

Кременчугский государственный политехнический университет  
имени Михаила Остроградского**К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ ПУСКОВОЙ СИСТЕМЫ С ВИБРОУДАРНЫМ РАЗРУШЕНИЕМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СРЕДЫ**

**Введение.** Многие технологические жидкости, используемые в промышленности, способны, в силу ряда причин, образовывать твердообразные структуры, изменяющие механические параметры жидкости и придающие ей свойства упругости, пластичности и повышенной вязкости, которые повышают сопротивление жидкости деформациям сдвига, а следовательно, снижают текучесть и повышают сопротивление технологической среды силовому воздействию со стороны рабочих органов технологического оборудования. В результате этого повышаются как механические нагрузки на агрегаты технологического оборудования, так и электрические нагрузки в обмотках электрических машин, служащих в качестве приводов этих механизмов. Все вышеперечисленные явления образуют комплекс причин, во-первых, снижающих срок службы и приводящих к авариям оборудования и электропривода, во-вторых, повышающих расход энергоресурсов. Особенно сильно эти явления, усугубленные силами инерции со стороны как подвижных частей оборудования и привода, так и технологической среды, проявляются в момент пуска механизмов. Одним из методов предупреждения тяжелого пуска является предпусковая подготовка путем разогрева технологической среды с целью разрушения образовавшихся твердообразных структур. Другим методом предпусковой подготовки является предпусковая вибрационная обработка технологической среды. Эффективность второго метода была экспериментально подтверждена в работе [1]. Однако, с точки зрения проектирования системы управления необходим более детальный анализ динамических процессов, происходящих в момент пуска в системе «электропривод - технологический механизм - технологическая среда». Такой анализ позволил бы разработать методику расчета оптимальных, с точки зрения снижения пусковых нагрузок, систем управления электроприводом.

**Постановка задачи исследования.** Целью настоящей работы является аналитическое определение параметров движения рабочего органа технологического оборудования (центробежного насоса) в момент пуска с учетом демпфирования со стороны технологической среды, обладающей свойствами твердообразного тела.

**Материалы и результаты исследований.** В качестве исследуемого оборудования в настоящей работе рассматривается вертикальный трехступенчатый центробежный насос 20НА-22х3, используемый для выкачки из заглубленных емкостей тяжелых нефтепродуктов (мазут, битум) на НПЗ АО «Укртатнафта». В качестве привода насоса используется асинхронный электродвигатель МА-37 с параметрами:  $N=160$  кВт,  $n=1450$  об/мин.

Особенностью тяжелых нефтепродуктов является их способность к загустеванию при температурах от  $+25^{\circ}\text{C}$  до  $+42^{\circ}\text{C}$  (для мазутов) и выше (у битумов) с образованием твердообразных коагуляционных структур, обладающих повышенной вязкостью, упругостью и пластичностью, и, как следствие этого, малой подвижностью. Приемлемые для пуска характеристики эти среды приобретают при температурах  $+80^{\circ}\text{C}$  -  $+100^{\circ}\text{C}$ , разогрев до которых требует, во-первых, значительных энергозатрат, во-вторых, достаточно длительной по времени предпусковой подготовки. Таким образом, чисто термический метод разрушения коагуляционных структур является недостаточно эффективным. Более эффективным представляется сочетание термического разрушения коагуляционных структур с механическим путем управляемого виброударного воздействия рабочего органа на технологическую среду. Структурная схема управляемого привода (как управляемой виброударной системы) приведена на рисунке 1.

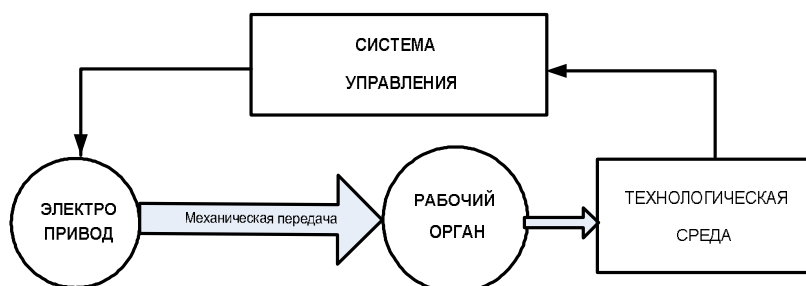


Рисунок 1. Структурная схема управляемого привода

Для исследования процесса виброударного воздействия рабочего органа на технологическую среду проанализируем параметры механической системы «привод-насос», схема которой приведена на рисунке 2, а механические параметры – в таблице 1.

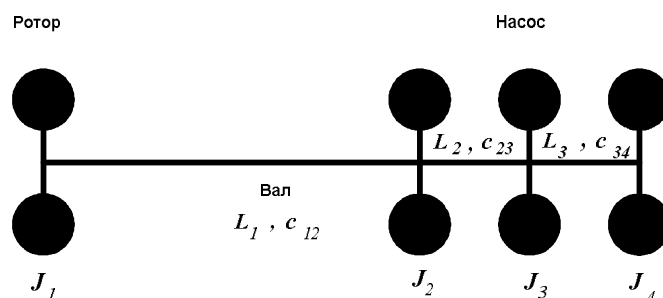


Рис. 2. Схема системы «насос-привод»

Таблица 1. Механические параметры исследуемой системы

| Название                                      | Обозначение      | Значение | Размерность       |
|---|------------------|----------|-------------------|
| Момент инерции ротора                         | $J_1$            | 7,571    | кг·м <sup>2</sup> |
| Моменты инерции рабочих колес насоса          | $J_2; J_3; J_4$  | 0,1457   | кг·м <sup>2</sup> |
| Длина вала                                    | $L_1$            | 8,338    | м                 |
| Расстояния между дисками рабочих колес насоса | $L_2; L_3$       | 0,0508   | м                 |
| Жесткость вала                                | $c_{12}$         | 2500     | кг·м              |
| Жесткости участков вала между дисками         | $c_{23}; c_{34}$ | 5219207  | кг·м              |

Преобразуем исходную схему к эквивалентной расчетной, сделав следующие допущения:

- т.к.  $c_{23} = c_{34} \gg c_{12}$ , то считаем, что участки 2-3 и 3-4 абсолютно жесткие и имеют нулевую длину;
- рабочие колеса заменяем эквивалентным диском с приведенным моментом инерции  $J_{пр} = J_2 + J_3 + J_4 = 0,4371 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

Полученная расчетная схема приведена на рисунке 3.

Как видно из рисунка 3, преобразованная (расчетная) схема представляет собой крутильный осциллятор с двумя степенями свободы, совершающий вынужденные демпфированные колебания. На систему в общем случае действуют:

- момент возбуждающих сил  $M(t)$ ;
- момент упругого сопротивления вала  $M_B = c(\varphi_1 - \varphi_2)$ , где  $c = c_{12}$ ,  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  - углы поворота ротора двигателя и рабочих колес насоса соответственно;
- моменты сопротивления: в подшипниках  $M_{D1} = b_1\dot{\varphi}_1$  и технологической среды  $M_{D2} = b_2\dot{\varphi}_2$ , где  $b_1 = b_2$  - коэффициенты сопротивления;
- моменты инерционных сил  $J_1\ddot{\varphi}_1$  и  $J_2\ddot{\varphi}_2$ .

Колебательные движения системы описываются уравнениями движения [3]:

$$\begin{cases} J_1\ddot{\varphi}_1 + b_1\dot{\varphi}_1 + c(\varphi_1 - \varphi_2) = M(t); \\ J_2\ddot{\varphi}_2 + b_2\dot{\varphi}_2 - c(\varphi_1 - \varphi_2) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Закон изменения возбуждающего момента  $M(t)$ , учитывая электромеханические характеристики асинхронной машины и исследуемый виброударный характер движения системы, задаем в виде последовательности прямоугольных импульсов (рисунок 4):

$$M(t) = \begin{cases} M_0, & t_0 \leq t \leq t_0 + \tau \\ 0, & t_0 + \tau \leq t \leq t_0 + T; t_0 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

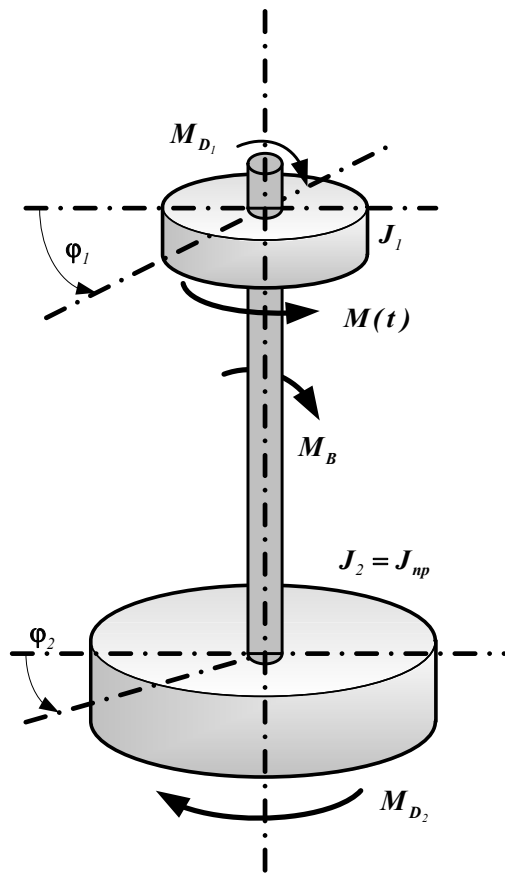


Рисунок 3. Расчетная схема системы

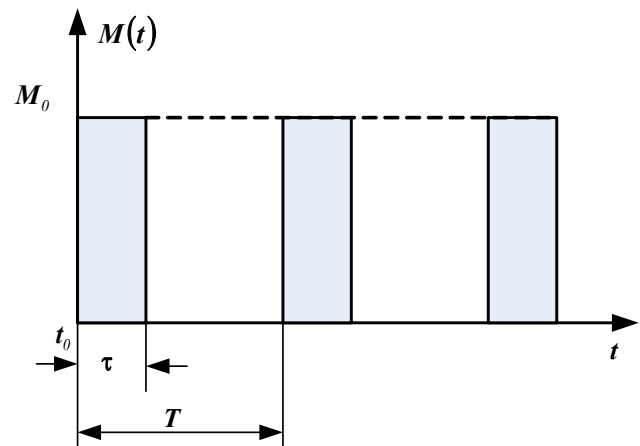


Рисунок 4. Форма импульсов возбуждающего момента

Так как в этом случае движение ротора машины происходит по несимметричному закону с периодом  $T$ , то функция  $M(t)$  может быть представлена в виде ряда Фурье:

$$M(t) = \sum_0^{\infty} \mu_n e^{in\omega t} = \sum_0^{\infty} x_n \cos \left( n\omega t + \arctg \frac{\mu_n}{v_n} \right); \quad \omega = \frac{2\pi}{T}; \quad x_n = \sqrt{\mu_n^2 + v_n^2}, \quad (3)$$

где  $\mu_n, v_n$  - коэффициенты Фурье, которые для прямоугольной формы колебаний (2) будут иметь вид [2]:

$$\mu_n = -\frac{M_0 [1 - \cos(n\omega\tau)]}{\pi n}; \quad v_n = -\frac{M_0 \sin(n\omega\tau)}{\pi n}; \quad \mu_0 = \frac{M_0 \tau}{T}. \quad (4)$$

Введя обозначения  $\omega_1^2 = \frac{c}{J_1}; \omega_2^2 = \frac{c}{J_2}; d_1 = \frac{b_1}{J_1}; d_2 = \frac{b_2}{J_2}$  и учитывая (3), представим систему (1) в виде:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_1 + d_1 \dot{\varphi}_1 + \omega_1^2 (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{J_1} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \mu_n e^{in\omega t}; \\ \ddot{\varphi}_2 + d_2 \dot{\varphi}_2 - \omega_2^2 (\varphi_1 - \varphi_2) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Системе (5) соответствуют начальные условия:

$$\begin{aligned} \varphi_1|_{t=+0} = 0; \quad \dot{\varphi}_1|_{t=+0} = 0; \\ \varphi_2|_{t=+0} = 0; \quad \dot{\varphi}_2|_{t=+0} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Из 2-го уравнения системы:

$$\varphi_1 = \frac{1}{\omega_2^2} (\ddot{\varphi}_2 + d_2 \dot{\varphi}_2 + \omega_2^2 \varphi_2), \quad \dot{\varphi}_1 = \frac{1}{\omega_2^2} (\dot{\varphi}_2 + d_2 \dot{\varphi}_2 + \omega_2^2 \dot{\varphi}_2), \quad \ddot{\varphi}_1 = \frac{1}{\omega_2^2} (\varphi_2^{IV} + d_2 \ddot{\varphi}_2 + \omega_2^2 \ddot{\varphi}_2). \quad (7)$$

Подставляя в 1-е уравнение, находим:

$$\frac{1}{\omega_2^2} (\varphi_2^{IV} + d_2 \ddot{\varphi}_2 + \omega_2^2 \ddot{\varphi}_2) + \frac{d_1}{\omega_2^2} (\dot{\varphi}_2 + d_2 \dot{\varphi}_2 + \omega_2^2 \dot{\varphi}_2) + \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} (\ddot{\varphi}_2 + d_2 \dot{\varphi}_2 + \omega_2^2 \varphi_2) - \omega_1^2 \varphi_2 = \frac{1}{J_1} \sum_0^{\infty} \mu_n e^{in\omega t}. \quad (8)$$

Таким образом, система (5) сводится к линейному неоднородному уравнению 4-го порядка:

$$\varphi^{IV} + (d_1 + d_2) \cdot \ddot{\varphi}_2 + (d_1 d_2 + \omega_1^2 + \omega_2^2) \cdot \dot{\varphi}_2 + (d_1 \omega_2^2 + d_2 \omega_1^2) \cdot \varphi_2 = \frac{\omega_2^2}{I_1} \sum_0^\infty \mu_n e^{in\omega t}, \quad (9)$$

общее решение которого представляет собой линейную комбинацию общего решения однородного уравнения

$$\varphi^{IV} + k_1 \ddot{\varphi}_2 + k_2 \dot{\varphi}_2 + k_3 \varphi_2 = 0, \quad (10)$$

и частного решения неоднородного уравнения (9)

$$\varphi_2 = \varphi_{2_0} + \tilde{\varphi}_2 \quad (11)$$

Находим общее решение уравнения (2), определив корни характеристического уравнения:

$$\lambda(\lambda^3 + k_1 \lambda^2 + k_2 \lambda + k_3) = 0. \quad (12)$$

откуда  $\lambda_1 = 0$ , а корни  $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  находим, решая по схеме Кардано уравнение:

$$\lambda^3 + k_1 \lambda^2 + k_2 \lambda + k_3 = 0 \quad (13)$$

С помощью подстановки  $\lambda = y - k_1/3$  уравнение (13) приводим к «неполному» виду:

$$y^3 + py + q = 0; \text{ где } p = -\frac{k_1^2}{3} + k_2; q = 2\left(\frac{k_1}{3}\right)^3 - \frac{k_1 k_2}{3} + k_3, \quad (14)$$

корни которого равны:

$$y_1 = A + B; y_{2,3} = -\frac{A+B}{2} - \frac{A-B}{2} i\sqrt{3}, \text{ или введя обозначения } \alpha = -\frac{A+B}{2}; \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{A-B}{2} \text{ и произведя}$$

преобразования, получим:

$$\lambda_2 = y_1 - k_1 = -(2\alpha + k_1); \lambda_{3,4} = (\alpha - k_1) \pm i\beta. \quad (15)$$

Тогда общее решение однородного линейного уравнения (10) будет иметь вид:

$$\varphi_{2_0} = C_1 + C_2 e^{-(2\alpha+k_1)t} + e^{(\alpha-k_1)t} (C_3 \cos \beta t + C_4 \sin \beta t). \quad (16)$$

Общее решение неоднородного линейного уравнения находим методом вариации произвольных постоянных [4], для чего уравнение (16) запишем в виде:

$$\varphi_2 = C_1(t) + C_2(t) e^{-(2\alpha+k_1)t} + C_3(t) e^{(\alpha-k_1)t} \cos \beta t + C_4(t) e^{(\alpha-k_1)t} \sin \beta t. \quad (17)$$

Составляем систему, из которой находим:

$$C'_1 = \frac{\Delta_1}{W(t)}; C'_2 = \frac{\Delta_2}{W(t)}; C'_3 = \frac{\Delta_3}{W(t)}; C'_4 = \frac{\Delta_4}{W(t)}, \quad (18)$$

Интегрируя выражения (18), находим постоянные  $C_1(t), C_2(t), C_3(t), C_4(t)$ .

Опуская промежуточные выражения, запишем уравнение (17) с учетом полученных выражений для произвольных постоянных:

$$\begin{aligned} \varphi_2(t) = & C_1(t) + C_2(t) e^{nt} + C_3(t) e^{\alpha t} \cos \beta t + C_4(t) e^{\alpha t} \sin \beta t = \frac{K_1}{\eta} \sum_{r=0}^{\infty} \left[ K_2 \frac{i}{r\omega} - K_3 \frac{\eta + ir\omega}{\eta^2 + r^2 \omega^2} \right] \mu_r e^{ir\omega t} - \\ & - \frac{K_1 K_3}{2\beta} \left\{ i \cos \beta t \left[ (K_{41} + iK_{42}) \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\alpha + (r\omega - \beta)i}{\alpha^2 + (r\omega - \beta)^2} \mu_r e^{(r\omega + \beta)t} + (K_{41} - iK_{42}) \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\alpha + (r\omega + \beta)i}{\alpha^2 + (r\omega + \beta)^2} \mu_r e^{(r\omega - \beta)t} \right] - \right. \\ & \left. - \sin \beta t \left[ (K_{41} - iK_{42}) \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\alpha + (r\omega + \beta)i}{\alpha^2 + (r\omega + \beta)^2} \mu_r e^{(r\omega + \beta)t} + (K_{41} + iK_{42}) \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\alpha + (r\omega - \beta)i}{\alpha^2 + (r\omega - \beta)^2} \mu_r e^{(r\omega - \beta)t} \right] \right\} + C_1 + \\ & + C_2 e^{nt} + C_3 e^{\alpha t} \cos \beta t + C_4 e^{\alpha t} \sin \beta t; \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} K_1 = & \frac{k_2^2}{I_1 [2\alpha\eta - \eta^2 K_3 - 1]}; K_2 = 1 - \eta K_3 (2\alpha + \eta K_3); K_3 = \alpha^2 + \beta^2; K_4 = K_{41} + iK_{42} = \\ & = (\alpha^2 - \beta^2 - \alpha\eta K_3) + i\{\beta[2\alpha - \eta K_3]\}; K_5 = K_{41} - iK_{42}. \end{aligned} \quad (20)$$

Для нахождения постоянных интегрирования исходного дифференциального уравнения (9) находим действительные части выражений для  $\varphi_2(t), \dot{\varphi}_2(t), \ddot{\varphi}_2(t)$ , находим их значения для  $t = 0$ , подставляем их в (7) и определяем значения  $\varphi_1(0)$  и  $\dot{\varphi}_1(0)$ . Далее, используя начальные условия, получаем систему алгебраических уравнений, из которых определяем постоянные интегрирования:

$$\begin{aligned}
C_1 &= -(C_2 + C_3 + A_{r1}); & C_2 &= -\frac{\alpha C_3 + \beta C_4 + A_{r2}}{\eta}; \\
C_3 &= \frac{\eta A_{r2} - A_{r3} - \beta p_3 C_4}{p_2}; & C_4 &= \frac{\eta(\eta p_2 + \alpha p_1) A_{r2} - p_1 A_{r3} - p_2 A_{r4}}{\beta(p_1 - p_3 p_4)};
\end{aligned}
\tag{21}$$

в выражениях (21) для сокращения записи приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
p_1 &= 1 + \alpha^2 - 3\beta^2; & p_2 &= \alpha^2 - \beta^2 - \eta\alpha; & p_3 &= 2\alpha - \eta; & p_4 &= 1 + \beta(\alpha^2 - 3\beta^2); \\
A_{r1} &= K_1 K_3 \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\mu_r}{\eta^2 + r^2 \omega^2} - \frac{K_1 K_3}{2\beta} \sum_{r=0}^{\infty} \mu_r \frac{(\delta_3 - \delta_2 - \delta_5)(\gamma_1 + \gamma_2)}{\gamma_1 \gamma_2}; \\
A_{r2} &= \frac{K_1}{\eta} \sum_{r=0}^{\infty} \mu_r \left[ \frac{r^2 \omega^2 (K_3 - K_2) - \eta^2 K_2}{\eta^2 + r^2 \omega^2} \right] - \frac{K_1 K_3}{2\beta} \sum_{r=0}^{\infty} \mu_r \times \\
&\times \frac{r\omega[(\gamma_1 + \gamma_2)(\delta_1 + \delta_4) - (\gamma_1 - \gamma_2)\delta_6] - 2\beta\gamma_1(\delta_1 + \delta_4 + \delta_6)}{\gamma_1 \gamma_2}; \\
A_{r3} &= K_1 K_3 \sum_{r=0}^{\infty} \mu_r \frac{r^2 \omega^2}{\eta^2 + r^2 \omega^2} + \frac{K_1 K_3}{2\beta} \left\{ \beta^2 \sum_{r=0}^{\infty} \mu_r \frac{(\delta_3 - \delta_2 - \delta_5)(\gamma_1 + \gamma_2)}{\gamma_1 \gamma_2} + \right. \\
&+ \sum_{r=0}^{\infty} \mu_r \left[ \frac{(\delta_3 - \delta_2 - \delta_5)(r\omega + \beta)^2}{\gamma_1} - \frac{(\delta_2 - \delta_3 - \delta_5)(r\omega - \beta)^2}{\gamma_2} \right] + 2\beta \sum_{r=0}^{\infty} \mu_r \times \\
&\times \left. \left[ \frac{(\delta_3 - \delta_2 + \delta_5)(r\omega + \beta)}{\gamma_2} - \frac{(\delta_5 - \delta_3 - \delta_2)(r\omega - \beta)}{\gamma_1} \right] \right\}; \\
A_{r4} &= \frac{K_1}{\eta} \sum_{r=0}^{\infty} \mu_r \left[ K_2(\eta^2 + r^2 \omega^2) - K_3 r^2 \omega^2 \right] \frac{r^2 \omega^2}{\eta^2 + r^2 \omega^2} + \frac{K_1 K_3}{2\beta} \sum_{r=0}^{\infty} \mu_r \times \\
&\times \left\{ \frac{(r\omega + \beta)(\delta_1 + \delta_4 - \delta_6)[3\beta^2 + (r\omega + \beta)^2]}{\gamma_1} - \frac{(r\omega - \beta)(\delta_1 + \delta_4 + \delta_6)[3\beta^2 - (r\omega - \beta)^2]}{\gamma_2} \right\}; \\
\delta_1 &= \alpha K_{41}; & \delta_2 &= \alpha K_{42}; & \delta_3 &= \beta K_{41}; & \delta_4 &= \beta K_{42}; & \delta_5 &= r\omega K_{41}; & \delta_6 &= r\omega K_{42}; \\
\gamma_1 &= \alpha^2 + (r\omega - \beta)^2; & \gamma_2 &= \alpha^2 + (r\omega + \beta)^2.
\end{aligned}$$

**Выводы.** В результате данной работы аналитическим путем исследован процесс виброударного воздействия рабочего органа на технологическую среду. В результате решения уравнений движения получены выражения для параметров вынужденных крутильных колебаний рабочего органа механической системы «привод-насос»: амплитуды колебаний  $\varphi_2(t)$ , угловых скорости  $\dot{\varphi}_2(t)$  и ускорения  $\ddot{\varphi}_2(t)$  и динамической резкости  $\ddot{\varphi}_2(t)$ , которые функционально зависят от реологических свойств технологической среды, параметров системы «привод-насос» и параметров виброударного воздействия – частоты и амплитуды импульсов, создаваемых приводом. Решение данной задачи получено в комплексном виде. Действительная часть характеризует воздействие активных сил сопротивления, а мнимая, соответственно, воздействие реактивных сил. Поскольку рассматриваемая система является гибридной, т.е. включает систему с сосредоточенными параметрами (механическая система «привод-насос») и систему с распределенными параметрами (технологическая среда), то для численного решения необходимо дополнительно рассмотреть волновое уравнение, учитывающее реологические свойства среды и позволяющее определить числовые значения коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\eta$  в зависимости от частоты и продолжительности виброударного воздействия.

#### Литература.

1. А.И. Гладир. Система поліпшення характеристик рушання й пуску електроприводів змінного струму. Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук – Вінниця, ВНТУ, 2005 р. - 20 с.
2. И.И. Назаренко. Прикладные задачи теории вибрационных систем. – Киев, ИСИО. - 1993 г. - 216 с.
3. К. Магнус. Колебания. – М.: Мир, 1982 г. – 304 с.
4. Л.С. Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М., Наука, 1970 г., 332 с.