Синчук И.О. ***Украина***
Пасько О.В. ***Кривой Рог – Харьков***

Криворожский технический университет
Украинская государственная академия железнодорожного транспорта

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ В ТЯГОВОМ ЭЛЕКТРОПРИВОДЕ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Введение. Различными подвидами тягового электропривода потребляется до 9% производимой в стране электрической энергии. Вызвано это прежде всего тем, что эксплуатируемый тяговый электропривод - двигатели постоянного тока – резисторные системы управления (СУ) является неэкономичным и требует своей скорейшей замены на более современные виды, каковыми являются электроприводы переменного тока с асинхронными тяговыми двигателями (АД) и импульсными СУ на основе автономных инверторов (АИ).

Постановка задач исследования. Применение в тяговом электроприводе импульсных преобразователей сопряжено с необходимостью отстройки их функционирования при исчезновении напряжения питания от контактной сети (КС). Как показывают исследования, неустойчивость токосъема между КС и пантографом электровоза является обычным фактором, и в отдельных случаях, особенно в рудничной тяге, 75-85% времени цикла движения электровоза это неустойчивый токосъем или что тоже самое исчезновение напряжения питания ТЭП на различные интервалы времени от 0,01с. до 4с. и более, т.е. ТЭП рудничных электровозов подавляющую часть времени работает в неустановившихся режимах.

Настоящая статья посвящена описанию предлагаемой методики анализа переходных процессов в тяговом приводе. При этом предполагается, что напряжение на интервале между коммутациями вентилей АИ постоянно (т.е. не учитываются процессы на входе инвертора) и считается постоянной скорость двигателя в течение всего переходного процесса.

Такое положение требует специальных дополнительных исследований переходных процессов с выявлением конкретных особенностей с целью разработки эффективной СУ с элементами адаптации от вышеназванных режимов.

Цель исследований - получение аналитических уравнений, позволяющих проводить анализ электромагнитных процессов в тяговом электроприводе переменного тока с АД и АИ.

Материалы исследования. Представим изображаемый вектор напряжения питания двигателя на n-ном интервале между периодами коммутаций в виде:

$$\vec{V}_n = V_0 e^{j\frac{\pi}{3}n}, \tag{1}$$

где $n = 0,1,2...$

Такое представление $\vec{V}_n$ справедливо при питании трехфазного АД от АИ со 180-градусном законом коммутации. В (1) V_0-модуль вектора $\vec{V}_n$, равный 2/3 входного напряжения АИ V_d.

Рассмотрим известные уравнения электромагнитных процессов в АД при питании последнего напряжением вида (1), справедливые на любом интервале между коммутациями:

$$\left.\begin{aligned}
&V_n = \frac{R_1L_2}{L_1L_2 - L^2_{12}}\cdot\overline{\Psi}_1 - \frac{R_1L_{12}}{L_1L_2 - L^2_{12}}\cdot\overline{\Psi}_2 + \frac{d\overline{\Psi}_1}{dt};\\
&0 = \frac{R_2L_1}{L_1L_2 - L^2_{12}}\cdot\overline{\Psi}_2 - \frac{R_2L_{12}}{L_1L_2 - L^2_{12}}\cdot\overline{\Psi}_1 + \frac{d\overline{\Psi}_\beta}{dt} - j\omega\overline{\Psi}_2;\\
&\overline{I}_1 = \frac{L_2\overline{\Psi}_1 - L_{12}\overline{\Psi}_2}{L_1L_2 - L^2_{12}};\quad \overline{I}_2 = \frac{L_1\overline{\Psi}_2 - L_{12}\overline{\Psi}_1}{L_1L_2 - L^2_{12}}
\end{aligned}\right\}. \tag{2}$$

Здесь $\overline{\Psi}_1, \overline{\Psi}_2, \overline{I}_1, \overline{I}_2$ - изображающие векторы потокосцепления и токов статора и ротора АД;

$R_1, R_2, L_1, L_2, L_{12}$ - параметры машины;

ω - частота вращения ротора.

Произведем замену переменной t на $\bar{t} = \frac{t}{\tau}$, где τ - длительность интервала между коммутациями вентилей АИ, причем в нашем случае $\tau = \frac{I}{\sigma f_1}$, где f_1 - частота питающего напряжения.

Исключим из первых двух выражений системы (2) $\overline{\Psi_1}$. Тогда получим дифференциальное неоднородное уравнение относительно потокосцепления $\overline{\Psi_2}$ ротора:

$$\tau^2 a\overline{V}_n = \frac{d^2\overline{\Psi}^2}{dt_2} + \tau a_1 = \frac{d\overline{\Psi}_2}{dt_2} + \tau^2 a_2 \overline{\Psi}_2 . \tag{3}$$

Здесь a, a_1, a_2 - постоянные комплексные коэффициенты, равные соответственно:

$$a = \frac{L_{12}R_2}{L_1L_2 - L^2_{12}};\ a_1 = \frac{L_1R_2 + L_2R_1}{L_1L_2 - L^2_{12}} - j\omega;\ a_2 = \frac{R_1(R_2 - j\omega L_2)}{L_1L_2 - L^2_{12}} . \tag{4}$$

Решение уравнения (3) для n-го интервала τ выглядит так:

$$\overline{\Psi_2}(\bar{t}) = \frac{a}{a^2}\overline{V}_n + A_n e^{P_1(\bar{t}-n)} + B_n e^{P_2(\bar{t}-n)} . \tag{5}$$

Здесь $n \le \bar{t} \le n+1$ - время (относительное) на рассматриваемом интервале;

$P_{1,2} = \tau(-\frac{a_1}{2} + \sqrt{\frac{a^2{}_1}{4} - a_2}$ - корни характеристического уравнения с учетом относительности времени;

$A_n; B_n$ - постоянные на интервале комплексные коэффициенты, зависящие от начальных условий на интервале.

Для определения A_n, B_n рассмотрим условия перехода от интервала n к последующему:

$$\left.\begin{aligned} &\overline{\Psi_2[n-0]} = \overline{\Psi_2}[n+0]; \\ &\frac{d\overline{\Psi_2}}{dt}[n-0] = \frac{d\overline{\Psi_2}}{dt}[n+0] \end{aligned}\right\}. \tag{6}$$

Из уравнения (5) с помощью (6) путем несложных преобразований получаем при $\bar{t} = n$ уравнения, связывающие значения коэффициентов A_n, B_n на рассматриваемом интервале с их значениями на предыдущем и нулевом интервалах:

$$\left.\begin{aligned} A_n &= A_{n-1}e^{P_1} + A_0 e^{j\frac{\pi}{3}(n-1)}(e^{j\frac{\pi}{3}} - 1); \\ B_n &= B_{n-1}e^{P_2} + B_0 e^{j\frac{\pi}{3}(n-1)}(e^{j\frac{\pi}{3}} - 1) \end{aligned}\right\}. \tag{7}$$

При этом для нулевого интервала получаем:

$$\left.\begin{aligned} A_0 &= -\frac{aP_2}{a_2(P_2 - P_1)} \cdot V_0; \\ B_0 &= -\frac{aP_1}{a_2(P_1 - P_2)} \end{aligned}\right\}. \tag{8}$$

Уравнения (7) являются разностными уравнениями относительно A, B. Решая их с помощью Д-преобразования, имеем:

$$\left.\begin{aligned} A_n &= A_0\left[e^{P_{1n}} - (e^{j\frac{\pi}{3}} - 1)\cdot\frac{e^{P_{1n}} - e^{j\frac{\pi}{3}n}}{e^{P_1} - e^{j\frac{\pi}{3}}}\right]; \\ B_n &= B_0\left[e^{P_{2n}} - (e^{j\frac{\pi}{3}} - 1)\cdot\frac{e^{P_{2n}} - e^{j\frac{\pi}{3}}}{e^{P_1} - e^{j\frac{\pi}{3}}}\right] \end{aligned}\right\}. \tag{9}$$

Таким образом, определены коэффициенты A_n, B_n для любого интервала, что равносильно определению связи между граничными условиями на интервале «τ». Подставляя (9) в (5), имеем для потокосцепления ротора:

$$\overline{\Psi_2}(t) = \frac{a}{a_2}V_0\left\{e^{j\frac{\pi}{3}n} - \frac{P_2}{P_2 - P_1}\left[e^{P_1 n} + (e^{j\frac{\pi}{3}} - 1)\cdot\frac{e^{P_1 n} - e^{j\frac{\pi}{3}n}}{e^{P_1} - e^{j\frac{\pi}{3}}}\right]\cdot e^{P_1(\bar{t}-n)} + \right.$$

$$\left. + \frac{P_1}{P_2 - P_1}\left[e^{P_2 n}(e^{j\frac{\pi}{3}} - 1)\cdot\frac{e^{P_2 n} - e^{j\frac{\pi}{3}n}}{e_{P_2} - e^{j\frac{\pi}{3}}}\right]e^{P_2(\bar{t}-n)}\right\}. \tag{10}$$

Из второго уравнения системы (2), зная $\overline{\Psi_2}(\bar{t})$, а, следовательно, и $\frac{d\overline{\Psi_2}(\bar{t})}{dt}$, имеем для $\overline{\Psi_1}$:

$$\overline{\Psi_1}(\bar{t})=\frac{в}{a_2}\cdot V_0\left\{e^{j\frac{\pi}{3}n}-\frac{P_2(в\tau+P_1)}{в(P_2-P_1)}\left[e^{P_1 n}-\left(e^{j\frac{\pi}{3}}-1\right)\cdot\frac{e^{P_1 n}-e^{j\frac{\pi}{3}n}}{e(P_1-P_2)}\cdot e^{P_1(\bar{t}-n)}-\frac{P_1(в\tau-P_2)}{в(P_1-P_2)}\cdot\right.\right.$$

$$\left.\left[e^{P_2 n}-\left(e^{j\frac{\pi}{3}}-1\right)\cdot\frac{e^{P_2 n}-e^{j\frac{\pi}{3}n}}{e^{P_2}-e^{j\frac{\pi}{3}}}\right]\cdot e^{P_2(\bar{t}-n)}\right\}, \tag{11}$$

где $в=\frac{R_2L_1}{L_1L_2-L^2_{12}}-j\omega$.

Из двух последних уравнений – уравнений связи – системы (2) с помощью (10) и (11) имеем для тока статора:

$$\bar{I}_1(\bar{t})=\frac{V_0}{R_1}\left\{e^{j\frac{\pi}{3}n}-\left[1+\frac{P_1P_2}{\tau(R_2-j\omega L_2)}\right]\frac{P_2}{P_2-P_1}\cdot\left[e^{P_1 n}-(e^{j\frac{\pi}{3}}-1)\frac{e^{P_1 n}-e^{j\frac{\pi}{3}n}}{e^{P_1}-e^{j\frac{\pi}{3}}}\right]\cdot e^{P_1(\bar{t}-n)}-\right.$$

$$\left.-\left[1+\frac{P_2L_2}{\tau(R_2-j\omega L_2)}\right]\cdot\left[e^{P_2 n}-\left(e^{j\frac{\pi}{3}}-1\right)\cdot\frac{e^{P_2 n}-e^{j\frac{\pi}{3}n}}{e^{P_2}-e^{j\frac{\pi}{3}}}\right]\cdot\frac{P_1}{P_1-P_2}\cdot e^{P_2(\bar{t}-n)}\right\}. \tag{12}$$

И для тока ротора:

$$\bar{I}_2(\bar{t})=\frac{jV_0\cdot L_m\cdot\omega}{R_1(R_2-j\omega L_2)}\left\{e^{j\frac{\pi}{3}n}-\left(\frac{P}{j\omega\tau}\right)\cdot\frac{P_2}{P_2-P_1}\cdot\left[e^{P_1 n}+(e^{j\frac{\pi}{3}}-1)\cdot\frac{e^{P_1 n}-e^{j\frac{\pi}{3}n}}{e^{P_1}-e^{j\frac{\pi}{3}}}\right]\cdot e^{P_1(\bar{t}-n)}-\left(1-\frac{P_2}{j\omega t}\right)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left[e^{P_2 n}+(e^{j\frac{\pi}{3}-1})\frac{e^{P_1 n}-e^{j\frac{\pi}{3}n}}{e^{P_1}-e^{j\frac{\pi}{3}}}\right]\cdot\frac{P_1}{P_1-P_2}\cdot e^{P_2(\bar{t}-n)}\right\}. \tag{13}$$

Электромагнитный момент М двигателя может быть получен по векторам, скажем, потокосцеплений:

$$M=\frac{3P\cdot L_{12}}{2(L_1L_2-L^2_{12})}\mathrm{Re}\left\{j\overline{\Psi_2}\,\overline{\Psi_1}^*\right\}. \tag{14}$$

Здесь P - число пар полюсов машины; $\overline{\Psi_1}^*$ - вектор, сопряженный вектору $\overline{\Psi_1}$.

Преимуществом рассмотренного метода является отсутствие необходимости предварительного расчета всего процесса от включения или даже от одного периода.

Для установившихся процессов (бесконечно удаленный от момента включения интервал «τ») выражения (10)–(13) упрощаются, ибо все составляющие, содержащие $e^{p_1 n}$ и $e^{p_2 n}$ $n\to\infty$, обращаются при в нуль, так как вещественные части обоих корней всегда отрицательны.

Выводы. Полученные уравнения (10)-(13) позволяют для конкретного АД, задаваясь частотой вращения ротора, частотой модуляции напряжения питания и величиной наброса (изменения) напряжения, рассчитывать необходимые значения параметров как в установившихся, так и в переходных режимах.