случайному сигналу на основе двух процедур: процедуры фиксации временного интервала задания параметров СДС, несущих информацию, и процедуры оценки этих параметров на этом временном интервале. В качестве первой процедуры использована дискриминантная процедура, которая основана на сравнении вероятностных характеристик случайного процесса в двух соседних временных окнах. Вторую процедура – процедуру оценки параметров СДС или параметрической идентификации СДС построено на основе метода моментов. Заметим, что предложенный в [3] подход, базируется на применении методов математического моделирования нелинейных СДС – методов численного решения СДУ и параметрической идентификации СДС. Поэтому цель статьи состоит в том, чтобы рассмотреть методы математического моделирования нелинейных СДС – методы численного решения СДУ и параметрической идентификации СДС, которые могли быть применены при построении АПД, использующей в качестве носителей информации случайные сигналы.

Пусть на интервале времени Δ, на котором параметры СДС постоянны, случайный сигнал $x(t)$ – это компонента случайного процесса $\boldsymbol{x}(t)$, который является решением СДУ

$$d\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)dt + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x},t)d\boldsymbol{W}(t) \quad (1)$$

на $\Delta = [0,T]$ с начальным условием

$$\boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{v}\ . \quad (2)$$

Здесь $\boldsymbol{x}(t)\in R^n$, $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)\in R^n$, R^n – n-мерное евклидово пространство, $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x},t)\in R^{n\times m}$ – матричная функция размера $(n\times m)$, $\boldsymbol{W}(t)\in R^m$ – m-мерный стандартный винеровский процесс, компонентами которого являются независимые стандартные винеровские процессы, а $\boldsymbol{v}(t)\in R^n$ – случайный вектор начальных условий. Обозначим $|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)|^2 = \sum_{k=1}^{n} f_k^2(\boldsymbol{x},t)$, $\|\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x},t)\|^2 = \sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{G}_{ki}^2(\boldsymbol{x},t)$.

Теорема 1 [5]. Пусть случайная величина $\boldsymbol{v}$ не зависит от $\{\boldsymbol{W}(t), t\in\Delta\}$, $M\left\{|\boldsymbol{v}|^2\right\}<\infty$, а коэффициенты уравнения (1) $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)$ и $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x},t)$ непрерывны по переменным $t\in\Delta$, $\boldsymbol{x}\in R^n$. Пусть также:

а) найдется такое $K<\infty$, что при всех $t\in\Delta$, $\boldsymbol{x}\in R^n$

$$|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)|^2 + \|\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x},t)\|^2 \le K\left(1+|\boldsymbol{x}|^2\right); \quad (3)$$

б) найдется такое $C<\infty$, что при всех $t\in\Delta$, $\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\in R^n$

$$|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{y},t)|^2 + \|\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x},t)-\boldsymbol{G}(\boldsymbol{y},t)\|^2 \le C|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}|^2. \quad (4)$$

Тогда на $\Delta=[0,T]$ существует и единственное с вероятностью 1 непрерывное решение $\boldsymbol{x}(t)$ уравнения (1) с начальным условием (2), причем

$$M\left\{|\boldsymbol{x}(t)|^2\right\}\le L\left(1+M\left\{|\boldsymbol{v}|^2\right\}\right),\ t\in\Delta, \quad (5)$$

где константа L зависит лишь от T и K.

Заметим, что (3) – условие роста, накладывает ограничение на скорость изменения $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)$ и $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x},t)$ по $\boldsymbol{x}$ при $|\boldsymbol{x}|\to\infty$: $|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)|$, $\|\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x},t)\|$ не могут возрастать быстрее, чем линейная функция. Условие (4) – условие Липшица, ужесточает требование непрерывности по $\boldsymbol{x}$ коэффициентов уравнения (1) $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)$ и $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x},t)$. В силу условия (5) $\boldsymbol{x}(t)$ при $M\left\{|\boldsymbol{v}|^2\right\}<\infty$ является процессом с конечными моментами второго порядка.

Практически всякое СДУ удовлетворяет условию Липшица, потому что оно, по сути, есть условием гладкости. Условие роста, наоборот, нередко не выполняется. Однако это не означает, что решения не существует. Это означает скорее, что решение может уйти в бесконечность за конечное время.

Таким образом, при построении АПД в передатчике структуру и параметры СДС, которая описывается СДУ (1), следует выбирать так, чтобы удовлетворить условиям теоремы 1. Прежде всего, это касается условия (3).

В общем случае решение СДУ (1) может быть найдено численным методом. Для этого мы будем использовать методы первого порядка. Перепишем СДУ (1) как

$$d\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta},t)dt + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta},t)d\boldsymbol{W}(t), \quad (6)$$

где $\boldsymbol{\theta}$ – вектор управляющих параметров (параметров, которые несут информационный сигнал, и параметра, который определяет моменты задания значений параметров, которые несут информацию). В общем случае компоненты вектора $\boldsymbol{\theta}$ зависят от времени и могут быть представлены как

$$\theta_j(t) = \overline{\theta}_j + \widetilde{\theta}_j s(t), \quad (7)$$

где $\theta_j(t)$ – j-ая компонента вектора $\boldsymbol{\theta}$; $s(t)$ – информационный сигнал или его часть; $\overline{\theta}_j$ і $\widetilde{\theta}_j$ – постоянные параметры, которые в общем случае неизвестны приемной стороне. В случае двоичного информационного сообщения, то есть когда $s(t)$ принимает значения 0 или 1, параметр $\theta_j(t)$, согласно (7) будет принимать значения $\overline{\theta}_j$ і $\overline{\theta}_j+\widetilde{\theta}_j$ соответственно.

Численное решение СДУ (6) по методу Эйлера определяется как

$$\boldsymbol{x}_{i+1} = \boldsymbol{x}_i + \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{\theta},t_i)\Delta t + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{\theta},t_i)\,n(t_i)\Delta t\ , \quad (8)$$

где $n(t_i)$ – значение белого шума в момент времени t_i; Δt – шаг дискретизации по времени.

Сходимость численного решения СДУ (6) соответственно с (8) определяется по среднеквадратическому [5].

Из (8) находят значения одной из компонент случайного процесса $\boldsymbol{x}(t)$ – случайного сигнала $x(t)$, который используется в качестве носителя информации. Предположим, что все воздействия на реальный сигнал $x(t)$ (например, при прохождении зашумленной линии связи), можно свести к воздействию аддитивного шума $m(t)$. Тогда, в приемник поступает сигнал $y(t)$, последовательность значений которого можно записать как $y_{i+1} = x_i + f(x_i,\boldsymbol{\theta},t_i)\Delta t + g(x_i,\boldsymbol{\theta},t_i)n_i(t_i)\Delta t + m(t_{i+1})$.

Задача приемника состоит в восстановлении компонент вектора $\boldsymbol{\theta}$ по значениям $y(t)$. Однако она не может быть решена без определения момента времени задания управляющих параметров СДС передатчика.

Для решения задачи определения момента задания параметров СДС, через которые вводят данные, в [3] использована дискриминантная процедура [6], основанная на сравнении вероятностных характеристик случайного процесса в двух соседних временных окнах и позволяющая выявлять импульсные изменения параметра.

Изменения параметра регистрируют путем наблюдения в i-ой точке за нормированным значением квадрата разности между выборочными средними $\bar{d}_1(i)$ и $\bar{d}_2(i)$ относительно суммы выборочных дисперсий $S_1^2(i)$ и $S_2^2(i)$ дискриминантной функции $d(j)$ в двух соседних временных окнах $(i-N_w+1, i)$ и $(i-2N_w+1, i-N_w)$ длиною N_w

$$H(i)=\left[\bar{d}_1(i)-\bar{d}_2(i)\right]^2 \Big/ \left[S_1^2(i)+S_2^2(i)\right]. \qquad (9)$$

где

$$\bar{d}_1(i)=\frac{1}{N_w}\sum_{j=i-2N_w+1}^{i-N_w} d(j);\; S_1^2(i)=\frac{1}{N_w}\sum_{j=i-2N_w+1}^{i-N_w}\left[d(j)-\bar{d}_1(i)\right]^2;$$

$$\bar{d}_2(i)=\frac{1}{N_w}\sum_{j=i-N_w+1}^{i} d(j);\; S_2^2(i)=\frac{1}{N_w}\sum_{j=i-N_w+1}^{i}\left[d(j)-\bar{d}_2(i)\right]^2.$$

В качестве значений дискриминантной функции в i-ый момент времени в формуле (9), как и в [3], берутся значения сигнала $y(t)$ в этот же момент времени.

Моменты задания управляющих параметров СДС передатчика по значениям сигнала $y(t)$ находят путем сравнения значений $H(i)$ в разные моменты времени. Определив временной интервал, на котором параметры, задающие информацию постоянны, переходят к решению другой задачи – параметрической идентификации СДС передатчика или оценки компонент вектора $\boldsymbol{\theta}$. Оценка параметров СДС передатчика осуществляется по значениям сигнала $y(t)$ на временном интервале, где управляющие параметры постоянны, в результате решения задачи параметрической идентификации СДС методом моментов [6, 7]. Для (1) на основе формулы Ито строится система уравнений для статистических моментов

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\theta})=0, \qquad (10)$$

где $\boldsymbol{\alpha}$ – вектор начальных статистических моментов $\boldsymbol{x}(t)$, компоненты которого вычисляются по моментам сигнала $y(t)$ и интенсивности N_m шума $m(t)$. Так, например, начальный статистический момент 2-го порядка определяется как $\alpha_2(x)=\alpha_2(y)+N_m$.

Таким образом, управляющие параметры СДС передатчика находятся из решения системы алгебраических уравнений для статистических моментов (10).

Для примера рассмотрим случай, когда случайный сигнал $x(t)$ генерируется СДС, описываемой СДУ

$$\ddot{x}+b_1\dot{x}+c_1x+c_3x^3=n(t), \qquad (11)$$

где $n(t)$ – белый шум с интенсивностью N_0.

Обозначив, $x_1=x$ и $x_2=\dot{x}$, преобразуем (11) в

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2;\\ \dot{x}_2=-b_1x_2-c_1x_1-c_3x_1^3+n(t).\end{cases} \qquad (12)$$

Метод Эйлера для системы (12) дает такие уравнения:

$$x_{1_{i+1}}=x_{1_i}+x_{2_i}\Delta t;$$
$$x_{2_{i+1}}=x_{2_i}-\left(b_1x_{2_i}+c_1x_{1_i}+c_3x_{1_i}^3\right)\Delta t+z_i\sqrt{N_0\Delta t}, \qquad (13)$$

где z_i – i-ое значение нормально распределенной случайной величины с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Уравнения (13) применяются для генерации случайного сигнала, в качестве которого выбрана компонента x_1. При этом параметры c_1 и c_3 используются как управляющие: c_3 несет информационный сигнал, а c_1 определяет моменты задания c_3. Информация вводится в параметр c_3 согласно формулы (7).

Как и в [3], оценки $\hat{c}_1$ и $\hat{c}_3$ параметров СДУ (11) c_1 и c_3 находятся по формулам, приведенным в [7].

Информация (данные) восстанавливаются по оценкам параметров в соответствии с представлением (7).

Практические результаты. По уравнениям (13) осуществлялось компьютерное моделирование случайного сигнала $x(t)$ – компоненты x_1. При этом в генерации x_1 принимал участие двоичный информационный сигнал, который вводился через параметр c_3: значения c_3, которые равнялись –0,5; –1,0; –1,5; –2,0; соответственно задавали последовательности битов 00, 01, 10, 11. Параметр c_1 определял момент времени задания c_3. Изменения параметров c_1 и c_3 в приведены в таблице. Значения b_1, N_0, $x_1(0)$ и $x_2(0)$ соответственно равнялись 0,02; 4,44·10^{-4}; 0,154; 0. Соответствующий им случайный сигнал x_1 показан на рис. 1. С целью упрощения предполагалось, что шум $m(t)$ отсутствует. Поэтому в качестве значений дискриминантной функции в формуле (9) брались значения сигнала $x(t)$. Два соседних временных окна имели длину 200 отсчетов. Значения нормированного квадрата разности $H(i)$ в i-тые моменты времени приведены на рис. 2.

Таблица

Временной интервал	Параметры		Оценки параметров	
	c_1	c_3	$\hat{c}_1$	$\hat{c}_3$
0-2000	1,5	-1,0	1,444	-1,022
2000-4000	1,0	-2,0	1,011	-1,911
4000-6000	1,5	-1,5	1,488	-1,483
6000-8000	1,0	-1,0	1,028	-0,970

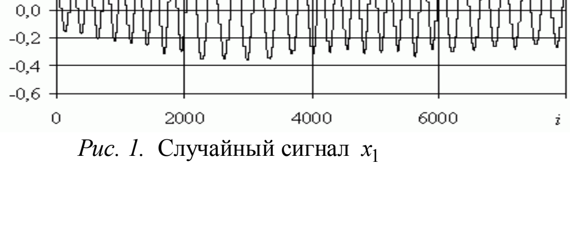

Рис. 1. Случайный сигнал x_1

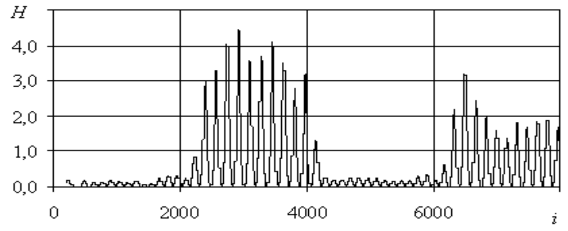

Рис. 2. Изменения $H(i)$ в *i*-тые моменты времени

На основе сравнения данных таблицы и рисунка 2 можно сделать такой вывод: величина $H(i)$ реагирует на изменения c_1, что указывает на работоспособность дискриминантной процедуры. Данные таблицы также свидетельствуют о применимости процедуры параметрической идентификации на основе метода моментов для оценки параметров СДС передатчика.

В отдельных случаях при генерации случайного сигнала x_1 с помощью (13) наблюдался уход значений сигнала в бесконечность, хотя условия теоремы 1 были выполнены. Подобная ситуация показана на рис. 3.

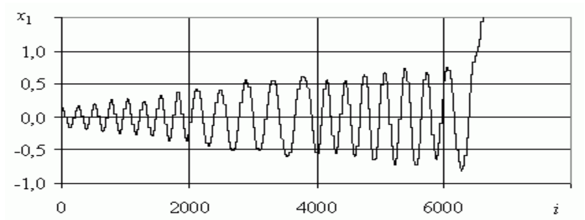

Рис. 3. Случайный сигнал x_1 при $b_1 = 0{,}01$

Выводы. При выборе структуры и параметров СДС передатчика АПД для генерации случайного сигнала необходимо не только учитывать условия теоремы о существовании и единственности непрерывного решения СДУ, но проводить дополнительные исследования на устойчивость. Параметрическая идентификация СДС передатчика по принятому приемником случайному сигналу может быть выполнена методом моментов. Компьютерное моделирование случайного сигнала, а также процесса восстановления данных с помощью дискриминантной процедуры и процедуры параметрической идентификации показало работоспособность предложенного в [3] подхода для передачи информации. В дальнейшем исследования планируется вести в направлении совершенствования математической модели СДС и использования большего числа управляющих параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дмитриев А.С., Панас А.И., Старков С.О. Динамический хаос как парадигма современных систем связи // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. – 1997. – № 10. С. 4-19.
2. Кальянов Э.В., Григорьянц В.В. Передача информации с использованием маскирующих хаотических колебаний // Письма в ЖТФ, 2001. – Том 27, вып. 6. С. 71-76.
3. Приходько С.Б. Применение случайных сигналов для передачи информации в системах связи // Вісник ХНУ. – Хмельницький: ХНУ, 2005. – № 4. – Ч.1, Т.1 (68). С. 248-251.
4. Пугачев В.С., Синицын И.Н. Стохастические дифференциальные системы. – М.: Наука, 1985, 560 с.
5. Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. – М.: Физматлит, 2002, 320 с.
6. Обнаружение изменений свойств сигналов и динамических систем: Пер. с англ. / Под ред. М.Бассвиль, А.Банвениста. – М.: Мир, 1989, 278 с.
7. Приходько С.Б. Параметрическая идентификация стохастической дифференциальной системы второго порядка с нелинейным восстановлением // Зб. наук. пр. УДМТУ. – Миколаїв: УДМТУ, 2001. – № 2 (374). С. 159-167.
8. Приходько С.Б. Параметрическая идентификация нелинейной стохастической дифференциальной системы второго порядка при неизвестной интенсивности входного сигнала // Тр. Одес. политехн. ун-та, 2001. – Вип.3 (15). –С. 158-162.

пост. 26.05.05