

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕГАРМОНИЧЕСКИХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ И СИСТЕМАХ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Введение. Общая теория математического моделирования различных периодических процессов, например, энергетических, развивается в настоящее время за счет роста порядка описывающих их систем уравнений и повышения точности получаемых решений с помощью численных и численно-аналитических методов. Однако, при таком традиционном подходе построение наглядных и удобных для исследования пространственных моделей сопряжено со значительными трудностями и удается в очень редких случаях.

Математическое моделирование и анализ периодических энергетических процессов в электрических цепях и системах с переменными параметрами при несинусоидальных напряжениях и токах является важной научной проблемой, тесно связанной с решением ряда теоретических и прикладных задач.

Актуальность этой проблемы состоит в том, что указанные системы широко применяются в различных областях электротехники, электроэнергетики, радиотехники и преобразовательной техники, включая системы электропитания общего назначения, а также системы питания электроприводов.

При разработке, проектировании и расчете рабочих режимов в указанных электрических цепях и системах необходимо находить и использовать для анализа математические модели исследуемых периодических (квазиустановившихся) энергетических процессов. Работам в этой области посвящен ряд публикаций [1-3]. Однако в указанных публикациях при анализе и аналитическом расчете установившихся энергетических процессов традиционно используются методы математического моделирования, основанные на использовании ограниченного количества гармонических составляющих напряжений и токов, действующих в цепях и системах и имеющих существенно несинусоидальную форму. Поэтому получаемые в результате энергетические соотношения являются приближенными и требуют оценки погрешности выполненных расчетов.

Кроме того, другой недостаток используемого традиционного подхода заключается в том, что квазиустановившийся энергетический процесс исследуется с помощью одной или нескольких одномерных моделей, каждая из которых отражает (моделирует) не весь электрофизический процесс, а лишь отдельные его стороны.

Постановка задачи и цель исследования.

С целью повышения точности выполняемых расчетов указанных энергетических процессов и нахождения универсальной трехмерной (пространственной) модели предложено для решения такого типа задач применить метод геометрического моделирования, который позволяет в значительной степени уменьшить оба указанные выше недостатка.

Предложенный метод геометрического моделирования состоит в том, что некоторый физический (энергетический) процесс отображается как единое целое в виде пространственной геометрической модели на криволинейной поверхности с помощью соответствующей системы уравнений. Это дает возможность изучать энергетический процесс с помощью его геометрической модели, которую можно находить на основе векторного представления полной мощности \mathbf{S} и ее ортогональных составляющих \mathbf{P} , \mathbf{Q} , \mathbf{N} в евклидовой системе координат:

$$\bar{\mathbf{S}} = \mathbf{P}\bar{\mathbf{i}} + \mathbf{Q}\bar{\mathbf{j}} + \mathbf{N}\bar{\mathbf{k}}. \quad (1)$$

При этом ортогональность составляющих векторов \mathbf{P} , \mathbf{Q} и \mathbf{N} является физически обусловленной, что следует из уравнения энергетического баланса, выражающего закон сохранения энергии:

$$P^2 + Q^2 + N^2 = S^2. \quad (2)$$

Основное содержание исследования.

В работе приведены результаты расчета и нахождения трехмерных геометрических моделей энергетических процессов в некоторых электрических цепях и системах с переменными параметрами при негармонических входных напряжениях.

Особенность моделируемых и изучаемых периодических энергетических процессов, как было указано, состоит в том, что напряжения и токи во всех элементах цепи с изменяющимися параметрами являются существенно негармоническими функциями времени, содержащими бесконечный спектр гармоник. Поэтому при расчете и нахождении трехмерных геометрических моделей указанных процессов использованы исходные соотношения, определяющие составляющие полной мощности S на входе цепи или системы согласно теории электрических цепей [4, 5]:

$$P = \sum_{k=0}^{\infty} U_k I_k \cos \phi_k = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \phi_k; \quad (3)$$

$$Q = \sum_{k=0}^{\infty} U_k I_k \sin \phi_k ; \quad (4)$$

$$S = U \cdot I = \sqrt{\left(\sum_{k=0}^{\infty} U_k^2 \right) \cdot \left(\sum_{k=0}^{\infty} I_k^2 \right)} ; \quad (5)$$

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} , \quad (6)$$

где P – активная составляющая;

Q – реактивная составляющая;

T – мощность искажения;

ϕ_k – фазовый угол гармоники порядка k .

В качестве входного сигнала при построении трехмерных математических моделей указанных энергетических процессов было использовано периодическое знакопеременное напряжение в форме меандра, представимое в виде полного ряда Фурье, содержащего бесконечный спектр гармоник [4, 5].

В качестве известных величин были выбраны физические параметры электрических цепей типа RL и RC . При этом частота следования негармонических сигналов $\Omega = \text{const}$, а переменной величиной является добротность, которая изменяется в широких пределах: $1 \leq q \leq 200$. При этом суммы бесконечных рядов, найденных на основе выражений (3) – (5), являются точными, поскольку эти ряды обладают высокой сходимостью.

Выводы. На примерах решения задач для указанных электрических цепей первого порядка с переменными параметрами показано, что геометрические модели периодических энергетических негармонических процессов представляют собой пространственные кривые общего вида, расположенные на поверхности сферы единичного радиуса, так как кривизна и кручение не равны нулю [4-7]. В результате решения этих задач найдены расчетные соотношения между физическими параметрами исследуемых электрических объектов и геометрическими параметрами адекватных им трехмерных моделей (длина кривой, кривизна, кручение, угол между кривыми), что позволяет выполнить уточненный сравнительный анализ исследуемых энергетических процессов на основе геометрических моделей с учетом соответствующих им физическим и геометрическим параметрам.

Геометрическое отображение исследуемых энергетических процессов на сферическую поверхность обладает свойствами непрерывности и взаимно-однозначного соответствия, а также является эффективным инструментом для исследования этих процессов.

Кроме того, геометрическое моделирование значительно расширяет возможности исследователей, так как позволяет наряду с аппаратом математического анализа применить аппарат аналитической и дифференциальной геометрии. При этом отображение указанных процессов с помощью трехмерных геометрических моделей приводит к геометрии Римана на сферической поверхности.

Преимуществом трехмерных геометрических моделей энергетических процессов и рабочих режимов в радиотехнических цепях и системах являются их информативность, универсальность, компактность, наглядность и удобство для исследования и представления полученных результатов. При этом для исследования геометрических моделей, соответствующих уравнениям (3) - (6), используется математический аппарат аналитической и дифференциальной геометрии [7-9].

Литература.

1. Конев Ю.И. и др. Транзисторные усилители и преобразователи. Передовой научно-технический и производственный опыт. ГОСИНТИ, 1963, № 28-63-58/13.
2. Rye T.P. High-power transistor DC converters. *Electronic and Radio Engineering*, 1959, v. 36, № 3, March.
3. Никитин В.Б. Транзисторные преобразователи постоянного напряжения в синусоидальное // Полупроводниковые приборы и их применение. Сб. статей под ред. Я.А.Федотова. Вып. 14. – М.: Советское радио, 1965. – С. 243-259.
4. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. – Л.: Энергия. – 1967. – Т. 1. – Ч. 2. – 522 с.
5. Зернов Н.В., Карпов В.Г. Теория радиотехнических цепей. – Л.: Энергия, 1972. – 816 с.
6. Погорелов А.В. Лекции по аналитической геометрии. – Харьков: Изд-во Харьковского гос. Ун-та, 1963. – 182 с.
7. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – Харьков: Изд-во Харьковского гос. Ун-та, 1965. – 185 с.
8. Постников И.М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1979. – 312 с.
9. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия: Методы и приложения. – М.: Наука, Главн. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 760 с.

Gorbachev M.N.

Geometric simulation of periodic nonharmonic power processes in electric circuits and systems with alternate parameters.

Summary

The elements of theory of geometric simulation is proposed and formulated for quasisteady periodic power processes in dirigible electric circuits and systems with alternate parameters.