Съянов А.М ***Украина***
Кулик М.В. ***Днепродзержинск***

Днепродзержинский государственный технический университет

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ДЛЯ СОВМЕСТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ С ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ ЭНЕРГИИ

Введение. При создании и оптимальном проектировании электромеханических преобразователей переменного тока с микропроцессорным управлением разработчику необходимы достоверные знания о сущности физических процессов, протекающих в статических и динамических режимах работы. Только на основе знаний законов функционирования составных звеньев сложных систем можно создать специальные микропроцессоры, способные осуществлять сбор информации, вырабатывать оптимальные решения по управлению этими системами, контролировать выходные параметры. Основным и наиболее сложным звеном в электромеханическом преобразователе переменного тока является асинхронный двигатель (АД) [1,2]. Обычно математическая модель АД представляется в различных преобразованных системах координат. Система координат d, q, 0 неподвижна относительно ротора и вращается относительно статора с частотой ротора, т. е. $\omega_к = \omega_2$ (где $\omega_к$ – угловая частота вращения системы координат; ω_2 – угловая частота вращения ротора). Система координат x, y, 0 вращается синхронно с частотой поля статора, т.е. $\omega_к = \omega_1$ (где ω_1 – угловая частота вращения поля статора). Система координат α, β, 0 неподвижна относительно осей обмоток статора, т. е. $\omega_к = 0$. Система координат u, v, 0 вращается с произвольной угловой частотой $\omega_к = var$. В зависимости от поставленных задач исследований применяется та или иная система координат. В этом заключаются сложность использования этих систем координат, т. е. при исследовании одной и той же электрической машины в различных режимах работы необходимо переходить от одной к другой системе координат. Запись дифференциальных уравнений в реальных фазовых координатах позволяет использовать одну математическую модель. При этом можно значительно усложнить модели введением дополнительных контуров с токами, что позволяет учесть отдельные конструктивные элементы АД и особенности конструкции.

Постановка задачи исследования. Разработка математических моделей АД в фазных системах координат с линейными и нелинейными электромагнитными параметрами.

Материалы исследования. Для приближенных расчетов и определения предельных (максимальных) электромагнитных величин, а также для предварительной оценки общего характера протекания переходных процессов в АД при питании от преобразователя энергии можно пользоваться упрощенными математическими моделями. Здесь подразумеваются модели АД с двумя обмотками, то есть по одной обмотке на статоре и роторе. В данном случае не рассматриваются процессы в шихтованных сердечниках статора и ротора.

Трехфазные обмотки статора и ротора соединены в звезду. Оси фаз обмотки ротора сдвинуты относительно осей фаз обмотки статора на произвольный угол γ. Для данной схемы на основе второго законов Кирхгофа уравнения записываются в виде

$$[u] = [R][i] + \frac{d[L(\gamma)][i]}{dt}, \tag{1}$$

где $[u] = [u_A \;\; u_B \;\; u_C \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0]^T$; $[R] = diag[r_A \;\; r_B \;\; r_C \;\; r_X \;\; r_Y \;\; r_Z]$; $[i] = [i_A \;\; i_B \;\; i_C \;\; i_X \;\; i_Y \;\; i_Z]^T$; $[L(\gamma)] = [[L_1] \;\; [L_2]]$;

$$[L_1] = \begin{bmatrix} L_A & M_{AB}\cos(2\pi/3) & M_{AC}\cos(2\pi/3) \\ M_{BA}\cos(2\pi/3) & L_B & M_{BC}\cos(2\pi/3) \\ M_{CA}\cos(2\pi/3) & M_{CB}\cos(2\pi/3) & L_C \\ M_{XA}\cos(p\gamma) & M_{XB}\cos(p\gamma - 2\pi/3) & M_{XC}\cos(p\gamma + 2\pi/3) \\ M_{YA}\cos(p\gamma + 2\pi/3) & M_{YB}\cos(p\gamma) & M_{YC}\cos(p\gamma - 2\pi/3) \\ M_{ZA}\cos(p\gamma - 2\pi/3) & M_{ZB}\cos(p\gamma + 2\pi/3) & M_{ZC}\cos(p\gamma) \end{bmatrix};$$

$$[L_2] = \begin{bmatrix} M_{XA}\cos(p\gamma) & M_{XB}\cos(p\gamma - 2\pi/3) & M_{XC}\cos(p\gamma + 2\pi/3) \\ M_{YA}\cos(p\gamma + 2\pi/3) & M_{YB}\cos(p\gamma) & M_{YC}\cos(p\gamma - 2\pi/3) \\ M_{ZA}\cos(p\gamma - 2\pi/3) & M_{ZB}\cos(p\gamma + 2\pi/3) & M_{ZC}\cos(p\gamma) \\ L_X & M_{XY}\cos(2\pi/3) & M_{XZ}\cos(2\pi/3) \\ M_{YX}\cos(2\pi/3) & L_Y & M_{YZ}\cos(2\pi/3) \\ M_{ZX}\cos(2\pi/3) & M_{ZY}\cos(2\pi/3) & L_Z \end{bmatrix},$$

где u_A, u_B и u_C - мгновенные значения фазных напряжений;
r - активные сопротивления фаз;
L - собственные индуктивности фаз обмоток;

γ - геометрический угол поворота ротора относительно осей фаз обмоток;

M - взаимные индуктивности между фазами обмоток.

Индексы в (1) и далее означают: A, B и C - фазы обмотки статора; X, Y и Z - фазы обмотки ротора.

В системе дифференциальных уравнений (1) некоторые собственные и взаимные индуктивности зависят от угла поворота ротора и скольжения, которые в свою очередь зависят от времени. Приняв, что электромагнитные параметры постоянны и не зависят от угла поворота ротора, то есть являются взаимно независимыми и выполнив дифференцирование последнего члена выражения (1), получим

$$[u]=[R][i]+[L(\gamma)]\frac{d[i]}{dt}+\frac{\partial[L(\gamma)]}{\partial\gamma}\omega_2 p[i]. \tag{2}$$

Обозначив в уравнении (2) выражение $\partial[L(\gamma)]/\partial\gamma$ через $[G(\gamma)]$, приведем его к виду

$$[u]=[R][i]+[L(\gamma)]\frac{d[i]}{dt}+[G(\gamma)]\omega_2 p[i],$$

где ω_2 – угловая частота вращения ротора;

p – число полюсов.

Полученную систему дифференциальных уравнений электромагнитного равновесия дополняем дифференциальным уравнением движения или механического равновесия

$$\frac{d\omega_2}{dt}=(m-m_н)/J_\Sigma; \tag{3}$$

где m - электромагнитный момент двигателя;

$m_н$ - момент нагрузки;

J_Σ - суммарный момент инерции ротора и связанных с ним вращающихся масс.

Для определения электромагнитного момента запишем выражение запаса электромагнитной энергии в системе электромагнитно-связанных контуров с токами:

$$W_{эм}=\frac{1}{2}[i]^T[\Psi(\gamma)].$$

Электромагнитный момент двигателя определяется частной производной по геометрическому углу поворота ротора от общего запаса электромагнитной энергии:

$$m=\partial W_{эм}/\partial\gamma.$$

Опустив промежуточные преобразования, найдем выражение электромагнитного момента

$$m=L_m p\{[(2i_X+i_Y)i_A+2(i_X+i_Y)i_B]\sin p\gamma+(i_A i_Y-i_B i_X)\sqrt{3}\cos p\gamma\}.$$

Таким образом, уравнения (2) и (3) составляют полную систему дифференциальных уравнений АД с двумя обмотками, которая позволяет проводить исследования электромагнитных и электромеханических переходных процессов.

В случае использования нелинейных электромагнитных параметров, зависящих от скольжения, система уравнений (2) примет вид

$$[u]=[R][i]+[L(\gamma,s)]\frac{d[i]}{dt}+\frac{\partial[L(\gamma,s)]}{\partial\gamma}\omega_2 p[i]+\frac{\partial[L(\gamma,s)]}{\partial s}\frac{ds}{dt}[i].$$

При использовании электромагнитных параметров, зависящих от тока, получим систему дифференциальных уравнений вида

$$[u]=[R][i]+\left([L(\gamma,i)]+\left[\frac{\partial L(\gamma,i)}{\partial i}\right]\right)\frac{d[i]}{dt}+\frac{\partial[L(\gamma,i)]}{\partial\gamma}\omega_2 p[i].$$

Выводы. Представленные модели позволяют при расчетах получать реальные значения токов, использовать фазные значения напряжения. В моделях используются как постоянные электромагнитные параметры, рассчитанные по справочным данным, так и нелинейные, зависящие от скольжения или от тока. Для решения систем дифференциальных уравнений могут использоваться различные алгоритмические языки программирования, а для моделирования преобразователей энергии с АД - программа Simulink. При этом предпочтительно представлять АД S – Function.

Литература.

1. Вейц В.Л., Вербовой П.Ф., Вольберг О.Л., Съянов А.М. Синтез электромеханических приводов с цифровым управлением. АН Украины. Ин-т электродинамики. Киев: Наук. Думка, 1991. - 232 с.
2. Вербовой П.Ф., Заболотный А.П., Съянов А.М. Асинхронные двигатели для тиристорного электропривода. АН Украины. Ин-т электродинамики. Киев: Наук. Думка, 1994. - 244 с.

Съянов А.М., Кулик М.В. Математические модели асинхронного двигателя для совместного моделирования с преобразователем энергии.

В работе показаны математические модели асинхронного двигателя для совместного моделирования с преобразователями энергии. Модели представлены в виде дифференциальных уравнений записанных для линейных и нелинейных электромагнитных параметров асинхронного двигателя. Для решения систем дифференциальных уравнений могут использоваться различные алгоритмические языки программирования, а для моделирования преобразователей энергии с асинхронным двигателем программа Simulink при этом асинхронный двигатель представляется S – Function.

Syanov A.M., Kulік M.V. Mathematical of model of the asynchronous machine for joint modeling with the converter of energy.

In work mathematical models of the asynchronous machine for joint modeling with converters of energy are shown. Models are submitted as the differential equations of the written down for linear and nonlinear electromagnetic parameters of the asynchronous machine. For the decision of systems of the differential equations various algorithmic languages of programming can be used, and for modeling converters of energy with the asynchronous machine program Simulink thus the asynchronous machine is represented S - Function.