Схема расщепления для модели распространения вредных веществ в криволинейных координатах

Б.И. БОРЗЕНКОВ, Н.И. МАЩИЦ

Харьковский Национальный Университет Радиоэлектроники

В работе предлагаются разностные схемы расщепления по физическим процессам и пространственным переменным для модели распространения вредных веществ в городских условиях. Доказаны устойчивость и аппроксимация разностной схемы расщепления при различных весовых коэффициентах.

У роботі пропонуються різницеві схеми розщеплення по фізичних процесах і просторовим перемінних для моделі поширення шкідливих речовин у міських умовах. Доведено стійкість і апроксимація різницевої схеми розщеплення при різних вагових коефіцієнтах.

Differential scheme of the splitting by the physical process and the spatial variables for the pollution diffusion model is contained. The stability and approximation of the differential scheme of the splitting for different weighting coefficient is demonstrated.

1. Введение

Цель исследований заключается в численном решении уравнений модели распространения загрязняющих веществ в условиях неоднородности подстилающей поверхности. Рассматривается разностная схема с весами, основанная на расщеплении уравнений по физическим процессам и пространственным направлениям. Доказано, что выполняются условия аппроксимации и устойчивости, откуда следует сходимость решения разностной задачи к решению дифференциальной задачи.

2. Исходные уравнения модели

Для моделирования распространения загрязняющих веществ в орографической системе координат используется система уравнений, полученная путем модификации основных уравнений метеорологии [1]. Система уравнений включает в себя:

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial \xi}+\frac{\partial v}{\partial \eta}+\frac{\partial w^*}{\partial \varsigma}-\frac{1}{H-\Gamma}\left(u\frac{\partial \Gamma}{\partial \xi}+v\frac{\partial \Gamma}{\partial \eta}\right)=0;$$

уравнения турбулентного движения

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial \xi}+v\frac{\partial u}{\partial \eta}+w^*\left(\frac{H}{H-\Gamma}\frac{\partial u}{\partial \varsigma}\right)=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \xi}+2\omega_z v-$$
$$-\frac{1}{\rho}\left(2\frac{\partial}{\partial \xi}\mu_{tx}\frac{\partial u}{\partial \xi}-\frac{2}{3}\rho\frac{\partial \mu_{tx}k}{\partial \xi}+\frac{\partial}{\partial \eta}\mu_{tx}\frac{\partial u}{\partial \eta}+\frac{\partial}{\partial \eta}\mu_{tx}\frac{\partial v}{\partial \xi}+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{H}{H-\Gamma}\right)^2\frac{\partial}{\partial \varsigma}\mu_{tx}\frac{\partial u}{\partial \varsigma}+\left(\frac{H}{H-\Gamma}\right)\frac{\partial}{\partial \varsigma}\mu_{tx}\frac{\partial w}{\partial \xi}\right),$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial \xi}+v\frac{\partial v}{\partial \eta}+w^*\left(\frac{H}{H-\Gamma}\frac{\partial v}{\partial \varsigma}\right)=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \eta}+2\omega_z u-$$
$$-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial}{\partial \xi}\mu_{ty}\frac{\partial v}{\partial \xi}+\frac{\partial}{\partial \xi}\mu_{ty}\frac{\partial u}{\partial \eta}+2\frac{\partial}{\partial \eta}\mu_{ty}\frac{\partial v}{\partial \eta}-\frac{2}{3}\rho\frac{\partial \mu_{ty}k}{\partial \eta}+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{H}{H-\Gamma}\right)^2\frac{\partial}{\partial \varsigma}\mu_{ty}\frac{\partial v}{\partial \varsigma}+\left(\frac{H}{H-\Gamma}\right)\frac{\partial}{\partial \varsigma}\mu_{ty}\frac{\partial w}{\partial \eta}\right),$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial \xi}+v\frac{\partial w}{\partial \eta}+w^*\left(\frac{H}{H-\Gamma}\frac{\partial w}{\partial \varsigma}\right)=-\frac{1}{\rho}\left(\frac{H}{H-\Gamma}\frac{\partial p}{\partial \varsigma}\right)-g-$$
$$-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial}{\partial \xi}\mu_{tz}\frac{\partial w}{\partial \xi}+\left(\frac{H}{H-\Gamma}\right)\frac{\partial}{\partial \xi}\mu_{tz}\frac{\partial u}{\partial \varsigma}+\frac{\partial}{\partial \eta}\mu_{tz}\frac{\partial w}{\partial \eta}+\right.$$
$$+\left(\frac{H}{H-\Gamma}\right)\frac{\partial}{\partial \eta}\mu_{tz}\frac{\partial v}{\partial \varsigma}+2\left(\frac{H}{H-\Gamma}\right)^2\frac{\partial}{\partial \varsigma}\mu_{tz}\frac{\partial v}{\partial \varsigma}-$$
$$\left.-\frac{2}{3}\rho\left(\frac{H}{H-\Gamma}\right)\frac{\partial \mu_{tz}k}{\partial \varsigma}\right);$$

уравнение притока тепла

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t}+u\frac{\partial \Theta}{\partial \xi}+v\frac{\partial \Theta}{\partial \eta}+w^*\left(\frac{H}{H-\Gamma}\frac{\partial \Theta}{\partial \varsigma}\right)=\frac{\partial}{\partial \varsigma}\mu_{\text{tx}}\frac{\partial \Theta}{\partial \xi}+$$
$$+\frac{\partial}{\partial \eta}\mu_{\text{ty}}\frac{\partial \Theta}{\partial \eta}+\left(\frac{H}{H-\Gamma}\right)^2\frac{\partial}{\partial \varsigma}\mu_{\text{tz}}\frac{\partial \Theta}{\partial \varsigma};$$

уравнение состояния воздуха

$$p=\rho RT;$$

уравнение турбулентной диффузии примеси

$$\frac{\partial q}{\partial t}+u\frac{\partial q}{\partial \xi}+v\frac{\partial q}{\partial \eta}+w^*\left(\frac{H}{H-\Gamma}\frac{\partial q}{\partial \varsigma}\right)=$$
$$=\frac{\partial}{\partial \varsigma}\left(\frac{\mu_{tx}}{S_c\rho}\right)\frac{\partial q}{\partial \xi}+\frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{\mu_{ty}}{S_c\rho}\right)\frac{\partial q}{\partial \eta}+\left(\frac{H}{H-\Gamma}\right)^2\frac{\partial}{\partial \varsigma}\left(\frac{\mu_{tz}}{S_c\rho}\right)\frac{\partial q}{\partial \varsigma}+$$
$$+R+Q+P;$$

уравнение баланса кинетической энергии турбулентности

$$\frac{\partial k}{\partial t}+u\frac{\partial k}{\partial \xi}+v\frac{\partial k}{\partial \eta}+w^*\left(\frac{H}{H-\Gamma}\frac{\partial k}{\partial \varsigma}\right)=$$
$$=\frac{\partial}{\partial \varsigma}\mu_{\text{tx}}\frac{\partial k}{\partial \xi}+\frac{\partial}{\partial \eta}\mu_{\text{ty}}\frac{\partial k}{\partial \eta}+\left(\frac{H}{H-\Gamma}\right)^2\frac{\partial}{\partial \varsigma}\mu_{tz}\frac{\partial k}{\partial \varsigma}-$$
$$-\frac{\mu_{tz}g}{\Theta}\frac{H}{H-\Gamma}\frac{\partial \Theta}{\partial \varsigma}-e;$$

уравнение скорости диссипации кинетической энергии турбулентности

$$\frac{\partial e}{\partial t}+u\frac{\partial e}{\partial \xi}+v\frac{\partial e}{\partial \eta}+w^*\left(\frac{H}{H-\Gamma}\frac{\partial e}{\partial \varsigma}\right)=\frac{\partial}{\partial \varsigma}\frac{\mu_{\text{tx}}}{\sigma_e}\frac{\partial e}{\partial \xi}+$$
$$+\frac{\partial}{\partial \eta}\frac{\mu_{\text{ty}}}{\sigma_e}\frac{\partial e}{\partial \eta}+\left(\frac{H}{H-\Gamma}\right)^2\frac{\partial}{\partial \varsigma}\frac{\mu_{\text{tz}}}{\sigma_e}\frac{\partial e}{\partial \varsigma}+\frac{C_{e2}e^3}{k}, \qquad (1)$$

где u,v,w^* - проекции средней скорости турбулентного движения на координатные оси ξ,η,ζ орографической системы координат; w - проекция средней скорости турбулентного движения на ось z; ρ - плотность воздуха; p - среднее значение давления; ω_z - проекция вектора угловой скорости на вертикальную ось; g - ускорение силы тяжести; $\mu_{tx},\mu_{ty},\mu_{tz}$ - коэффициенты турбулентной вязкости для горизонтального и вертикального турбулентного обмена; Θ - среднее значение потока тепла; T - температура окружающей среды; R - универсальная газовая постоянная, k - кинетическая энергия турбулентности; e - скорость диссипации кинетической энергии турбулентности; C_{e2},σ_e - эмпирические константы ($C_{e2}=1.9$, $\sigma_e=1.3$), H - высота пограничного слоя; Γ - реальная форма рельефа подстилающей поверхности ($\Gamma(\xi,\eta)$); q - концентрация примеси; Q - мощность источника выброса, R - сила сопротивления со стороны воздуха; P - сила тяжести.

3. Расщепление уравнений системы

Для получения численного решения системы уравнений (1) применяется метод расщепления по физическим процессам и пространственным переменным [2,3]. Для этого представим исходную систему уравнений, не включая уравнение неразрывности, в недивергентном виде, разрешенном относительно вектора $\partial\mathbf{f}/\partial t$. Расщепление уравнений по физическим процессам и пространственным переменным проводится в следующей последовательности: выделяются матрицы конвективных потоков, матрицы, обусловленные действием сил давления и матрицы диссипативных сил, с последующим расщеплением по направлениям.

$$\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial t}=-\mathbf{\Omega f}+\mathbf{G}\ , \qquad (2)$$

$$\mathbf{\Omega}=\sum_{\alpha=\xi}^{\eta,\varsigma}\sum_{k=1}^{3}\mathbf{\Omega}_k^{\alpha}=\mathbf{\Omega}_1^{\xi}+\mathbf{\Omega}_1^{\eta}+\mathbf{\Omega}_1^{\varsigma}+\mathbf{\Omega}_2+\mathbf{\Omega}_3^{\xi}+\mathbf{\Omega}_3^{\eta}+\mathbf{\Omega}_3^{\varsigma}$$

где $\mathbf{f}$ - вектор искомых функций, который имеет компоненты u,v,w,Θ,q,k,e; $\mathbf{\Omega_1}$ - матричный дифференциальный оператор, характеризующий инерционные силы ($\mathbf{\Omega_1}=\mathbf{\Omega}_1^{\xi}+\mathbf{\Omega}_1^{\eta}+\mathbf{\Omega}_1^{\varsigma}$); $\mathbf{\Omega_2}$ - оператор, характеризующий силы, обусловленные градиентами давления; $\mathbf{\Omega_3}$ - оператор, характеризующий силы, обусловленные турбулентными взаимодействиями ($\mathbf{\Omega_3}=\mathbf{\Omega}_3^{\xi}+\mathbf{\Omega}_3^{\eta}+\mathbf{\Omega}_3^{\varsigma}$); $\mathbf{G}$ - оператор, характеризующий смешанные производные матрицы диссипативных потоков.

Матрицу диссипативных потоков удобно разбить на две группы членов, содержащих повторные и смешанные производные. Повторные производные учитываются неявно в операторе $\mathbf{\Omega_3}$, а смешанные в операторе $\mathbf{G}$. С учетом уравнения состояния воздуха системы (1), в оператор $\mathbf{\Omega_2}$ включаются выражения, зависящие от Θ. Таким образом, матрица конвективных потоков - $\mathbf{\Omega_1 f}$, матрица потоков, возникших под действием сил давления - $\mathbf{\Omega_2 f}$, матрица диссипативных потоков - $\mathbf{\Omega_3 f}$, матрица, характеризующая смешанные производные матрицы диссипативных потоков - $\mathbf{G}$ имеют вид

$$\mathbf{\Omega_1 f}=\begin{pmatrix} u\dfrac{\partial u}{\partial\xi}+v\dfrac{\partial u}{\partial\eta}+w^*d\dfrac{\partial u}{\partial\varsigma}\\ u\dfrac{\partial v}{\partial\xi}+v\dfrac{\partial v}{\partial\eta}+w^*d\dfrac{\partial v}{\partial\varsigma}\\ u\dfrac{\partial w}{\partial\xi}+v\dfrac{\partial w}{\partial\eta}+w^*d\dfrac{\partial w}{\partial\varsigma}\\ u\dfrac{\partial\Theta}{\partial\xi}+v\dfrac{\partial\Theta}{\partial\eta}+w^*d\dfrac{\partial\Theta}{\partial\varsigma}\\ u\dfrac{\partial q}{\partial\xi}+v\dfrac{\partial q}{\partial\eta}+w^*d\dfrac{\partial q}{\partial\varsigma}\\ u\dfrac{\partial k}{\partial\xi}+v\dfrac{\partial k}{\partial\eta}+w^*d\dfrac{\partial k}{\partial\varsigma}\\ u\dfrac{\partial e}{\partial\xi}+v\dfrac{\partial e}{\partial\eta}+w^*d\dfrac{\partial e}{\partial\varsigma} \end{pmatrix},\quad \mathbf{\Omega_2 f}=\begin{pmatrix} R\dfrac{\partial\Theta}{\partial\xi}\\ R\dfrac{\partial\Theta}{\partial\eta}\\ Rd\dfrac{\partial\Theta}{\partial\varsigma}\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{\Omega_3 f}=\begin{pmatrix} 2\dfrac{\partial}{\partial\xi}\mu_{tx}\dfrac{\partial u}{\partial\xi}+\dfrac{\partial}{\partial\eta}\mu_{tx}\dfrac{\partial u}{\partial\eta}+d^2\dfrac{\partial}{\partial\varsigma}\mu_{tx}\dfrac{\partial u}{\partial\varsigma}\\ \dfrac{\partial}{\partial\xi}\mu_{ty}\dfrac{\partial v}{\partial\xi}+2\dfrac{\partial}{\partial\eta}\mu_{ty}\dfrac{\partial v}{\partial\eta}+d^2\dfrac{\partial}{\partial\varsigma}\mu_{ty}\dfrac{\partial v}{\partial\varsigma}\\ \dfrac{\partial}{\partial\xi}\mu_{tz}\dfrac{\partial w}{\partial\xi}+\dfrac{\partial}{\partial\eta}\mu_{tz}\dfrac{\partial w}{\partial\eta}+2d^2\dfrac{\partial}{\partial\varsigma}\mu_{tz}\dfrac{\partial w}{\partial\varsigma}\\ \dfrac{\partial}{\partial\xi}\mu_{tx}\dfrac{\partial\Theta}{\partial\xi}+\dfrac{\partial}{\partial\eta}\mu_{ty}\dfrac{\partial\Theta}{\partial\eta}+d^2\dfrac{\partial}{\partial\varsigma}\mu_{tz}\dfrac{\partial\Theta}{\partial\varsigma}\\ \dfrac{\partial}{\partial\xi}\left(\dfrac{\mu_{tx}}{S_c\rho}\right)\dfrac{\partial q}{\partial\xi}+\dfrac{\partial}{\partial\eta}\left(\dfrac{\mu_{ty}}{S_c\rho}\right)\dfrac{\partial q}{\partial\eta}+d^2\dfrac{\partial}{\partial\varsigma}\left(\dfrac{\mu_{tz}}{S_c\rho}\right)\dfrac{\partial q}{\partial\varsigma}\\ \dfrac{\partial}{\partial\xi}\mu_{\mathrm{tx}}\dfrac{\partial k}{\partial\xi}+\dfrac{\partial}{\partial\eta}\mu_{\mathrm{ty}}\dfrac{\partial k}{\partial\eta}+d^2\dfrac{\partial}{\partial\varsigma}\mu_{tz}\dfrac{\partial k}{\partial\varsigma}\\ \dfrac{\partial}{\partial\varsigma}\dfrac{\mu_{\mathrm{tx}}}{\sigma_e}\dfrac{\partial e}{\partial\xi}+\dfrac{\partial}{\partial\eta}\dfrac{\mu_{\mathrm{ty}}}{\sigma_e}\dfrac{\partial e}{\partial\eta}+d^2\dfrac{\partial}{\partial\varsigma}\dfrac{\mu_{\mathrm{tz}}}{\sigma_e}\dfrac{\partial e}{\partial\varsigma} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{G}=\begin{pmatrix} -\dfrac{2}{3}\rho\dfrac{\partial\mu_{tx}k}{\partial\xi}+\dfrac{\partial}{\partial\eta}\mu_{tx}\dfrac{\partial v}{\partial\xi}+d\dfrac{\partial}{\partial\varsigma}\mu_{tx}\dfrac{\partial w}{\partial\xi}+2\omega_z v\\ -\dfrac{2}{3}\rho\dfrac{\partial\mu_{ty}k}{\partial\eta}+\dfrac{\partial}{\partial\xi}\mu_{ty}\dfrac{\partial u}{\partial\eta}+d\dfrac{\partial}{\partial\varsigma}\mu_{ty}\dfrac{\partial w}{\partial\eta}+2\omega_z v\\ -\dfrac{2}{3}\rho d\dfrac{\partial\mu_{tz}k}{\partial\varsigma}+d\dfrac{\partial}{\partial\xi}\mu_{tz}\dfrac{\partial u}{\partial\varsigma}+d\dfrac{\partial}{\partial\eta}\mu_{tz}\dfrac{\partial v}{\partial\varsigma}-g\\ 0\\ R+Q+P\\ -\dfrac{\mu_{tz}g}{\Theta}d\dfrac{\partial\Theta}{\partial\varsigma}-e\\ \dfrac{C_{e2}e^3}{k} \end{pmatrix},$$

Поскольку вектор f имеет компоненты u,v,w,Θ,q,k,e, матричные дифференциальные операторы $\mathbf{\Omega}$ принимают вид:

$$\mathbf{\Omega}_1^{\xi}=u\frac{\partial}{\partial\xi}*\mathbf{I}\ ,\ \mathbf{\Omega}_1^{\eta}=v\frac{\partial}{\partial\eta}*\mathbf{I}\ ,\ \mathbf{\Omega}_1^{\varsigma}=w^*d\frac{\partial}{\partial\varsigma}*\mathbf{I}\ ,$$

$$\mathbf{\Omega_2} = -\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & R\dfrac{\partial}{\partial\xi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R\dfrac{\partial}{\partial\eta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Rd\dfrac{\partial}{\partial\varsigma} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{\Omega_3^\xi} = \frac{\partial}{\partial\xi}\begin{pmatrix} 2a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{a}{S_c\rho} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{a}{\sigma_e} \end{pmatrix}, \qquad (3)$$

$$\mathbf{\Omega_3^\eta} = \frac{\partial}{\partial\eta}\begin{pmatrix} a1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2b1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{b1}{S_c\rho} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{b1}{\sigma_e} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{\Omega_3^\varsigma} = d^2\frac{\partial}{\partial\varsigma}\begin{pmatrix} a2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{c2}{S_c\rho} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{c2}{\sigma_e} \end{pmatrix},$$

где $a = \mu_{tx}\dfrac{\partial}{\partial\xi}$, $b = \mu_{ty}\dfrac{\partial}{\partial\xi}$, $c = \mu_{tz}\dfrac{\partial}{\partial\xi}$, $a1 = \mu_{tx}\dfrac{\partial}{\partial\eta}$, $b1 = \mu_{ty}\dfrac{\partial}{\partial\eta}$, $c1 = \mu_{tz}\dfrac{\partial}{\partial\eta}$, $a2 = \mu_{tx}\dfrac{\partial}{\partial\xi}$, $b2 = \mu_{ty}\dfrac{\partial}{\partial\xi}$, $c2 = \mu_{tz}\dfrac{\partial}{\partial\xi}$, $d = \dfrac{H}{H-\Gamma}$, $\mathbf{I}$ - единичная матрица $n = 7$.

Система уравнений (2) заменяется расщепленной системой

$$\frac{1}{8}\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial t} + \mathbf{\Omega_1^\xi f} = 0 \quad \text{для} \quad t_n \le t \le t_{n+1/8},$$

$$\frac{2}{8}\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial t} + \mathbf{\Omega_1^\eta f} = 0 \quad \text{для} \quad t_{n+1/8} \le t \le t_{n+2/8},$$

$$\frac{3}{8}\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial t} + \mathbf{\Omega_1^\varsigma f} = 0 \quad \text{для} \quad t_{n+2/8} \le t \le t_{n+3/8},$$

$$\frac{4}{8}\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial t} - \mathbf{\Omega_2 f} = 0 \quad \text{для} \quad t_{n+3/8} \le t \le t_{n+4/8},$$

$$\frac{5}{8}\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial t} + \mathbf{\Omega_3^\xi f} = 0 \quad \text{для} \quad t_{n+4/8} \le t \le t_{n+5/8}, \qquad (4)$$

$$\frac{6}{8}\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial t} + \mathbf{\Omega_3^\eta f} = 0 \quad \text{для} \quad t_{n+5/8} \le t \le t_{n+6/8},$$

$$\frac{7}{8}\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial t} + \mathbf{\Omega_3^\varsigma f} = 0 \quad \text{для} \quad t_{n+6/8} \le t \le t_{n+7/8},$$

$$\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial t} - \mathbf{G} = 0 \quad \text{для} \quad t_{n+7/8} \le t \le t_{n+1}.$$

Для вычисления значений скорости u, v, w на слое n численно решается уравнение неразрывности системы (1) на слое $n+1$ для определения значения скорости w^*.

4. Аппроксимация операторов

Для решения расщепленной системы уравнений (4) в рассматриваемой расчетной области Q вводится разностная сетка $Q_{\tau,h}$ с шагами τ и $h = (h_\xi, h_\eta, h_\varsigma)$ по времени и пространству соответственно. Вводятся разностные операторы $\overline{\mathbf{\Omega}}_\mathbf{j}^\mathbf{k}$, аппроксимирующие соответствующие операторы $\mathbf{\Omega_j, G}$ в узлах сетки

$$\overline{\mathbf{\Omega}}_\mathbf{1}^\xi = u^n\Lambda_\xi * \mathbf{I}, \ \overline{\mathbf{\Omega}}_\mathbf{1}^\eta = v^n\Lambda_\eta * \mathbf{I}, \ \overline{\mathbf{\Omega}}_\mathbf{1}^\varsigma = \left(w^*\right)^n d\Lambda_\varsigma * \mathbf{I},$$

$$\overline{\mathbf{\Omega}}_\mathbf{2} = -\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & R\Lambda_\xi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R\Lambda_\eta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Rd\Lambda_\varsigma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\overline{\mathbf{\Omega}}_\mathbf{3}^\xi = \Lambda_\xi\begin{pmatrix} 2a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{a}{S_c\rho} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{a}{\sigma_e} \end{pmatrix},$$

$$\overline{\mathbf{\Omega}}_\mathbf{3}^\eta = \Lambda_\eta\begin{pmatrix} a1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2b1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{b1}{S_c\rho} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{b1}{\sigma_e} \end{pmatrix},$$

$$\overline{\mathbf{\Omega}}_{\mathbf{3}}^{\varsigma} = d^2\Lambda_{\varsigma}\begin{pmatrix} a2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{c2}{S_c\rho} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{c2}{\sigma_e} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$\overline{\mathbf{G}} = \begin{pmatrix} -\dfrac{2}{3}\rho\left(\mu_{tx}^n\Lambda_{\xi}k^n + k^{n+1}\Lambda_{\xi}\mu_{tx}^n\right) + \Lambda_{\eta}\mu_{tx}^n\Lambda_{\xi}v^n + d\Lambda_{\varsigma}\mu_{tx}^n\Lambda_{\xi}w^n + 2\omega_z v^n \\ -\dfrac{2}{3}\rho\left(\mu_{ty}^n\Lambda_{\eta}k^n + k^{n+1}\Lambda_{\eta}\mu_{ty}^n\right) + \Lambda_{\xi}\mu_{ty}^n\Lambda_{\eta}u^n + d\Lambda_{\varsigma}\mu_{ty}^n\Lambda_{\eta}w^n + 2\omega_z v^n \\ -\dfrac{2}{3}\rho d\left(\mu_{tz}^n\Lambda_{\varsigma}k^n + k^{n+1}\Lambda_{\varsigma}\mu_{tz}^n\right) + d\Lambda_{\xi}\mu_{tx}^n\Lambda_{\varsigma}u^n + d\Lambda_{\eta}\mu_{tz}^n\Lambda_{\varsigma}v^n - g \\ 0 \\ R^n + Q^n + P^n \\ -\dfrac{\mu_{tz}^n g}{\Theta^n}d\Lambda_{\varsigma}\Theta^n - e^n \\ \dfrac{1.9\left(e^3\right)^n}{k^n} \end{pmatrix}$$

где $a = \mu_{tx}\Lambda_{\xi}$, $b = \mu_{ty}\Lambda_{\xi}$, $c = \mu_{tz}\Lambda_{\xi}$, $a1 = \mu_{tx}\Lambda_{\eta}$, $b1 = \mu_{ty}\Lambda_{\eta}$, $c1 = \mu_{tz}\Lambda_{\eta}$, $a2 = \mu_{tx}\Lambda_{\varsigma}$, $b2 = \mu_{ty}\Lambda_{\varsigma}$, $c2 = \mu_{tz}\Lambda_{\varsigma}$.

Величины в выражении (5) аппроксимируются следующим образом: внешняя сила $P^n = \dfrac{4}{3}\pi r^3\rho_{част}g$, коэффициент турбулентной вязкости для вертикального турбулентного обмена $\mu_{tz}^n = C_{\mu}^z\rho\dfrac{\left(k^n\right)^2}{e^n}$, коэффициент турбулентной вязкости для гор. турбулентного обмена $\mu_{tx}^n = \mu_{ty}^n = 2.3*\dfrac{h_{\xi,\eta}^2}{2}\left(\left(\Lambda_{\xi}u^n - \Lambda_{\eta}v^n\right)^2 + \left(\Lambda_{\xi}v^n + \Lambda_{\eta}u^n\right)^2\right)^{1/2}$ компонента скорости движения воздуха в направлении ς $w^{*n} = \dfrac{\varsigma - H}{H - \Gamma}\left(u^n\Lambda_{\xi}\Gamma^n + v^n\Lambda_{\eta}\Gamma^n\right) + \dfrac{H}{H-\Gamma}w^n$, сила сопротивления со стороны воздуха для легкой частицы $R^n = 6\pi\mu_m^n r^n c^n$ и для тяжелой частицы (от $5*10^{-3}$ см) $R = 6\pi\mu_m^n r^n c^n\left(1 + \dfrac{1}{6}\left(\dfrac{2r^n\rho^n c^n}{\mu_m^n}\right)^{2/3}\right)$.

5. Разностная схема расщепления

Для численного решения системы уравнений (2) применяется разностная схема расщепления с весами

$$\frac{\mathbf{f}^{n+1/8} - \mathbf{f}^n}{\tau} + \overline{\mathbf{\Omega}}_{\mathbf{1}}^{\xi}\left(\alpha\mathbf{f}^{n+1/8} + (1-\alpha)\mathbf{f}^n\right) = 0,$$

$$\frac{\mathbf{f}^{n+2/8} - \mathbf{f}^{n+1/8}}{\tau} + \overline{\mathbf{\Omega}}_{\mathbf{1}}^{\eta}\left(\alpha\mathbf{f}^{n+2/8} + (1-\alpha)\mathbf{f}^{n+1/8}\right) = 0,$$

$$\frac{\mathbf{f}^{n+3/8} - \mathbf{f}^{n+2/8}}{\tau} + \overline{\mathbf{\Omega}}_{\mathbf{1}}^{\varsigma}\left(\alpha\mathbf{f}^{n+3/8} + (1-\alpha)\mathbf{f}^{n+2/8}\right) = 0,$$

$$\frac{\mathbf{f}^{n+4/8} - \mathbf{f}^{n+3/8}}{\tau} + \overline{\mathbf{\Omega}}_2\left(\alpha\mathbf{f}^{n+4/8} + (1-\alpha)\mathbf{f}^{n+3/8}\right) = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\mathbf{f}^{n+5/8} - \mathbf{f}^{n+4/8}}{\tau} + \overline{\mathbf{\Omega}}_{\mathbf{3}}^{\boldsymbol{\xi}\mathbf{k}}\left(\alpha\mathbf{f}^{n+5/8} + (1-\alpha)\mathbf{f}^{n+4/8}\right) = 0$$

$$\frac{\mathbf{f}^{n+6/8} - \mathbf{f}^{n+5/8}}{\tau} + \overline{\mathbf{\Omega}}_{\mathbf{3}}^{\boldsymbol{\eta}\mathbf{k}}\left(\alpha\mathbf{f}^{n+6/8} + (1-\alpha)\mathbf{f}^{n+5/8}\right) = 0,$$

$$\frac{\mathbf{f}^{n+7/8} - \mathbf{f}^{n+6/8}}{\tau} + \overline{\mathbf{\Omega}}_3^{\boldsymbol{\varsigma}\mathbf{k}}\left(\alpha\mathbf{f}^{n+7/8} + (1-\alpha)\mathbf{f}^{n+6/8}\right) = 0,$$

$$\frac{\mathbf{f}^{n+1} - \mathbf{f}^{n+7/8}}{\tau} + \overline{\mathbf{G}} = 0.$$

Рассматриваем разностную схему расщепления (6) при различных весовых коэффициентах ($\alpha = 1$, $\alpha = 1/2$) с учетом расщепленной системы (4) и аппроксимаций (5). Для замыкания системы (7) присоединяется разностная аппроксимация уравнения неразрывности системы (1)

$$\Lambda_{\xi}u^{n+1} + \Lambda_{\eta}v^{n+1} + \Lambda_{\varsigma}\left(w^*\right)^{n+1} - \\ - \frac{1}{H-\Gamma}\left(u^{n+1}\Lambda_{\xi}\Gamma^n + v^{n+1}\Lambda_{\eta}\Gamma^n\right) = 0. \quad (7)$$

Разностные уравнения на каждом шаге могут быть решены независимо от друга скалярными прогонками, поскольку операторы $\overline{\mathbf{\Omega}}_{\mathbf{1}}^{\xi}, \overline{\mathbf{\Omega}}_{\mathbf{1}}^{\eta}, \overline{\mathbf{\Omega}}_{\mathbf{1}}^{\varsigma}, \overline{\mathbf{\Omega}}_{\mathbf{2}}, \overline{\mathbf{\Omega}}_{\mathbf{3}}^{\boldsymbol{\xi}}, \overline{\mathbf{\Omega}}_{\mathbf{3}}^{\boldsymbol{\eta}}, \overline{\mathbf{\Omega}}_{\mathbf{3}}^{\varsigma}$ диагональные. После вычисления значений скорости на слое $n+1$ методом прогонки [4] решается уравнение неразрывности (7). На этом заканчивается один расчетный цикл перехода с n на $(n+1)$ слой, после чего процесс повторяется необходимое число раз.

6. Исследование устойчивости разностных схем

Для исследования устойчивости применяется спектральный метод [5], отыскивая численное решение разностных уравнений в виде $\mathbf{f}^n = \mathbf{f}_0\lambda^n e^{i(\alpha j + \beta k + \gamma l)}$ получим

$$\mathbf{f}^{n+1/7} = \mathbf{f}_0\lambda^{n+1/7}e^{i(\alpha j + \beta k + \gamma l)} = \eta_1\mathbf{f}^n;$$

$$\mathbf{f}^{n+2/7} = \mathbf{f}_0\lambda^{n+2/7}e^{i(\alpha j + \beta k + \gamma l)} = \eta_2\mathbf{f}^{n+1/7};$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{f}^{n+1} = \mathbf{f}_0\lambda^{n+1}e^{i(\alpha j + \beta k + \gamma l)} = \eta_7\mathbf{f}^{n+1/7};$$

откуда следует, что $\mathbf{f}^{n+1} = \lambda\mathbf{f}^n = \prod_{i=1}^{7}\eta_i\mathbf{f}^n$.

Так как разностная схема двухслойная, в силу неравенства $|\lambda| \le |\eta_1\|\eta_2\|\eta_3\|\eta_4\|\eta_5\|\eta_6\|\eta_7| \le 1$, необходимо доказать устойчивость схемы для каждого дробного шага.

6.1 Исследование устойчивости схемы при $\alpha = 1$

Для определения корней характеристического уравнения на первом дробном шаге разностная схема записывается в виде $\left(I + \tau\mathbf{\Omega}_{\mathbf{1}}^{\xi\mathbf{k}}\right)\mathbf{f}^{n+1/7} = \mathbf{f}^n$. Решая полученное матричное уравнение, находим определитель матрицы, после чего получаем корни характеристического уравнения $(\eta_1)_s = \dfrac{1}{1+\tau u_0 d_\xi}$, $s = 1...7$, откуда очевидно, что $(\eta_1)_s \le 1$. Проводя аналогичные вычисления для других дробных шагов доказываем абсолютную устойчивость схемы на втором, третьем и четвертом дробных шагах. Для пятого, шестого и седьмого дробных шагов находя корни характеристических уравнений вводим ограничения на шаг по времени

$$\tau \ge \frac{Sc\rho - 1}{\mu_{ti} d_i^2},$$

где Sc - число Шмидта.

Таким образом, доказано, что разностная схема (6) при $\alpha = 1$ относительно устойчива.

6.2 Исследование устойчивости схемы при $\alpha = 1/2$

Для определения корней характеристического уравнения на первом дробном шаге разностная схема записывается в виде $\left(I + \frac{1}{2}\tau\mathbf{\Omega}_{\mathbf{1}}^{\xi\mathbf{k}}\right)\mathbf{f}^{n+1/7} = \left(I - \frac{1}{2}\tau\mathbf{\Omega}_{\mathbf{1}}^{\xi\mathbf{k}}\right)\mathbf{f}^n$. Решая полученное матричное уравнение определяем корни характеристического уравнения $(\eta_1)_s = \dfrac{1 - \frac{\tau}{2}u_0 d_\xi}{1 + \frac{\tau}{2}u_0 d_\xi}$, $s = 1...7$.откуда очевидно, что $(\eta_1)_s \le 1$. Проводя аналогичные вычисления для других дробных шагов доказываем абсолютную устойчивость разностной схемы расщепления.

7. Исследование аппроксимации разностной схемы

7.1 Исследование аппроксимации схемы при $\alpha = 1$

Для доказательства аппроксимации разностной схемы необходимо показать, что схема эквивалентна некоторой однородной схеме безусловно аппроксимирующей исходные уравнения. Для этого перепишем (6) в виде

$$\begin{aligned}
&A_1\mathbf{f}^{n+1/8} - B_1\mathbf{f}^n = 0,\\
&A_2\mathbf{f}^{n+2/8} - B_2\mathbf{f}^{n+1/8} = 0,\\
&A_3\mathbf{f}^{n+3/8} - B_3\mathbf{f}^{n+2/8} = 0,\\
&A_4\mathbf{f}^{n+4/8} - B_4\mathbf{f}^{n+3/8} = 0,\\
&A_5\mathbf{f}^{n+5/8} - B_5\mathbf{f}^{n+4/8} = 0, \qquad (8)\\
&A_6\mathbf{f}^{n+6/8} - B_6\mathbf{f}^{n+5/8} = 0,\\
&A_7\mathbf{f}^{n+7/8} - B_7\mathbf{f}^{n+6/8} = 0,\\
&A_8\mathbf{f}^{n+1} - B_8\mathbf{f}^{n+7/8} + \tau\mathbf{G} = 0,
\end{aligned}$$

где $A_1 = \left(1 + \tau\mathbf{\Omega}_{\mathbf{1}}^{\xi\mathbf{k}}\right)$, $A_2 = \left(1 + \tau\mathbf{\Omega}_{\mathbf{1}}^{\eta\mathbf{k}}\right)$, $A_3 = \left(1 + \tau\mathbf{\Omega}_{\mathbf{1}}^{\varsigma\mathbf{k}}\right)$, $A_4 = \left(1 + \tau\mathbf{\Omega}_{\mathbf{2}}\right)$, $A_5 = \left(1 + \tau\mathbf{\Omega}_{3}^{\xi\mathbf{k}}\right)$, $A_6 = \left(1 + \tau\mathbf{\Omega}_{3}^{\eta\mathbf{k}}\right)$, $A_7 = \left(1 + \tau\mathbf{\Omega}_{3}^{\varsigma\mathbf{k}}\right)$, $A_8 = I$, $B_s = I, s = 1..8$

Исключая поочередно в выражении (12) $\mathbf{f}^{n+1/8}$, $\mathbf{f}^{n+2/8}$, $\mathbf{f}^{n+3/8}$, $\mathbf{f}^{n+4/8}$, $\mathbf{f}^{n+5/8}$, $\mathbf{f}^{n+6/8}$, $\mathbf{f}^{n+7/8}$, приходим к эквивалентной схеме

$$A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8\mathbf{f}^{n+1} - E\mathbf{f}^n + \tau G = 0.$$

Разлагая по степеням τ получаем

$$\frac{\mathbf{f}^{n+1} - \mathbf{f}^n}{\tau} = (A)\mathbf{f}^{n+1} - \tau(B)\mathbf{f}^{n+1} + \tau^2(C)\mathbf{f}^{n+1} + \\ + \tau^3(D)\mathbf{f}^{n+1} + \tau^4(E)\mathbf{f}^{n+1} + \tau^5(F)\mathbf{f}^{n+1} + \tau^6(H)\mathbf{f}^{n+1} + G \qquad (9)$$

Из выражения (9) следует аппроксимация.

Из выполнения условий аппроксимации и устойчивости следует сходимость решения разностной задачи к решению дифференциальной задачи [2].

7.2 Исследование аппроксимации схемы при $\alpha = 1/2$

Для доказательства аппроксимации разностной схемы проводим аналогичные п.7.1 преобразования. Исключая поочередно $\mathbf{f}^{n+1/8}$, $\mathbf{f}^{n+2/8}$, $\mathbf{f}^{n+3/8}$, $\mathbf{f}^{n+4/8}$, $\mathbf{f}^{n+5/8}$, $\mathbf{f}^{n+6/8}$, $\mathbf{f}^{n+7/8}$, приходим к эквивалентной схеме

$$A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8\mathbf{f}^{n+1} - B_1B_2B_3B_4B_5B_6B_7B_8\mathbf{f}^n + \tau G = 0.$$

Разлагая по степеням τ получаем

$$\begin{aligned}
\frac{\mathbf{f^{n+1}} - \mathbf{f^n}}{\tau} &= a\tau^6(\mathbf{f^{n+1}} + \mathbf{f^n}) + b\tau^5(\mathbf{f^n} - \mathbf{f^{n+1}}) + \\
&+ c\tau^4(\mathbf{f^{n+1}} + \mathbf{f^n}) + d\tau^3(\mathbf{f^n} - \mathbf{f^{n+1}}) + \qquad (10)\\
&+ e\tau^2(\mathbf{f^{n+1}} + \mathbf{f^n}) + f\tau(\mathbf{f^n} - \mathbf{f^{n+1}}) + \\
&g(\mathbf{f^{n+1}} + \mathbf{f^n}) - G,
\end{aligned}$$

где a,b,c,d,f,g - комбинации дифференциальных операторов.

Из выражения (10) следует аппроксимация.

8. Реализация начальных и граничных условий

Граничные условия в вертикальной плоскости в модели конструируются исходя из физических представлений для каждой характеристики турбулентно-циркуляционной структуры пограничного слоя и процессов распространения примеси отдельно [1].

На нижней границе в вертикальной плоскости расчетной области ставятся граничные условия:

при $\varsigma = z_0$ $u^{n+j/8} = 0$, $v^{n+j/8} = 0$, $w^{n+j/8} = 0$,

$q^{n+j/8}=0$, $\mu_{tz}^{n+j/8}\Lambda_\varsigma k=0$, $e^{n+j/8}=\dfrac{V_0^3}{\mu_{tz}^{n+j/8} z_0}$,

$\Theta^{n+j/8}=T$, $(j=1..8)$, где скорость $V_0=\mu_{tz}^{n+j/8}\, 1/\sqrt[4]{(\Lambda_\varsigma u)^2+(\Lambda_\varsigma v)^2}$.

На верхней границе расчетной области в вертикальной плоскости ставятся граничные условия:
при $\varsigma=H$ $u^{n+j/8}=u_H$, $v^{n+j/8}=v_H$, $w^{n+j/8}=w_H$,

$\Theta^{n+j/8}=T_H$, $\mu_{tz}^{n+j/8}\Lambda_\varsigma k=0$, $\mu_{tz}^{n+j/8}\Lambda_\varsigma e=0$.

На обтекаемой воздушным потоком поверхности, которая является границей расчетной области, выполняются условия прилипания

$$u^{n+j/8}=0,\quad v^{n+j/8}=0,\quad w^{n+j/8}=0,\quad \mu_{tz}^{n+j/8}\Lambda_\varsigma k=0,$$

$$e^{n+j/8}=\frac{V_0^3}{\mu_{tz}^{n+j/8} z_0},\ \Theta^{n+j/8}=0,\ (j=1..8),$$

Начальные условия для системы уравнений задаются следующим образом: $u_{mlk}^0=u_0$, $v_{mlk}^0=v_0$, $w_{mlk}^n=w_0$, $\Theta_{mlk}^0=T_0$, $k_{mlk}^0=k_0$, $e_{mlk}^0=e_0$, $q_{mlk}^0=q_0$ (q_0 - начальная фоновая концентрация).

Заключение. В ходе проводимых исследований были применены разностные схемы расщепления по физическим процессам и пространственным переменным для двух значений весового коэффициента $\alpha=1$, $\alpha=1/2$ для модели распространения вредных веществ в городских условиях. Доказана абсолютная устойчивость разностной схемы при $\alpha=1/2$ и относительная устойчивость разностной схемы при $\alpha=1$, а также сходимость двух разностных схем.

Численный расчет будет приведен в следующей части работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Матвеев Л.Т. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы.-Л.: Гидрометеорологическое издательство,-1965, 875 с.
2. Ковеня В.М., Яненко Н.Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики.- Новосибирск: Наука,- 1981, 304 с.
3. Огурцов А.П. Методы расщепления в задачах гидродинамики и тепломассопереноса.- Днепропетровск: Системные технологии, -2003, 256 с.
4. Крылов.В.И., Бобков В.В. Вычислительные методы.- т. 2.- М.: Наука, - 1977, 399 с. 5. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы (введение в теорию).- М.: Наука, -1977, 400 с.

пост. 21.02.05

Застосування направлених графів для синтезу моделей фасувально-закупорювальних машин

Л.а. Шувалова

Черкаський державний технологічний університет

У статті пропонується метод структурного синтезу, практична цінність якого полягає у можливості компоновки різних структур ФЗМ, які забезпечують дозоване фасування молочних та плодомолочних продуктів у тару різну за об’ємом та типом виконання.

В статье предлагается метод структурного синтеза, практическая ценность которого состоит в возможности компоновки разных структур ФЗМ, которые обеспечивают дозированное фасование молочных и плодомолочних продуктов в тару разную за объемом и типом выполнения.

In clause the method of the automated formation the programs of devices the automated systems on algorithms of functioning is offered which are given as the diagram of final automatic devices.

Вступ

В теперішній час на підприємствах переробної галузі актуальною є задача підвищення продуктивності праці та збільшення об’єму продукції, що випускається, без збільшення виробничих площ та при значному скороченні чисельності працюючих. Однак суттєве зменшення ручної праці можливе шляхом комплексної автоматизації технологічних процесів з широким використанням роботехнічних комплексів. Для автоматизації процесу фасування та закупорювання рідких, в’язких та пастоподібних продуктів на підприємствах, що переробляють молочну та плодомолочну продукцію, використовуються фасувально-закупорювальні машини (ФЗМ), механізми яких приводяться в дію пневматичними приводами, управління якими виконується з допомогою пневморозподілювачів [1]. Це обумовлено тим, що підвищена вологість при автоматичному фасуванні та закупорюванні рідких та в’язких продуктів негативно діє на електроніку, яка винесена з робочих механізмів та