Шеремет О.І. **_Україна_**
Краматорськ

Донбаська державна машинобудівна академія

СИНТЕЗ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ РОЗТАШУВАННЯМ ПОЛЮСІВ ТА КОМПЕНСАЦІЄЮ НУЛІВ ПЕРЕДАТОЧНОЇ ФУНКЦІЇ

Вступ. Бурхливий розвиток комп'ютерної техніки призвів до виникнення нових методів аналізу та синтезу систем автоматичного керування електроприводами. Сучасна теорія автоматичного керування має складний математичний апарат, що базується на чисельних розрахунках параметрів у матричній формі. Сучасні методи синтезу оперують у просторі станів та дозволяють враховувати велику кількість факторів, включаючи нелінійні та кореляційні залежності. Одним з найперспективніших у цьому сенсі є метод синтезу систем автоматичного керування за розташуванням полюсів [1], який дозволяє розташувати всі полюси передаточної функції замкнутої системи у заданих точках комплексної площини.

Відомо, що стійкість систем автоматичного керування визначається лише полюсами (коренями характеристичного рівняння) передаточної функції, але на показники якості впливають не тільки полюси, але й нулі передаточної функції. Для зниження інерційності системи необхідно розташовувати нулі та полюси передаточної функції якомога ближче один до одного [2]. У зв'язку з цим виникає можливість удосконалення методу синтезу за розташуванням полюсів.

Постановка задач дослідження. Метою дослідження є формулювання такого методу синтезу, що дозволяв би теоретично збільшувати швидкодію системи автоматичного керування до нескінченності, не зменшуючи показників якості.

Необхідно, щоб розроблений метод синтезу задовольняв наступним вимогам:

- дозволяв би прогнозовано покращувати показники якості в динаміці;
- мав алгоритм, що легко реалізується за допомогою програмних засобів.

Матеріали дослідження. Перша частина задачі синтезу системи автоматичного керування електромеханічним об'єктом зводиться до визначення коренів бажаного характеристичного рівняння. Кількість коренів характеристичного рівняння відповідатиме його порядку.

Спочатку необхідно обрати ті корені, що забезпечуватимуть потрібну тривалість перехідного процесу та допустимий рівень перерегулювання. В найбільш загальному випадку перехідний процес триває 4τ, де τ - стала часу системи. Дійсна частина коренів характеристичного рівняння визначається як $1/\tau$. Для забезпечення максимальної швидкодії з найменшим перерегулюванням 4,3% та коефіцієнтом затухання $\xi = 0{,}707$ слід обирати комплексно-спряжені корені з від'ємною дійсною частиною, що за абсолютною величиною дорівнює уявній. Наприклад, для системи, що має $\tau = 0{,}1$ с, корені характеристичного рівняння матимуть значення $\lambda_{1,2} = -10 \pm j10$. Якщо перерегулювання недопустиме за вимогами технологічного процесу, то слід обирати критично демпфовану систему з коефіцієнтом затухання $\xi = 1$ та дійсними рівними від'ємними коренями.

Інші корені бажаного характеристичного рівняння обираються таким чином, щоб компенсувати вплив нулів (коренів чисельника) передаточної функції вихідної системи, тобто корені бажаного характеристичного рівняння повинні дорівнювати нулям вихідної системи.

Друга частина задачі синтезу системи автоматичного керування електромеханічним об'єктом зводиться до знаходження коефіцієнтів K_i, що забезпечували б потрібне розташування коренів. При такому підході замкнута система може бути представлена у вигляді рис. 1.

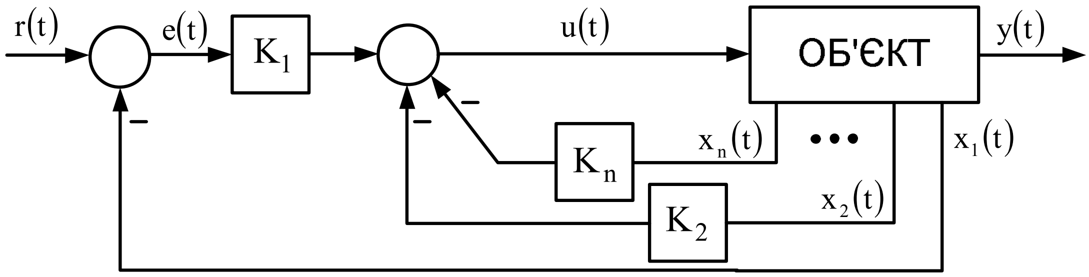

Рис.1. Структурна схема замкнутої системи автоматичного керування в просторі стану

Виходячи з моделі (рис. 1), для лінійної системи рівняння стану можна представити у вигляді

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) = Ax(t) - BKx(t). \qquad (1)$$

Аккерманом [1] була запропонована формула для визначення коефіцієнтів зворотних зв'язків матриці K.

При виконанні моделювання в канонічній формі керованості для об'єкта n-го порядку передаточна функція буде мати вигляд:

$$G(p)=\frac{b_{n-1}p^{n-1}+...+b_1p+b_0}{p^n+a_{n-1}p^{n-1}+...+a_1p+a_0}. \quad (2)$$

Рівняння стану для такої системи:

$$\begin{cases} \dot{x}(t)=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ... & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & ... & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & ... & -a_{n-1} \end{pmatrix} x(t)+\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t)=\begin{pmatrix} b_0 & b_1 & b_2 & ... & b_{n-1} \end{pmatrix} x(t) \end{cases}. \quad (3)$$

Всі елементи матриці A дорівнюють нулю, окрім елементів, розташованих безпосередньо над головною діагоналлю (вони дорівнюють одиниці), та елементів останнього рядка. В останньому рядку знаходяться від'ємні значення коефіцієнтів характеристичного рівняння системи. Для замкнутої системи в матриці $(A-BK)$ частина BK для канонічної форми керованості матиме вигляд:

$$BK=\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} K_1 & ... & K_{n-1} & K_n \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & ... & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & ... & 0 & 0 \\ K_1 & ... & K_{n-1} & K_n \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Матриця коефіцієнтів замкнутої системи $A_f=(A-BK)$ запишеться у такому вигляді:

$$A_f=A-BK=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ... & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & ... & 1 \\ -a_0-K_1 & -a_1-K_2 & -a_2-K_3 & ... & -a_{n-1}-K_n \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Ця матриця характерна для канонічної форми керованості, тому характеристичне рівняння замкнутої системи буде таким

$$|pI-A+BK|=p^n+(a_{n-1}+K_n)p^{n-1}+...+(a_1+K_2)p+(a_0+K_1)=0, \quad (6)$$

де I – одинична матриця.

Прирівнявши коефіцієнти при однакових степенях p рівняння (6) та бажаного характеристичного рівняння замкнутої системи $\alpha_б(p)=p^n+\alpha_{n-1}p^{n-1}+...+\alpha_1p+\alpha_0$, одержимо вираз (7) для визначення коефіцієнтів K_i:

$$K_i=\alpha_{i-1}-a_{i-1},\ i=1,\ 2,\ ...\ n. \quad (7)$$

Вираз (7) являє собою загальне розв'язання задачі синтезу шляхом розташування полюсів системи з одним входом та одним виходом, але для цього необхідно, щоб модель системи відповідала канонічній формі керованості. Цю вимогу важко виконати, бо змінні стану в такій моделі зазвичай не відповідають змінним стану реальної системи і не відображають фізичної сторони процесів, що відбуваються в системі автоматичного керування. Крім того, змінні стану системи, представленої в канонічній формі керованості, можуть бути недоступними для вимірювання.

Формула Аккермана заснована на перетворенні подібності, котре переводить модель довільної структури в канонічну форму керованості, після чого за виразом (7) визначаються коефіцієнти K_i. Потім одержаний розв'язок перераховується у відповідності до вихідної структури. Ці дії виконуються відповідно до формули Аккермана (8)

$$K=\begin{pmatrix} 0 & 0 & ... & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} B & AB & ... & A^{n-2}B & A^{n-1}B \end{pmatrix}^{-1}\alpha_б(A), \quad (8)$$

де $\alpha_б(A)=A^n+\alpha_{n-1}A^{n-1}+...+\alpha_1A+\alpha_0I$ – матричний поліном, складений за допомогою коефіцієнтів бажаного характеристичного рівняння.

Висновки. Наведена методика дозволяє теоретично нескінченно збільшити швидкодію системи без погіршення показників якості. На практиці швидкодія обмежена максимальним коефіцієнтом зворотного зв'язку за станом. Головною перевагою розрахунків за наведеним алгоритмом синтезу є легкість його програмної реалізації для виконання розрахунків за допомогою комп'ютера. Зокрема, MATLAB має вбудовану функцію acker, що автоматично розраховує коефіцієнти K, виконуючи досить складні матричні розрахунки.

Література.

1. Филлипс Ч., Харбор Р. Системы управления с обратной связью. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. - 616с.
2. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування. - К.: Либідь,1997. - 544с.