo) = \frac{t_1(x, \tau) - t_0}{t_c - t_0} =$$

$$= 1 - \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos(\mu_m \cdot X) \exp(-\mu_m^2 Fo), \quad (18)$$

где μ_m — корни уравнения: $\text{ctg} \mu_m = \mu_m / Bi_1$;

$$A_m = \frac{2 \sin \mu_m}{\sin \mu_m \cdot \cos \mu_m + \mu_m^2}; \quad X = \frac{x}{R} \text{ — безразмерная}$$

$$\text{координата; } Fo = \frac{a_1 \cdot \tau}{R^2} \text{ — число Фурье; } Bi = \frac{\alpha_1 \cdot R}{\lambda_1}.$$

Для решения системы дифференциальных уравнений (9)—(13) второго этапа нагрева используется метод редукции и параметрического возмущения [3]. Параметром возмущения принята величина $\epsilon \sqrt{\tau}$.

В результате решения найдены обобщенные зависимости, характеризующие тепловое состояние нагреваемого материала и кинетику испарения влаги:

- функция поверхностного теплового потока, затраченного на нагрев материала

$$Ki_n(Fo) = 2\Delta V_1[1 - G_2(Fo)] +$$

$$+ \frac{d}{dFo} \int_0^{Fo} G_4(Fo - \omega) B \sqrt{\omega} d\omega, \quad (19)$$

где $G_2(Fo) = 1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_k^2} \exp(-\mu_k^2 Fo)$;

$$G_4(Fo) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} \exp(-\mu_k^2 Fo); \quad Ki_n(Fo) = \frac{q_n(\tau)R}{\lambda_2 \cdot t_c};$$

- функция теплового потока испарения влаги

$$Ki_{исп}(Fo) = Ki_2 - Ki_n(Fo), \quad (20)$$

где $Ki_2 = \frac{qc_2 \cdot R}{\lambda_2 \cdot t_c}$; $Ki_{исп}(Fo) = \frac{q_{исп}(\tau) \cdot R}{\lambda_2 \cdot t_c}$;

- величина максимального потока испарения:

$$Ki_{исп}^{max} = Ki_2 \left(1 - \frac{1}{f_q} \right); \quad (21)$$

- температурная функция теплоизолированной поверхности материала:

$$V_2(0, Fo) = V_{T,1} + 2\Delta V_1 \cdot G_1(Fo) + \int_0^{Fo} G_3(Fo - \omega) B \sqrt{\omega} d\omega, \quad (22)$$

где $G_1(Fo) = \frac{1}{2} - 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{1}{\mu_k^3} \exp(-\mu_k^2 Fo)$;

$$G_3(Fo) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \mu_k \exp(-\mu_k^2 Fo);$$

$$\mu_k = (2k-1)\pi/2; \quad V_2(0, Fo) = \frac{t_2(0, \tau)}{t_c};$$

$$Fo = \frac{a_2 \cdot \tau}{R^2}; \quad V_{T,1} = \frac{t_{T,1}}{t_c}; \quad \Delta V_1 = \frac{\Delta t_1}{t_c};$$

- температурная функция свободной поверхности:

$$V_2(1, Fo) = V_M + B \sqrt{Fo},$$

где $V_2(1, Fo) = \frac{t_2(R, \tau)}{t_c}$; $V_M = \frac{t_M}{t_c}$; B — постоянная,

определяемая методом последовательных приближений по найденной величине безразмерного максимального потока испарения влаги $Ki_{исп}^{max}$;

- функция, определяющая убыль влагосодержания в материале :

$$\Delta Ko(Fo) = \int_0^{Fo} Ki_{исп}(\omega) d\omega; \quad (23)$$

где $\Delta Ko(Fo) = \frac{r \cdot \Delta u(\tau)}{c_2 \cdot t_c}$; $\Delta u(\tau) = u_0 - u(\tau)$; u_0 —

начальное влагосодержание материала; c_2 — удельная теплоемкость материала, отнесенная к массе абсолютно сухого материала.

Для решения системы уравнений (14) - (17) третьего этапа нагрева использован метод редукции и интегрального преобразования Лапласа [2;3]. Полученные обобщенные зависимости:

- температурная функция теплоизолированной поверхности слоя мела

$$V_3(0, Fo) = V_M + 2\Delta V_2 Fo - 2\Delta V_2 \cdot F_3(Fo); \quad (24)$$

- температурная функция свободной поверхности

$$V_3(1, Fo) = V_2 + 2\Delta V_2 Fo - 2\Delta V_2 \cdot F_4(Fo); \quad (25)$$

где $F_3(Fo) = Fo - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_m}{\mu_m^2} [1 - \exp(-\mu_m^2 Fo)]$;

$$F_4(Fo) = Fo - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_m \cdot \cos \mu_m}{\mu_m^2} [1 - \exp(-\mu_m^2 Fo)];$$

μ_m — корни уравнения: $\text{ctg} \mu_m = \mu_m / Bi_3$;

$$A_m = \frac{2 \sin \mu_m}{\sin \mu_m \cdot \cos \mu_m + \mu_m^2}; \quad Fo = \frac{a_3 \cdot \tau}{R^2}; \quad Bi_3 = \frac{a_3 \cdot R}{\lambda_3};$$

$$V_3(X, Fo) = \frac{t_3(x, \tau)}{t_c}; \quad \Delta V_2 = \frac{\Delta t_2}{t_c}.$$

- безразмерная функция, определяющая убыль влагосодержания в третьем этапе нагрева:

$$\Delta Ko_3(Fo) = Ki_{исп}^{max} \cdot Fo, \quad (26)$$

где $\Delta Ko_3(Fo) = \frac{r \cdot \Delta u_3(\tau)}{c_3 \cdot t_c}$; c_3 — удельная теплоемкость

материала, отнесенная к массе сухого материала; $\Delta u_3(\tau) = u_{2,k} - u(\tau)$ — функция убыли среднего объемного влагосодержания материала.

По приведенной аналитической методике выполнены расчеты процесса нагрева плоского слоя влажного мела в первом периоде с исходными данными, соответствующими условиям проведенного эксперимента.

Сравнение расчетных данных с экспериментальными показывает их достаточно хорошее совпадение (рис.2).

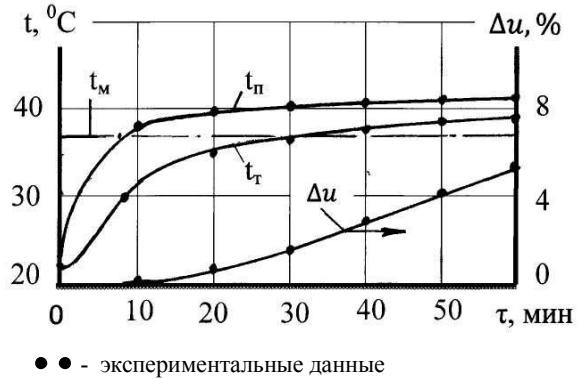


Рис.2. Сравнение расчетных и экспериментальных данных процесса нагрева плоского слоя мела

Выводы. Приведена аналитическая методика расчета температурного поля и кинетики сушки плоского слоя влажного дисперсного материала в первом периоде сушки при постоянной температуре греющей среды. Представленные аналитические зависимости можно использовать при выборе рациональной технологии сушки материалов и создании принципиальных основ моделирования сушильных процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А.В. Теория сушки / А.В. Лыков. — М.: Энергия, 1968. — 472 с.
2. Лыков А.В. Теория теплопроводности / А.В. Лыков. — М.: Высшая школа, 1967. — 600 с.

3. Рыжов А.Ф., Милашенко Н.С. Математическая модель тепло- и массопереноса при нагреве "массивного" плоского слоя жидкости / А.Ф. Рыжов,

Н.С. Милашенко // Математичне моделювання. — 2014. — Днепродзержинск: ДДТУ, № 1 (30). — С. 75—78

пост. 08.12.2015

Оптимізація систем резервування методом точної квадратичної регуляції

А.І. КОСОЛАП, А.О. ДОВГОПОЛА

Український державний хіміко-технологічний університет

У роботі розглядається задача оптимізації структури систем резервування елементів. Такі завдання виникають при проектуванні складних систем. Для підвищення надійності функціонування таких систем її елементи дублюються. Це збільшує вартість системи і підвищує її надійність. При оптимізації таких систем максимізується ймовірність безвідмовної роботи всієї системи при обмеженні на її вартість або мінімізується вартість при заданій ймовірності безвідмовної роботи. Математична модель задачі резервування є дискретною багатоекстремальною. У роботі для вирішення завдань резервування використовується новий метод точної квадратичної регуляризації. В даний час, це кращий метод для локальної оптимізації нелінійних задач. Перетворена задача містить нову допоміжну змінну, яка визначається методом дихотомії. Були проведені численні порівняльні чисельні експерименти в задачах резервування з числом підсистем до ста. Ці експерименти підтверджують ефективність методу точної квадратичної регуляризації для вирішення задач резервування.

В работе рассматривается задача оптимизации структуры систем резервирования элементов. Такие задачи возникают при проектировании сложных систем. Для повышения надежности функционирования таких систем ее элементы дублируются. Это увеличивает стоимость системы и повышает ее надежность. При оптимизации таких систем максимизируется вероятность безотказной работы всей системы при ограничении на ее стоимость либо минимизируется стоимость при заданной вероятности безотказной работы. Математическая модель задачи резервирования является дискретной многоэкстремальной. В работе для решения задач резервирования используется новый метод точной квадратичной регуляризации. В настоящее время, это лучший метод для локальной оптимизации нелинейных задач. Были проведены многочисленные сравнительные численные эксперименты в задачах резервирования с числом подсистем до ста. Эти эксперименты подтверждают эффективность метода точной квадратичной регуляризации для решения задач резервирования.

The problem of optimization of the structure of systems redundancy elements. Such problems arise in the design of complex systems. To improve the reliability of operation of such systems of its elements are duplicated. This increases system cost and improves its reliability. When optimizing these systems is maximized probability of failure of the entire system while limiting its cost or the cost is minimized for a given probability of failure-free operation. A mathematical model of the problem is a discrete backup multiextremal. In the work for solving redundancy uses a new method for accurate quadratic regularization. Currently, it is the best method for local optimization of nonlinear problems. There have been numerous comparative numerical experiments in problems with the number of redundant subsystems to one hundred. These experiments confirm the effectiveness of the method of precise quadratic regularization for solving problems of redundancy.

Забезпечення заданого рівня надійності в системах обробки інформації реального часу є важливою та актуальною задачею, так як відмова або навіть збій в таких системах обробки інформації, може призвести до порушення роботи всієї системи, що в свою чергу може спричинити катастрофічні наслідки. Системи обробки даних містять безліч елементів, надійність яких впливає на надійність всієї системи. Покращити надійність системи можна за рахунок покращення надійності її елементів або шляхом їх резервування. Задачі оптимального резервування систем є досить складними обчислювальними проблемами, що пов'язано з їх багатоекстремальністю та дискретністю [1-2]. Виникає необхідність розробки нових та ефективних методів для даного класу задач. В даній роботі для розв'язування задач оптимального резервування систем пропонується метод точної квадратичної регуляризації [3].

Постановка задачі оптимального резервування. Нехай задана система, яка послідовно з'єднує n елементів. Кожен елемент може дублюватися певною кількістю аналогічних резервних елементів. На рис.1 представлено схему резервування елементів системи.

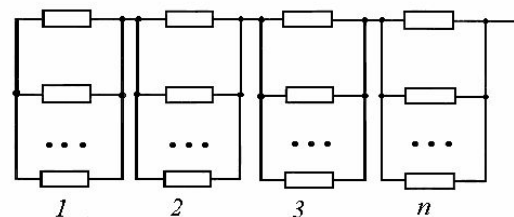


Рис. 1. Схема резервування елементів системи

При виході елемента з ладу його заміщає резервний елемент і система продовжує працювати. Чим більше резервних елементів, тим вище надійність системи. Але кількість резервних елементів впливає на вартість системи. Можна мінімізувати вартість системи при забезпеченні заданої надійності, або навпаки, максимізувати надійність при обмеженнях на вартість системи. Отримуємо пряму та обернену задачу оптимального резервування системи. Пряму задачу оптимального резервування при декількох обмеженнях