

## РАЗДЕЛ «ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА. ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА»

УДК 62-83

САДОВОЙ А.В., д.т.н., профессор  
ДЕРЕЦ А.Л., к.т.н., доцент

Днепродзержинский государственный технический университет

### СИНТЕЗ МЕТОДОМ N-i ПЕРЕКЛЮЧЕНИЙ РЕЛЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА БЕЗ ВНУТРЕННИХ ОГРАНИЧЕНИЙ

*В роботі отримано співвідношення величини східчастого сигналу завдання та параметрів релейної системи регулювання, які забезпечують оптимальний за швидкістю аперіодичний перехідний процес системи четвертого порядку.*

*В работе получены соотношения величины ступенчатого сигнала задания и параметров релейной системы регулирования, которые обеспечивают оптимальный по быстродействию аперiodический переходный процесс системы четвертого порядка.*

*In this paper obtained correlation for magnitude of performing input step with parameters of sliding mode control system, which provides time-optimal aperiodical transient in fourth-order dynamic system.*

**Введение.** Переходная траектория оптимального по быстродействию переходного процесса, протекающего в условиях ограничения хотя бы одной промежуточной координаты, является сугубо нелинейной. Воспроизведение нелинейной траектории релейной системой управления с легко технически реализуемыми линейными функциями переключения регуляторов обеспечивается применением метода N-i переключений, основанного на учете ограничений канонических координат системы. Синтез данным методом системы управления без внутренних ограничений является методологически корректным, если в качестве базовых величин при расчете параметров алгоритмов управления воспользоваться максимальными значениями производных регулируемой координаты, достигаемыми при обработке заданного скачка.

Для оптимизации по быстродействию технически простых релейных систем подчиненного регулирования с линейными функциями переключения в условиях достижения всеми переменными состояниями уровней ограничения разработан метод N-i переключений [1]. В работах [2-4] выполнена модификация процедуры данного метода применительно к системам 3-го порядка для случаев отсутствия ограничений по одной или нескольким промежуточным координатам.

**Постановка задачи.** Распространение микропроцессорных средств управления электроприводами делает актуальной разработку способов адаптации регуляторов, синтезированных методом N-i переключений, к изменению условий течения переходных процессов, влекущему за собой изменение формы переходной траектории. Предпосылкой к успешному функционированию адаптивной системы служит предельная простота расчетов, выполняемых при синтезе данным методом, что допускает модификацию настроек регуляторов в реальном времени. Целью работы является разработка алгоритма оптимизации по быстродействию систем четвертого порядка, не имеющих ограничений на внутренние координаты, а также режимов малых отклонений систем с ограничениями на основании величины заданного скачка выходной координаты.

**Результаты работы.** Большинство электромеханических систем независимо от их порядка  $N$  имеет один канал передачи управляющего воздействия. Эта особенность структуры позволяет вполне адекватно описать их динамические режимы в пространстве канонических координат, представив ограничение управляющего воздействия эквивалентным ограничением  $N$ -й производной регулируемой величины  $\Omega$ . Математическое описание замкнутой по вектору канонических координат релейной системы подчиненного регулирования 4-го порядка имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} u_{p1} = \varphi^* = & \\ = -\varphi_{\max} \cdot \text{sign}(\Omega - \Omega^* + K_{\Omega\varphi} \cdot \varphi + K_{\varphi\omega} \cdot \omega + K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon) & \\ u_{p2} = \omega^* = & -\omega_{\max} \cdot \text{sign}(\varphi - \varphi^* + K_{\varphi\omega} \cdot \omega + K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{p3} = \varepsilon^* = & -\varepsilon_{\max} \cdot \text{sign}(\omega - \omega^* + K_{\omega\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{p4} = a^* = & -a_{\max} \cdot \text{sign}(\varepsilon - \varepsilon^*) \end{aligned} \right\}, \quad \text{где} \quad \begin{pmatrix} \Omega \\ \varphi \\ \omega \\ \varepsilon \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Omega \\ p\Omega \\ p^2\Omega \\ p^3\Omega \\ p^4\Omega \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$p = d/dt$ ;  $u_{pi}$  – сигнал  $i$ -го (считая от входа) регулятора; индексами «max» отмечены максимальные значения канонических координат, достигаемые при обработке системой заданного скачка  $\Omega^*$ ; символом «\*» отмечены также заданные значения промежуточных координат, формируемые регуляторами;  $K_{ij}$  – коэффициенты обратных связей.

Принятая в (1) система буквенных обозначений  $k$ -х производных регулируемой координаты  $p^k\Omega$  заимствована из работ [2 - 4] и призвана облегчить восприятие расчета прогнозируемой переходной траектории, которая представлена на рис.1.

Для систем без внутренних ограничений максимальные значения всех канонических координат, кроме  $a = p^N\Omega$ , не предопределены к началу переходного процесса, а целиком зависят от величины скачка задающего воздействия. Благодаря исключитель-

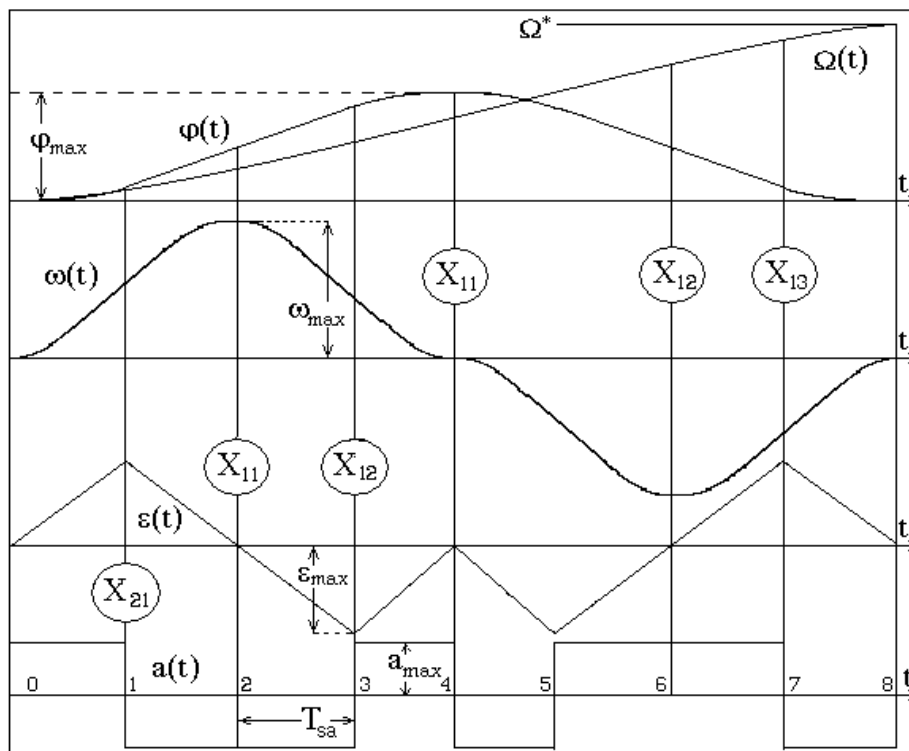


Рисунок 1 – Расчетные диаграммы оптимального по быстродействию процесса

но простому виду расчетной траектории (рис. 1) и неизменности ее формы, во всем диапазоне малых перемещений может быть установлена однозначная аналитическая связь между величиной отрабатываемого скачка  $\Omega^*$  и максимумами промежуточных координат, которые в свою очередь являются исходными данными для синтеза регуляторов.

Для определения  $N-i$  коэффициентов обратных связей  $i$ -го регулятора системы (1) необходимо в  $N-i$  характерных точках траектории рассмотреть условие переключения, состоящее в равенстве нулю подсигнатурного выражения данного регулятора. Получим систему  $N-i$  линейных уравнений, коэффициентами в которых выступают значения канонических координат в точках переключения. Переключения регуляторов в характерных точках являются обязательными для ее воспроизведения. На рассматриваемой траектории характерными являются точки  $X_{ik}$ , которые на рисунке 1 обозначены как секущие временных диаграмм в моменты необходимых переключений. Значение индекса  $k$  точки  $X_{ik}$  соответствует также хронологическому порядку переключения  $i$ -го регулятора на оптимальной траектории.

Регулятор  $R_4$  в данной структуре имеет единичную главную обратную связь и не требует параметрической оптимизации. Регулятор  $R_3$  образует с частью объекта управления подсистему второго порядка. Для его синтеза необходимы координаты одной характерной точки  $X_{31}$ , требованиям к которой удовлетворяет точка 1 (рис. 1).

Значения переменных состояния в точках 1–8 рассчитываются как суммы ряда Тейлора с конечным числом членов. В точке 1 они принимают значения:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{\max} = a_{\max} T_{sa}; \quad \omega_1 = a_{\max} \frac{T_{sa}^2}{2}; \quad \varphi_1 = a_{\max} \frac{T_{sa}^3}{6}; \quad \Omega_1 = a_{\max} \frac{T_{sa}^4}{24}. \quad (2)$$

Подстановка значений (2) с учетом  $(\omega - \omega^*)_1 = -\omega_1$  в уравнение переключения регулятора  $R_3$  системы (1) приводит к выражению  $-\omega_1 + K_{\omega\varepsilon} \cdot \varepsilon_1 = 0$  и позволяет найти коэффициент обратной связи:

$$K_{\omega\varepsilon} = \frac{\omega_1}{\varepsilon_1} = \frac{a_{\max} T_{sa}^2}{2a_{\max} T_{sa}} = \frac{1}{2} T_{sa} = \frac{\varepsilon_{\max}}{2a_{\max}}. \quad (3)$$

Заметим, что при синтезе внутренних подсистем регулирования используется неполный вектор канонических координат.

Регулятор  $R_2$  подсистемы третьего порядка синтезируется методом  $N-i$  переключений по двум характерным точкам переключения  $X_{21}$ ,  $X_{22}$ , требованиям к которым удовлетворяют точки 2 и 3 соответственно. Синтез  $R_2$  возможен уже после расчета точки 2, благодаря отображению точки 1 в 3, с помощью следующих преобразований:

$$(\varphi - \varphi^*)_3 = -\varphi_1; \quad \omega_3 = \omega_1; \quad \varepsilon_3 = -\varepsilon_1. \quad (4)$$

Система двух линейных алгебраических уравнений для определения двух неизвестных коэффициентов обратных связей  $K_{\varphi\omega}$ ,  $K_{\varphi\varepsilon}$  имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} -\varphi_2 + K_{\varphi\omega} \cdot \omega_2 - K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon_2 &= 0 \\ -\varphi_3 + K_{\varphi\omega} \cdot \omega_3 - K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon_3 &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Определим координаты вектора состояния в точке 2 путем интегрирования на интервале 1-2:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{\max} - a_{\max} \cdot T_{sa} = 0; \quad \omega_2 = \omega_1 - a_{\max} \cdot \frac{T_{sa}^2}{2} + \varepsilon_{\max} \cdot T_{sa};$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \omega_1 \cdot T_{sa} + \varepsilon_{\max} \cdot \frac{T_{sa}^2}{2} - a_{\max} \cdot \frac{T_{sa}^3}{6}.$$

С учетом соотношений (2) получим

$$\varepsilon_2 = 0; \quad \omega_2 = a_{\max} T_{sa}^2 = \omega_{\max}; \quad \varphi_2 = a_{\max} T_{sa}^3; \quad \Omega_2 = \frac{7}{12} a_{\max} T_{sa}^4. \quad (6)$$

Подставив (4) и (6) в (5), найдем поочередно из 1-го и 2-го уравнений:

$$K_{\varphi\omega} = T_{sa}, \quad K_{\varphi\varepsilon} = \frac{T_{sa}^2}{3}. \quad (7)$$

Регулятор  $R_1$  системы четвертого порядка синтезируется по трем характерным точкам переключения  $X_{11}$ ,  $X_{12}$ ,  $X_{13}$ , которые в сквозной нумерации рис.1 обозначены как 4, 6, 7 соответственно. Система уравнений, составленных в этих характерных точках, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} -\Omega_4 + K_{\Omega\varphi}\varphi_4 - K_{\Omega\omega} \cdot \omega_4 + K_{\Omega\varepsilon} \cdot \varepsilon_4 &= 0 \\ -\Omega_6 + K_{\Omega\varphi}\varphi_6 - K_{\Omega\omega} \cdot \omega_6 + K_{\Omega\varepsilon} \cdot \varepsilon_6 &= 0 \\ -\Omega_7 + K_{\Omega\varphi}\varphi_7 - K_{\Omega\omega} \cdot \omega_7 + K_{\Omega\varepsilon} \cdot \varepsilon_7 &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

Синтез  $R_1$  возможен уже после расчета точки 4, благодаря отображению точки 1 в 7 и точки 2 в 6, с помощью следующих преобразований:

$$\left. \begin{aligned} (\Omega - \Omega^*)_7 &= -\Omega_1; \varphi_7 = \varphi_1; \omega_7 = -\omega_1; \varepsilon_7 = \varepsilon_1 \\ (\Omega - \Omega^*)_6 &= -\Omega_2; \varphi_6 = \varphi_2; \omega_6 = -\omega_2; \varepsilon_6 = \varepsilon_2 \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

Значения координат состояния в точке 4 найдем, выполнив интегрирование на участках 2-3, 3-4 описанным выше способом:

$$\varepsilon_4 = 0; \quad \omega_4 = 0; \quad \varphi_4 = 2a_{\max} T_{sa}^3 = \varphi_{\max}; \quad \Omega_4 = 4a_{\max} T_{sa}^4. \quad (10)$$

Подставив соотношения (10) и (9) в уравнения (8), найдем

$$K_{\Omega\varphi} = 2T_{sa}, \quad K_{\Omega\omega} = \frac{17}{12} T_{sa}^2, \quad K_{\Omega\varepsilon} = \frac{5}{12} T_{sa}^3. \quad (11)$$

Формулы (3), (7), (11) демонстрируют зависимость коэффициентов обратных связей исключительно от длительности интервалов постоянства сигнала управления, которая в свою очередь однозначно связана с величиной обрабатываемого перемещения  $\Omega^* = \Omega_8$ . На основании симметрии прогнозируемой траектории без дальнейшего поинтервального интегрирования определим выходную координату  $\Omega$  в конечной точке 8 оптимального по быстродействию переходного процесса как  $\Omega_8 = 2\Omega_4 = 8 \cdot a_{\max} \cdot T_{sa}^4$ .

Следовательно, для любого изменения входного сигнала  $\Omega^*$  может быть определена длительность интервала стабилизации управляющего сигнала

$$T_{sa} = 4 \sqrt{\frac{|\Omega^*|}{8 \cdot a_{\max}}}, \quad (12)$$

через которую, как было показано выше, в компактной форме выражаются коэффициенты обратных связей  $K_{jj}$  и максимумы промежуточных координат, составляющие параметры управляющей части системы (1).

Наряду с расчетом коэффициентов обратных связей перенастройка параметров системы (1) на малое перемещение требует также присвоения уровням ограничения промежуточных координат новых значений

$$\varepsilon_{\max} = a_{\max} \cdot T_{sa}; \quad \omega_{\max} = a_{\max} \cdot T_{sa}^2, \quad \varphi_{\max} = 2a_{\max} \cdot T_{sa}^3. \quad (13)$$

Окончательно алгоритм адаптации релейной системы подчиненного регулирования к отработке ступенчатого задающего воздействия произвольной величины в соответствии с оптимальной по быстродействию расчетной траекторией сводится к выполнению последовательности вычислений по формулам (12), (13), (3), (7), (11).

**Выводы.** Предложенный алгоритм определения параметров релейной системы подчиненного регулирования как функций величины скачка задающего воздействия может применяться в режиме реального времени для настройки системы управления электроприводом 4-го порядка на оптимальную по быстродействию отработку произвольного ступенчатого задания выходной координаты. Исключительная простота полученных расчетных соотношений достигнута благодаря прогнозированию переходной траектории наиболее общего вида. Способ построения траектории может варьироваться, поскольку служит в контексте метода N-i переключений вспомогательным элементом оригинальной процедуры определения параметров замкнутой по вектору состояния системы на основании желаемого вида ее временной характеристики. Однако любое уточнение расчетной траектории сопряжено с заметным усложнением алгоритма перенастройки параметров системы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Садовой А.В., Дерез А.Л. Оптимизация по быстродействию релейных систем подчиненного регулирования методом N-i переключений/ Вестник НТУ ХПИ "Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика". Серия «Электротехника, электроника, электропривод». – Харьков. – 2004. – №43. – С.53-56.
2. Садовой А.В., Дерез А.Л. Рациональное ограничение ускорения электроприводов, синтезируемых методом N-i переключений/ Вестник КГПУ. – Кременчуг 2006. – Выпуск 3/2006 (38). – С.21-22.
3. Садовой А.В., Дерез А.Л. Оптимизация по быстродействию методом N-i переключений режимов малых перемещений позиционного электропривода/ Вестник КГПУ. – Кременчуг 2007. – Выпуск 3/2007 (44). – С.15-17.
4. Садовой А.В., Дерез А.Л. Оптимизация по быстродействию режимов средних перемещений позиционных релейных СУЭП методом N-i переключений/ Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета (технические науки): Тематический выпуск "Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика". – Днепродзержинск: ДГТУ. – 2007. – С.420-422.

Днепродзержинский государственный технический университет

## МНОГОМЕРНЫЕ СКОЛЬЗЯЩИЕ РЕЖИМЫ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ С ПОДЧИНЕННЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ КООРДИНАТ

*У роботі здійснена розробка, дослідження й практична реалізація системи підпорядкованого керування, в якій висока динамічна точність відтворення впливів завдання, низька чутливість до параметричних і координатних збурень, відсутність пульсацій регульованих координат досягнуті за рахунок поділу різнометрових рухів у контурах шляхом застосування методу «еквівалентного» керування й організації в ній багатомірних ковзних режимів.*

*В работе осуществлена разработка, исследование и практическая реализация системы подчиненного управления, в которой высокая динамическая точность воспроизведения задающих воздействий, низкая чувствительность к параметрическим и координатным возмущениям, отсутствие пульсаций регулируемых координат достигнуты за счет разделения разнометровых движений в контурах путем применения метода «эквивалентного» управления и организации в ней многомерных скользящих режимов.*

*In operation the development, research and practical embodying of a system of the subordinate control in which high dynamic accuracy of reproduction of assigning effects is realized, low responsivity to parametric and coordinate perturbations, lack of pulsations of regulated coordinates are reached at the expense of separation of motions in circuits by application of a method "of «equivalent» control and architecture in it of multidimensional sliding conditions.*

**Введение.** К актуальным задачам в области повышения качества работы электромеханических систем относится создание новых структур и алгоритмов управления (АУ), применение которых по сравнению с традиционно используемыми методами обеспечит: требуемое быстродействие, точность, стабильность и глубину регулирования координат; необходимую полосу пропускания, равномерность изменения регулируемых переменных и отсутствие перерегулирований. Применяемые АУ должны гарантировать высокую надежность, управление ограничением координат на требуемом уровне в переходных и статических режимах при низкой чувствительности к параметрическим и координатным возмущениям. Решение указанных проблем на основе применения принципов линейной теории управления зачастую оказывается неэффективным. По этой причине все более широкое применение находят нелинейные системы, устойчивые при неограниченном увеличении коэффициента усиления. Структурно-алгоритмический синтез [1] таких систем, основанный на совместном применении теоремы А.М.Ляпунова об асимптотической устойчивости и задачи аналитического конструирования релейных регуляторов, приводит к алгоритмам и структурам систем, работающих в скользящем режиме (СР).

**Постановка задачи.** Задачей настоящей статьи является обобщение опыта реализации систем разрывного управления координатами электропривода, разработка и исследование АУ и реализующих их структур, позволяющих обеспечить многомерные скользящие режимы (МСР).

**Результаты работы.** Эффективность применения МСР теоретически доказана многими авторами [2, 3]. Многомерным принято называть СР, формируемый в системе произвольного порядка с целью обеспечения движения изображающей точки по многообразию пересечений "m" поверхностей переключения  $S_e^T=0$  ( $e=1, \dots, m$ ). Однако, для традиционно выполняемых по принципам каскадно-подчиненного управления глубокорегулируемых электроприводов (ЭП) с высоким качеством формирования координат организация МСР на основе применения прямых разрывных управлений (РУ) во внутренних и внешних контурах регулирования (КР) не нашла широкого применения. Причиной этому являются следующие особенности взаимодействия контурных релейных регуляторов выходной и промежуточных координат ЭП при совместной их работе в СР. При вхождении в СР регулятора внешнего КР он подчиняет себе работу релейного регулятора внутреннего КР, размыкает его и фактически разрушает в нем режим скольжения. Без форсирования СР во внешнем КР с помощью обратных связей по производным реальная частота скольжения в нем значительно ниже частот СР регулятора внутреннего КР. В этом случае резко увеличиваются пульсации внутренней координаты, нарушается достигаемая при работе в СР линейность свойств внутреннего КР, его инвариантность к возмущающим воздействиям, способность активного токоограничения.

При управлении многомерными многосвязными структурами ЭП, осуществляемом без форсировок СР регуляторов внешних контуров, достигаемых при использовании производных, создание систем с МСР на основе прямых РУ затруднено. Решение этой проблемы возможно путем создания методов расчета и схемотехнических решений, позволяющих уже на этапах синтеза АУ с учетом структурной иерархии системы предопределить и обеспечить оптимальное взаимодействие КР, позволяющее организовать МСР в системе управления (СУ). Сложность решения перечисленных проблем привела к тому, что результаты работ по созданию МСР для структур с прямыми РУ во внешних и внутренних КР в серийно выпускаемых ЭП не нашли своего практического применения.

Альтернативным первому является путь организации МСР при сочетании непрямых РУ во внешних КР с прямыми РУ во внутреннем КР. Он может быть реализован на основе практического использования метода «эквивалентного» управления (ЭУ), широко применяемого в теории автоматического управления для формализации описания и анализа автоматических систем РУ. Этот метод фактически представляет собой формальную математическую процедуру, в соответствии с которой для систем общего вида с линейным вхождением управления

$$dX/dt = A(X, t) \cdot X + B(X, t) \cdot U + f(X, t), \quad (1)$$

где  $X$  – вектор переменных состояния;

$A(X, t)$ ,  $B(X, t)$  и  $f(X, t)$  – матрицы размерностей  $(n \times n)$ ,  $(n \times m)$  и  $(n \times 1)$ ;

$f(X, t)$  – матрица возмущающих воздействий;

$U$  – вектор управления, компоненты которого на выбранных в процессе синтеза поверхностях переключения  $S(X) = 0$  претерпевают разрывы:

$$U = \begin{cases} U_{\max} & \text{при } S(X) > 0 \\ -U_{\max} & \text{при } S(X) < 0 \end{cases}$$

На траекториях движения вдоль линии скольжения  $S(X) = 0$  приравнивают нулю производную по времени функции переключения:

$$dS/dt = G(X, t) f(X, t) + G(X, t) B(X, t) U = 0, \quad (2)$$

решают уравнение (2) относительно  $U = U_{eq}$ , называемого "эквивалентным" управлением:

$$U_{eq}(t) = - [G(X, t) B(X, t)]^{-1} G(X, t) f(X, t). \quad (3)$$

Управление  $U_{eq}(t)$  не содержит разрывного сигнала и представляет собой аналог непрерывного управления в функции координат ОУ, обеспечивающий такой же характер движения ОУ по  $S(X)=0$  и желаемые свойства СУ, как и исходный сигнал РУ, по которому вычисляется  $U_{eq}(t)$ . В отличие от доопределений СР на границах разрывов, полученных в работах А.Ф.Филиппова [4], М.А.Айзермана и Е.С.Пятницкого [5], рассматриваемая концепция имеет не только теоретическое значение как одна из эффективных процедур анализа и синтеза систем с РУ, но и важное практическое значение при использовании ее в качестве средства организации МСР в системах РУ.

Из всего множества вариантов построения систем с непрямым РУ, классификация которых приведена в [3], для многоконтурных систем с подчиненным регулированием координат наиболее целесообразным является применение метода «эквивалентного» управления [2], реализуемого путем разделения разнотемповых движений во внешних и внутренних КР. При этом сигнал управления на выходе релейного регулятора внешнего контура при работе его в СР с изменяющимися в широких пределах частотой и скважностью может быть разделен на «высокочастотную» составляющую, имеющую частоту СР, и «низкочастотную» составляющую. Последняя является для подчиненного ему внутреннего КР основным задающим воздействием и имеет темпы изменения, совпадающие с темпами изменения регулируемых координат внутреннего КР в статических и динамических режимах.

В теории и практике систем управления со СР [2] для выделения эквивалентного управления (ВЭУ) используют линейные фильтры первого порядка [3], однако, собственные параметры таких элементов должны изменяться в соответствии с изменениями частоты СР и размеров пограничного слоя гиперплоскости скольжения, что ограничивает применение их без цепей адаптации параметров. Наиболее перспективным является применение [3] устройств ВЭУ на основе моделей ОУ.

Ввиду слабой освещенности в литературе вопросов, связанных с анализом особенностей работы многоконтурных релейных систем в СР и оценкой инвариантности каждого из КР к возмущающим воздействиям, исследование таких систем осуществим методом математического моделирования с применением цифровых средств моделирования. В качестве примера используем модель двухконтурной релейной СУ со структурной схемой, представленной на рис.1. В исследуемой СУ использован ОУ, описываемый математической моделью в канонической форме по управлению:

$$dX_1 / dt = A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + f_1 ; \quad dX_2 / dt = A_{21}X_1 + A_{22}X_2 + B_2U + f_2 . \quad (4)$$

На рис.1 представлены структурные схемы двухконтурных релейных СУ с ОУ второго порядка для исследования режимов с прямыми (рис.1.а) и непрямыми (рис.1, б) РУ во внешнем КР.

На схемах обозначены:

$X_1^*$  – задающее воздействие на входе СУ;

$X_1, X_2$  – координаты ОУ;

$X_{02}$  – эквивалентное управление внешнего КР (рис1, б);

$f_1, f_2$  – возмущающие воздействия ОУ;

$U_{r1 а,б}, U_{r2 а,б}, U_{r02}$  – выходные напряжения регуляторов P1а,б, P2а,б и P02, формируемые по законам:



- модель СУ с прямыми РУ в КР

$$\left. \begin{aligned} U_{r1a} &= U_{mr1a} \cdot \text{sgn } e_{1a} = U_{mr1a} \cdot \text{sgn } (X_1^* - X_1 - K0 \cdot X_2) \\ U_{r2a} &= U_{mr2a} \cdot \text{sgn } e_{2a} = U_{mr2a} \cdot \text{sgn } (U_{r1a} - X_2) \end{aligned} \right\} . \quad (5)$$

- модель СУ с непрямыми РУ во внешнем и прямыми РУ во внутреннем КР

$$\left. \begin{aligned} U_{r16} &= U_{mr16} \cdot \text{sgn } e_{16} = U_{mr16} \cdot \text{sgn } (X_1^* - X_1 - K1 \cdot X_2 - K2 \cdot (X_{02} - X_2)) \\ U_{r26} &= U_{mr26} \cdot \text{sgn } e_{2a} = U_{mr26} \cdot \text{sgn } (X_{02} - X_2) \\ U_{r02} &= U_{mr02} \cdot \text{sgn } e_{02} = U_{mr02} \cdot \text{sgn } (U_{r16} - K3 \cdot X_2 - K4 \cdot (X_{02} - X_2)) \end{aligned} \right\} . \quad (6)$$

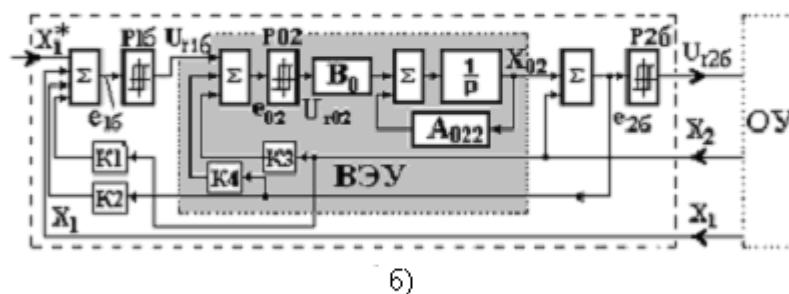
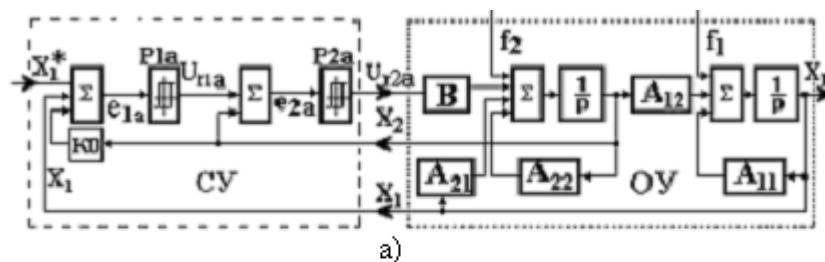


Рисунок 1 - Структурные схемы двухконтурных релейных СУ с ОУ второго порядка для исследования режимов с прямыми (а) и непрямыми РУ во внешнем КР (б)

В выражениях (5), (6) обозначены:  $U_{mr 1a,6}$ ,  $U_{mr 2a,6}$ ,  $U_{mr 02}$  – модули амплитуд напряжений на выходах релейных регуляторов P1a,б, P2a,б и P02;  $e_{1a,6}$ ,  $e_{2a,6}$ ,  $e_{02}$  – напряжения на входах регуляторов; K0, K1, K2, K3, K4 – постоянные коэффициенты.

Для сопоставления эффективности работы каждой из моделей СУ моделирование осуществлялось при их работе с математической моделью ОУ (4), имеющей одинаковые параметры, при одинаковых значениях уровней ограничения  $U_{mr 1a,6}$ ,  $U_{mr 2a,6}$  релейных регуляторов P1a,б и P2a,б, законах и уровнях изменения задающего  $X_1^*(t)$  и возмущающих  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  воздействий. В ВЭУ использована модель первого звена ОУ с параметрами  $B_0=B$ ,  $A_{022}=A_{22}$  и релейный элемент P02 с уровнем ограничения  $U_{mr 02}=U_{mr 26}$ .

На рис.2 показаны результаты исследования работы моделей СУ с АУ (5) рис.2,а и с АУ (6) рис.2,б, полученные путем цифрового моделирования. Осциллограммы переходных процессов сигналов  $X_1^*(t)$ ,  $X_1(t)$ ,  $f_1(t)$ ,  $U_{r1a,6}(t)$ ,  $X_2(t)$ ,  $f_2(t)$ ,  $U_{r2a,6}(t)$  отражают следующие режимы работы систем: 0 -  $t_1$  работа систем при  $X_1^* = 0$ ;  $t_1 - t$  работа систем при  $X_1^* = 1$ ;  $t_1 - t_5$  – интервал изменения координаты  $X_1$  до значения  $X_1 = X_1^*$ .

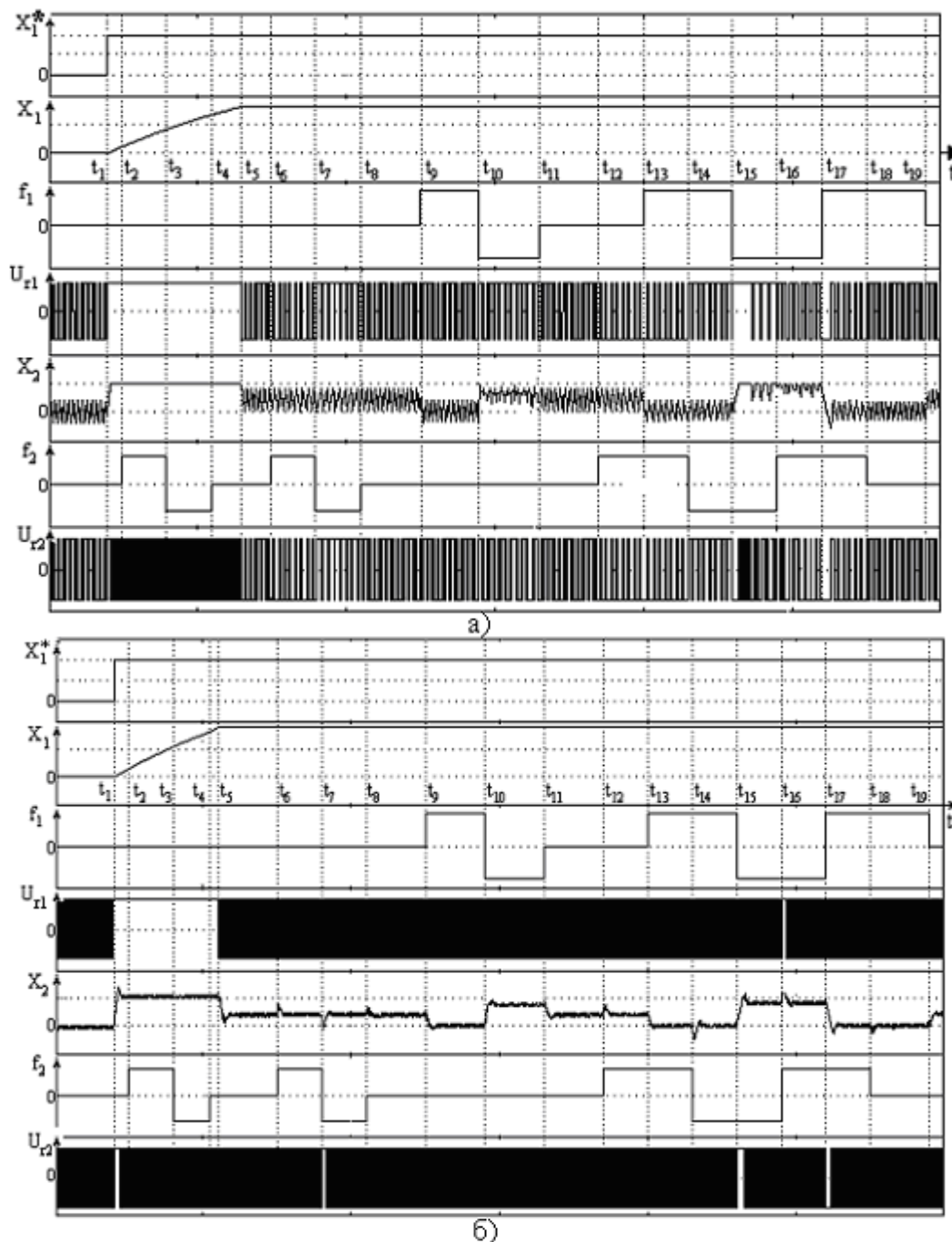


Рисунок 2 - Результаты исследования двухконтурных систем с прямыми (а) и непрямыми (б) РУ во внешних КР

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод об эффективности практической реализации МСР. Пульсации  $X_2(t)$  уменьшаются более чем в пять раз. Частоты переключения регуляторов СУ значительно повышаются.

Существенным недостатком устройств выделения  $U_{eq}(t)$  является постоянство параметров применяемых для ВЭУ дополнительных динамических подсистем, которое при значительных изменениях частот СР и скажностей сигналов управления, изменениях параметров ОУ, режимов их работы и приложенных возмущающих воздействий является причиной погрешностей в вычислении  $U_{eq}(t)$  и снижения динамической точности управления координатами ОУ.

Указанные недостатки могут быть устранены путем использования при формировании МСР регулятора с выделением низкочастотной составляющей сигнала управления, реализующего способ [6] формирования управляющего воздействия регулятора в СР. Сущность разработанного способа выделения  $U_{eq}(t)$  изложим, используя структурные схемы регулятора с ВЭУ и блока умножения частоты БУЧ (рис.3, а,б), временные диаграммы его работы (рис.3, в). В состав регулятора входят: релейный элемент РЭ; первый К1 и второй К2 компараторы; первый С1 и второй С2 реверсивные счетчики импульсов с переключением по отрицательным перепадам импульсов; первый О1 и второй О2 одновибраторы, осуществляющие обнуление С1 и С2 по положительным импульсам на их входах; регистр Р, на выходе которого по командам триггера Т и мультивибратора МВ посредством мультиплексора М устанавливаются поочередно коды результатов счета счетчиков С1 и С2; цифроаналоговый преобразователь ЦАП; аналоговые ключи  $K_{Л1}$  и  $K_{Л2}$ ; источники И1, И2, И3 опорных напряжений.

Сущность способа ВЭУ заключается в том, что независимо от частоты переключения релейного элемента РЭ с помощью блока БУЧ на каждом периоде переключения  $T_{k+n}$ ,  $n=0, 1, 2, \dots, \infty$  формируется количество импульсов  $2^N$ , а отсчет скважности осуществляют дважды: за время полупериодов  $T_{k+n}^+$  с положительным напряжением на выходе РЭ и за время полупериодов  $T_{k+n}^-$  с отрицательным напряжением на выходе РЭ. Скважность определяют по формулам:

$$\gamma_{k+n}^+ = \frac{N_{k+n}^+}{2^N}, \quad \gamma_{k+n}^- = \frac{2^N - N_{k+n}^-}{2^N}, \quad (7)$$

где  $\gamma_{k+n}^+$ ,  $\gamma_{k+n}^-$  – скважности, вычисленные в полупериоды  $T_{k+n}^+$ ,  $T_{k+n}^-$ ;

$N_{k+n}^+$ ,  $N_{k+n}^-$  – количество импульсов, отсчитываемых счетчиками С1 и С2 соответственно, в полупериоды  $T_{k+n}^+$ ,  $T_{k+n}^-$ .

Последовательность поочередных отсчетов цифровых кодов значений скважностей  $\gamma_k^+$ ,  $\gamma_k^-$ ,  $\gamma_{k+1}^+$ ,  $\gamma_{k+1}^-$ , ...,  $\gamma_{k+n}^+$ ,  $\gamma_{k+n}^-$  в полупериодах  $T_{k+n}^+$ ,  $T_{k+n}^-$  формируется на выходе регистра Р с помощью мультиплексора М, осуществляющего коммутацию цифровых выходов С1 и С2 по алгоритму

$$U_M = \begin{cases} \gamma_{k+n}^+ & , \text{ при } \frac{U_{k1}}{U_{k1}} = 0 \\ \gamma_{k+n}^- & , \text{ при } \frac{U_{k1}}{U_{k1}} = 1 \end{cases}$$

Напряжение  $U_M$  записывается в регистр Р по командам мультивибратора МВ, формируемым по отношению к моментам переключения РЭ с запаздыванием  $t_{МВ}$ , учитывающим время переключения триггеров внутри счетчиков и необходимым для исключения сбоев в работе регулятора. С помощью ЦАП цифровой код на выходе регистра Р преобразуется в аналоговый сигнал с соответствующей полярностью и амплитудой

$$U_{ЦАП} = U_{eq} = \begin{cases} U_{k+n}^+ = U(2\gamma_{k+n}^+ - 1) \\ U_{k+n}^- = U(2\gamma_{k+n}^- - 1) \end{cases} \quad (8)$$

Таким образом, пока идет измерение  $U_{eq}^i$  на  $i$ -том полупериоде, на выходе регулятора сохраняется предыдущий результат  $U_{eq}^i$  измерения на  $i-1$  полупериоде и т. д. В начале каждого периода  $T_{k+n}$  компаратор К2 осуществляет сравнение сигнала  $f$  с выхода В2 БУЧ, пропорционального частоте СР, с сигналом источника И2, пропорциональ-

ным нижней частоте  $\omega_{н}$ , и по результатам сравнения формирует напряжения  $U_{у\text{ кл}1,2}$  противофазного управления ключами КЛ1 и КЛ2, обеспечивающие при  $f \geq \omega_{н}$  напряжение на выходе регулятора

$$U_p = U_{\text{ЦАП}} = U_{\text{eq}}, \text{ при } U_{у\text{ кл}1} = 1, U_{у\text{ кл}2} = 0,$$

а при частоте  $f < \omega_{н}$ , соответствующей срыву скользящего режима в контуре,

$$U_p = U_{pэ}, \text{ при } U_{у\text{ кл}1} = 0, U_{у\text{ кл}2} = 1.$$

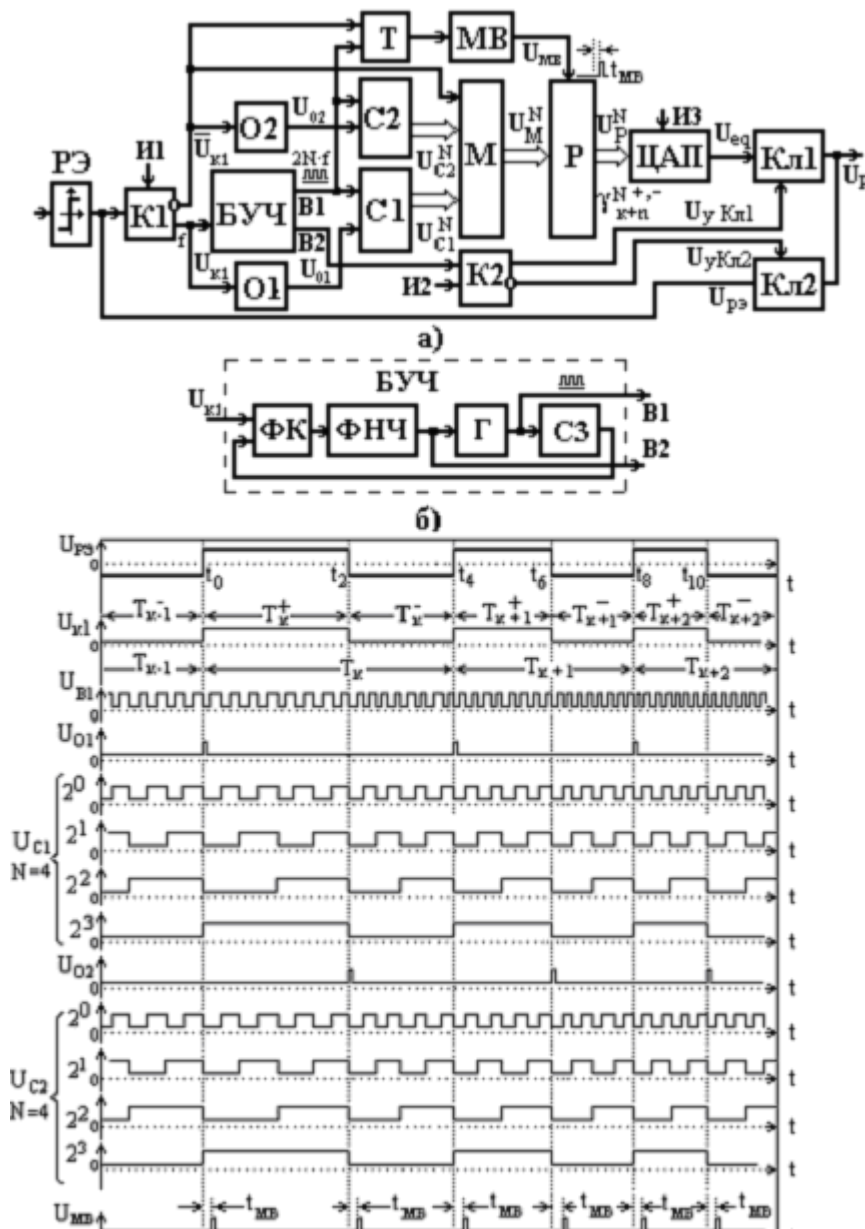


Рисунок 3 - Структурная схема регулятора с ВЭУ (а), блока БУЧ (б) и диаграммы (в) его работы

Точность выделения  $U_{eq}(t)$  определяется АЦП и БУЧ. Последний выполнен в виде контура фазовой автоподстройки частоты (рис.3, б) с выходом В1 однополярных импульсов с частотой в  $2^N$  раз большей, чем частота  $f$  входных импульсов, и выходом В2, напряжение на котором пропорционально частоте  $\omega_{pэ}$ . С помощью фазового компаратора ФК формируется сигнал фазовой ошибки между входным сигналом БУЧ и выходным сигналом счетчика С3. Фильтр низкой частоты ФНЧ преобразует сигнал

ошибки в аналоговый сигнал, необходимый для управления частотой генератора Г. Этот сигнал поступает на выход В1 БУЧ. При линейной характеристике преобразований генератора Г напряжение на выходе В2 пропорционально частоте входного сигнала РЭ, а диапазон изменения этого напряжения в режиме захвата фазы контуром фазовой автоподстройки частоты соответствует рабочему диапазону изменения частот СР регулятора. Генератор Г формирует на выходе В1 БУЧ однополярные импульсы с частотой в  $2^N$  раз большей, чем частота сигнала, поступающего на вход БУЧ. Счетчик С3, включенный в цепь обратной связи контура фазовой автоподстройки частоты, делит частоту сигнала, поступающего на его вход, в  $2^N$  раз.

На рис.3, в представлены временные диаграммы работы регулятора с ВЭУ на периодах  $T_{k-1}$ ,  $T_k$ ,  $T_{k+1}$ ,  $T_{k+2}$ , где определены  $U_{p3}$ ,  $U_{k1}$ ,  $U_{B1}$ ,  $U_{O1}$ ,  $U_{O2}$ ,  $U_{C1,C2}$  при  $N=4$ ,  $U_{MB}$ ,  $U_{eq}$  – напряжения на выходах соответствующих блоков.

На полупериодах  $T_{k-1}^-$ ,  $T_k^{+-}$ ,  $T_{k+1}^{+-}$ ,  $T_{k+2}^{+-}$  измерение скважностей сигналов  $\gamma_{k-1}^-$ ,  $\gamma_k^+$ ,  $\gamma_k^-$ ,  $\gamma_{k+1}^+$ ,  $\gamma_{k+1}^-$ ,  $\gamma_{k+2}^+$ ,  $\gamma_{k+2}^-$ , соответствующих длительностям полупериодов  $T_{k-1}^- = 0 \div t_0$ ;  $T_k^+ = t_0 \div t_2$ ;  $T_k^- = t_2 \div t_4$ ;  $T_{k+1}^+ = t_4 \div t_6$ ;  $T_{k+1}^- = t_6 \div t_8$ ;  $T_{k+2}^+ = t_8 \div t_{10}$ ;  $T_{k+2}^- = t_{10} \div t$  на выходе РЭ, осуществляется по количествам импульсов  $N_{k-1}^-$ ;  $N_k^+$ ;  $N_k^-$ ;  $N_{k+1}^+$ ;  $N_{k+1}^-$ ;  $N_{k+2}^+$ ;  $N_{k+2}^-$ ; ... подсчитываемым поочередно счетчиками С1 и С2. Начала измерений скважностей  $\gamma_k^+$ ,  $\gamma_{k+1}^+$ ,  $\gamma_{k+2}^+$ , в моменты  $t_0$ ,  $t_4$ ,  $t_8$ , ... и  $\gamma_{k-1}^-$ ,  $\gamma_k^-$ ,  $\gamma_{k+1}^-$ ,  $\gamma_{k+2}^-$ , в моменты  $0$ ,  $t_2$ ,  $t_6$ ,  $t_{10}$ , ... определяются импульсами одновибраторов О1, О2. Прекращение измерений скважностей и записи кодов соответствующих им чисел в регистр Р осуществляется по командам  $U_{MB}$  мультивибратора в моменты времени  $t_1$ ,  $t_3$ ,  $t_5$ , ... На выходе ЦАП при этом получают напряжения  $U_{k-1}^-$ ,  $U_{k+n}^{+-}$ , которые используют в качестве управляющих воздействий на выходе релейного регулятора.

Быстродействие и точность формирования управляющего воздействия релейного регулятора определяются разрядностью элементов БУЧ, С1, С2, М, Р и структурой ЦАП. При изменении частоты переключения РЭ быстродействие определяется также параметрами элементов ФНЧ, Г, С3 БУЧ. Характеристики контура фазовой автоподстройки частоты выбираются, исходя из диапазона частот СР, с целью получения максимального быстродействия и линейности характеристики релейного регулятора с ВЭУ. В опытном образце регулятора подбором его параметров высокая динамическая точность формирования управляющих воздействий  $U_p(t) = U_{eq}(t)$  достигнута при изменении частоты СР в диапазоне изменения СР (0,01-5) кГц.

**Выводы.** Применение разработанного подхода к формированию МСР, способа формирования эквивалентного управления и регулятора на его основе позволяет значительно повысить эффективность работы систем подчиненного разрывного регулирования координатами объекта управления, обеспечить их инвариантность к координатным и параметрическим возмущениям.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Садовой А.В. Синтез и исследование оптимальных по точности систем управления электроприводами с низкой чувствительностью к широкому спектру дестабилизирующих факторов. Дис. д-ра техн. наук: 05.09.03.-Днепродзержинск, 1992. – 501с.
2. Уткин В.И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. – М.: Наука, 1981. – 376с.
3. Борцов Ю.А., Юнгер И.Б. Автоматические системы с разрывным управлением. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 167с.

4. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с правой частью, разрывной на пересекающихся поверхностях // Дифференциальные уравнения, 1979, №10. Т. XV. – С.1814-1823.
5. Айзерман М.А., Пятницкий Е.С. Основы теории разрывных систем // Автоматика и телемеханика, 1974, № 7. – С.32-39.
6. Клименко Ю.М. Разработка и исследование асинхронных электроприводов с векторным полеориентированным управлением, многомерными скользящими режимами и идентификацией координат. Дис. канд. техн. наук: 05.09.03. – Днепродзержинск. – 2007. – 186с.

УДК 621.313.333

СЪЯНОВ А.М., д.т.н., профессор  
КУЛИК М.В., аспирант

Днепродзержинский государственный технический университет

### **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПРИ ПИТАНИИ ОТ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЭНЕРГИИ**

*Представлені математичні моделі асинхронного двигуна для дослідження різних режимів роботи при живленні від перетворювача енергії. Асинхронний двигун представлено багатоконтурною системою, яка дозволяє врахувати втрати в сталі статора та ротора. Моделювання асинхронного двигуна виконано в програмі Simulink.*

*Представлены математические модели асинхронного двигателя для исследования различных режимов работы при питании от преобразователей энергии. Асинхронный двигатель представлен многоконтурной системой, которая позволяет учесть потери в стали статора и ротора. Моделирование асинхронного двигателя выполнено в программе Simulink.*

*Mathematical models of the asynchronous engine for research of various operating modes are submitted at a feed from converters of energy. The asynchronous engine is submitted by multiplanimetric system which allows to take into account losses in steel stator and a rotor. Modeling of the asynchronous engine is executed in program Simulink.*

**Введение.** Асинхронных двигателей (АД), работающие от преобразователей энергии, характеризуются рядом особенностей. Основными из них являются: переменная частота вращения; переменные электромагнитные нагрузки; зависимость электромагнитных параметров от частоты вращения ротора и величины подводимого к обмотке статора напряжения; несинусоидальность питающего напряжения; разнообразие моментов нагрузки и зависимость их от времени и частоты вращения; переменное и неравномерное перераспределение потерь в активных частях; в ряде случаев необходимость учета параметров управляющего устройства и параметров линии; возможность питания от источника соизмеримой мощности др. Для учета этих особенностей необходимо разработка математических моделей, которые бы учитывали: возросшие потери энергии в стали статора, ротора; потери в питающих линиях; повышенный шум и вибрация.

Для исследования характеристик АД при питании от преобразователей энергии широкое применение получили математические модели, представленные в виде электромагнитно связанных контуров с токами [1,2,3]. Однако эти модели предназначены

для исследования АД при питании от сети с синусоидальной формой напряжения. Разработка моделей, позволяющие учитывать гармонический состав приложенного напряжения и нелинейный характер электромагнитных параметров, является актуальным.

**Постановка задачи.** Задачей работы является разработка математической модели для исследования статических, квазистатических и переходных режимов работы АД при питании от преобразователей энергии.

**Результаты работы.** При разработке математической модели приняты следующие допущения: АД представлен в виде системы электромагнитно связанных контуров с токами. Трехфазная обмотка статора, распределенная по пазам железа статора, пакеты стали статора и ротора, собранные из отдельных листов электротехнической стали и изолированные друг от друга, короткозамкнутая клетка ротора представлены в виде сосредоточенных элементов цепи. Электрические элементы соединены в электрическую схему, где каждая фаза АД представлена последовательно соединенными сопротивлением и индуктивностью и сдвинута относительно других фаз на равный угол.

В общем виде АД описывается системой дифференциальных уравнений, которая имеет вид:

$$u_1 = r_1 i_1 + \frac{d \sum_{n=1}^i \Psi_{1n}(\gamma)}{dt}; \quad u_2 = r_2 i_2 + \frac{d \sum_{n=1}^i \Psi_{2n}(\gamma)}{dt};$$

$$u_3 = r_3 i_3 + \frac{d \sum_{n=1}^i \Psi_{3n}(\gamma)}{dt}; \dots \quad u_k = r_k i_k + \frac{d \sum_{n=1}^i \Psi_{kn}(\gamma)}{dt},$$

где  $u_1, u_2 \dots u_k$  – мгновенные значения линейных напряжений;

$r$  – активные сопротивления фаз;

$\Psi$  – полные потокосцепления фаз.

Система уравнений дополняется уравнениями движения и угла поворота ротора:

$$\frac{d\omega_2}{dt} = (m - m_{эм}) / J_{\Sigma}; \quad \frac{d\gamma}{dt} = \omega_2.$$

В частном случае для моделирования переходных процессов в АД с учетом потерь в стали система уравнений примет вид [1]:

$$[u] = [R][i] + \frac{d[L(\gamma)][i]}{dt}, \quad (1)$$

где  $[u] = [u_A \ u_B \ u_C \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ ;

$[R] = \text{diag}[r_A \ r_B \ r_C \ r_X \ r_Y \ r_Z \ r_a \ r_b \ r_c \ r_x \ r_y \ r_z]$ ;

$[i] = [i_A \ i_B \ i_C \ i_X \ i_Y \ i_Z \ i_a \ i_b \ i_c \ i_x \ i_y \ i_z]^T$ ;

$$[L(\gamma)] = \begin{bmatrix} [L_1] & [L_2] & [L_5] \\ [L_6] & [L_3] & [L_4] \end{bmatrix};$$

$$[L_1] = \begin{bmatrix} L_A & M_{AB} \cos(2\pi/3) & M_{AC} \cos(2\pi/3) \\ M_{BA} \cos(2\pi/3) & L_B & M_{BC} \cos(2\pi/3) \\ M_{CA} \cos(2\pi/3) & M_{CB} \cos(2\pi/3) & L_C \\ M_{XA} \cos(p\gamma) & M_{XB} \cos(p\gamma - 2\pi/3) & M_{XC} \cos(p\gamma + 2\pi/3) \\ M_{YA} \cos(p\gamma + 2\pi/3) & M_{YB} \cos(p\gamma) & M_{YC} \cos(p\gamma - 2\pi/3) \\ M_{ZA} \cos(p\gamma - 2\pi/3) & M_{ZB} \cos(p\gamma + 2\pi/3) & M_{ZC} \cos(p\gamma) \end{bmatrix};$$

$$[L_2] = \begin{bmatrix} M_{XA} \cos(p\gamma) & M_{XB} \cos(p\gamma - 2\pi/3) & M_{XC} \cos(p\gamma + 2\pi/3) \\ M_{YA} \cos(p\gamma + 2\pi/3) & M_{YB} \cos(p\gamma) & M_{YC} \cos(p\gamma - 2\pi/3) \\ M_{ZA} \cos(p\gamma - 2\pi/3) & M_{ZB} \cos(p\gamma + 2\pi/3) & M_{ZC} \cos(p\gamma) \\ L_X & M_{XY} \cos(2\pi/3) & M_{XZ} \cos(2\pi/3) \\ M_{YX} \cos(2\pi/3) & L_Y & M_{YZ} \cos(2\pi/3) \\ M_{ZX} \cos(2\pi/3) & M_{ZY} \cos(2\pi/3) & L_Z \end{bmatrix},$$

где  $u_A, u_B$  и  $u_C$  – мгновенные значения фазных напряжений;

$r$  – активные сопротивления фаз статора и ротора;

$L$  – собственные индуктивности фаз;

$\gamma$  – геометрический угол поворота ротора относительно осей фаз остатора;

$M$  – взаимные индуктивности между фазами обмоток.

Индексы в (1) и далее означают: А, В и С – фазы обмотки статора; X, Y и Z – фазы обмотки ротора; a, b и c – фазы эквивалентной обмотки стали статора; x, y и z – фазы эквивалентной обмотки стали ротора.

В системе дифференциальных уравнений (1) некоторые собственные и взаимные индуктивности зависят от угла поворота ротора и скольжения, которые в свою очередь зависят от времени. Приняв, что электромагнитные параметры постоянны и не зависят от угла поворота ротора, то есть являются взаимно независимыми, и выполнив дифференцирование последнего члена выражения (1), получим

$$[u] = [R][i] + [L(\gamma)] \frac{d[i]}{dt} + \frac{\partial[L(\gamma)]}{\partial\gamma} \omega_2 p [i]. \quad (2)$$

В случае использования нелинейных электромагнитных параметров в зависимости от скольжения система уравнений (2) примет вид

$$[u] = [R][i] + [L(\gamma, s)] \frac{d[i]}{dt} + \frac{\partial[L(\gamma, s)]}{\partial\gamma} \omega_2 p [i] + \frac{\partial[L(\gamma, s)]}{\partial s} \frac{ds}{dt} [i].$$

Учитывая зависимость электромагнитных параметров от тока, получим систему дифференциальных уравнений вида

$$[u] = [R][i] + \left( [L(\gamma, i)] + \left[ \frac{\partial L(\gamma, i)}{\partial i} \right] \right) \frac{d[i]}{dt} + \frac{\partial[L(\gamma, i)]}{\partial\gamma} \omega_2 p [i].$$

Для определения электромагнитного момента запишем выражение запаса электромагнитной энергии в системе электромагнитно связанных контуров с токами:

$$W_{\text{эм}} = \frac{1}{2} (i_A \Psi_A(\gamma, s) + i_B \Psi_B(\gamma, s) + i_C \Psi_C(\gamma, s) + i_X \Psi_X(\gamma, s) + i_Y \Psi_Y(\gamma, s) + i_Z \Psi_Z(\gamma, s)).$$

Электромагнитный момент двигателя определяется частной производной по геометрическому углу поворота ротора от общего запаса электромагнитной энергии:

$$m_{\text{эм}} = \partial W_{\text{эм}} / \partial \gamma.$$

Опустив промежуточные преобразования, найдем выражение электромагнитного момента

$$m_{\text{эм}} = L_{mp} \left\{ \left[ (2i_X + i_Y) i_A + 2(i_X + i_Y) i_B \right] \sin p\gamma + \sqrt{3} (i_A i_Y - i_B i_X) \cos p\gamma \right\} + \\ + L_{mp} \left\{ \left[ (2i_x + i_y) i_A + 2(i_x + i_y) i_B \right] \sin p\gamma + \sqrt{3} (i_A i_y - i_B i_x) \cos p\gamma \right\}.$$

Для моделирования квазистатических режимов работы система уравнений примет вид



$$\sum_{i=1}^n [u] = \sum_{i=1}^n \left( [R][i] + [L(\gamma)] \frac{d[i]}{dt} + \frac{\partial [L(\gamma)]}{\partial \gamma} \omega_2 p[i] \right), \quad (3)$$

где  $\omega_2 = \text{const}$ ;

$n$  – количество учитываемых гармоник.

Для моделирования статических режимов работы АД в системе дифференциальных уравнений (3), заменив производные на  $j\omega_1$  и записав уравнения относительно линейного напряжения, получим систему линейных алгебраических уравнений в виде

$$\sum_{i=1}^n [\dot{U}] = \sum_{i=1}^n ([\dot{Z}_1] [\dot{Z}_2] [I]),$$

где  $[\dot{U}] = [\dot{U}_{AB} \quad \dot{U}_{BC} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$ ;

$[i] = [i_A \quad i_B \quad i_X \quad i_Y \quad i_a \quad i_b \quad i_x \quad i_y]^T$ ;

$$[\dot{Z}_1] = \begin{bmatrix} r_{o1} + jx_{o1} & -(r_{o1} + jx_{o1}) & jx_m & -jx_m \\ r_{o1} + jx_{o1} & 2(r_{o1} + jx_{o1}) & jx_m & 2jx_m \\ \sqrt{3}vx_m + jx_m & \sqrt{3}vx_m - jx_m & \sqrt{3}vx_{o2} + r_{o2} + jx_{o2} & \sqrt{3}vx_{o2} - (r_{o2} + jx_{o2}) \\ -\sqrt{3}vx_m + jx_m & 2jx_m & \sqrt{3}vx_{o2} + r_{o2} + jx_{o2} & 2(r_{o2} + jx_{o2}) \\ jx_m & -jx_m & jx_m & -jx_m \\ jx_m & 2jx_m & jx_m & 2jx_m \\ \sqrt{3}vx_m + jx_m & \sqrt{3}vx_m - jx_m & jx_m & -jx_m \\ -\sqrt{3}vx_m + jx_m & 2jx_m & jx_m & 2jx_m \end{bmatrix};$$

$$[\dot{Z}_2] = \begin{bmatrix} jx_m & -jx_m & jx_m & -jx_m \\ jx_m & 2jx_m & jx_m & 2jx_m \\ \sqrt{3}vx_m + jx_m & \sqrt{3}vx_m - jx_m & jx_m & -jx_m \\ -\sqrt{3}vx_m + jx_m & 2jx_m & jx_m & 2jx_m \\ r_{c1} + jx_{c1} & -(r_{c1} + jx_{c1}) & jx_m & -jx_m \\ r_{c1} + jx_{c1} & 2(r_{c1} + jx_{c1}) & jx_m & 2jx_m \\ \sqrt{3}vx_m + jx_m & \sqrt{3}vx_m - jx_m & \sqrt{3}vx_{c2} + r_{c2} + jx_{c2} & \sqrt{3}vx_{c2} - (r_{c2} + jx_{c2}) \\ -\sqrt{3}vx_m + jx_m & 2jx_m & \sqrt{3}vx_{c2} + r_{c2} + jx_{c2} & 2(r_{c2} + jx_{c2}) \end{bmatrix},$$

где  $x_{c1} = \omega_1 l_{\delta c1} + x_m$ ;

$x_{c2} = \omega_1 l_{\delta c2} + x_m$ .

Электромагнитный момент определяется по выражению

$$M_{\text{ЭМ}} = \sum_{i=1}^n \sqrt{3} L_{mp} \left( i_A^* i_Y - i_B^* i_X + i_A^* i_y - i_B^* i_x \right).$$

Для моделирования переходных процессов в АД, при питании от сети в программе Simulink была создана модель, в основу которой положена модель АД, написанная на алгоритмическом языке FORTRAN и представленная S-Function. Такое представление АД дает выигрыш во времени счета и позволяет использовать возможности

Simulink. В модели использовались электромагнитные параметры АД типа 4AA50A4У3.

На рис.1. показаны результаты моделирования режима пуска АД при питании от сети.

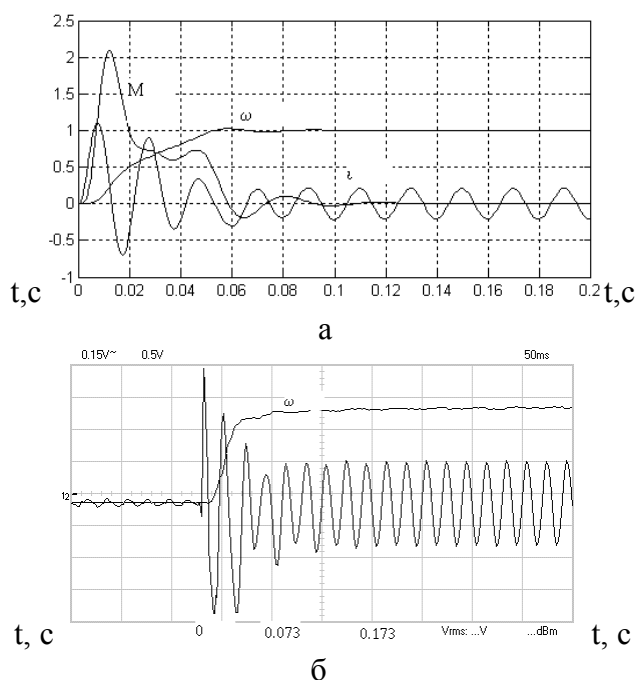


Рисунок 1 – Расчетные (а) и экспериментально полученные (б) зависимости в режиме пуска АД

### Выводы.

1. Представление стали статора и ротора отдельными электромагнитными контурами по сравнению с представлением стали активным сопротивлением позволяет учесть процессы в ней с учетом взаимосвязи с другими контурами в динамических и статических режимах работы АД при питании от сети, различных преобразователей, а также влияние переходных процессов в стали на электромагнитный момент.

2. Расчет характеристик от каждой гармоники в отдельности позволяет получить характеристики от отдельной гармоники и результирующие характеристики.

3. Разработанные математические модели реализованы в программе Simulink, что позволяет осуществлять смешанное программирование, использовать математическое, графическое обеспечение, а также подключать цифровые измерительные приборы.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Вербовой П.Ф., Заболотный А.П., Съянов А.М. Асинхронные двигатели для тиристорного электропривода. – К.: Наукова думка. – 1994. – 242с.
2. Вербовой П.Ф., Съянов А.М. Математическая модель для исследования регулируемого асинхронного двигателя с внешним ферромагнитным ротором с учетом параметров сети// Регулируемые асинхронные двигатели. – К.: Наукова думка, 1985. – С.3-14.
3. Съянов А.М., Кулик М.В. Исследование динамических режимов работы асинхронных двигателей// Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета (технические науки). Выпуск 8. – Днепродзержинск: ДГТУ. – 2007. – С.137-139.

УДК 621.311.1

ДЕНИСЮК П.Л., к.т.н., доцент  
 ЧУМАК В.В., к.т.н., доцент  
 МИНЧЕНКО Ю.С., студент

Национальный технический университет Украины, НТУУ «КПИ»

## ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПРИ ОБРЫВЕ ФАЗЫ СТАТОРА

*Пропонується модель асинхронної машини вузла навантаження для дослідження несиметричних режимів асинхронних двигунів, пов'язаних з обривом фаз, в установившому і перехідному режимах.*

*Предлагается модель асинхронной машины узла нагрузки для исследования несимметричных режимов асинхронных двигателей, связанных с обрывом фаз, в установившемся и переходном режимах.*

*It is proposed a load node model for unbalanced conditions research of induction motors associated with phases break in a steady state and transient conditions.*

**Введение.** В условиях, когда до 70% силового оборудования энергосистемы Украины, в том числе и асинхронные двигатели, используются сверх допустимого срока эксплуатации, принятие обоснованных решений, направленных на повышение надежности работы узлов нагрузки, должно учитывать ресурс двигателя. Режим эксплуатации, когда повышение температуры отдельных частей и в первую очередь обмоток ускоряет износ изоляции обмоток и снижает ресурс электродвигателя, связан с токовой перегрузкой [1].

Одной из причин повышения температуры и токовой перегрузки двигателя является обрыв фазы. Несимметрия токов вызывает обратное поле, снижающее результирующий электромагнитный момент. Возрастание момента до значения, равного моменту нагрузки для данной скорости вращения, происходит за счет увеличения тока.

**Постановка задачи.** В работе ставится задача разработки модели асинхронного двигателя для исследования несимметричных режимов, связанных с обрывом фазы, для двух видов соединения обмоток статора: звезда с изолированной нейтралью и треугольник.

**Результаты работы.** Для достижения поставленной цели была разработана математическая модель асинхронного двигателя, которая позволяет находить токи в фазах обмотки статора асинхронного двигателя при обрыве фазы как в установившемся, так и в переходном режимах.

Воспользуемся уравнением движения ротора асинхронного двигателя, которое имеет вид:

$$T_j \frac{ds}{dt} = m_c - m_o(s), \quad (1)$$

где  $s$  – скольжение асинхронного двигателя;

$T_j$  – постоянная времени инерции ротора;

$m_c$  – момент сопротивления механизма;

$m_o(s)$  – электромагнитный момент двигателя.

Электромагнитный момент двигателя в относительных единицах численно равен потребляемой из сети активной мощности:

$$m_o(s) = \text{Re}(\dot{U}_c \cdot \dot{I}_d(s)), \quad (2)$$

где  $\dot{U}_c$  – напряжение секции, к которой подключен двигатель;

$\dot{I}_d(s)$  – ток асинхронного двигателя.

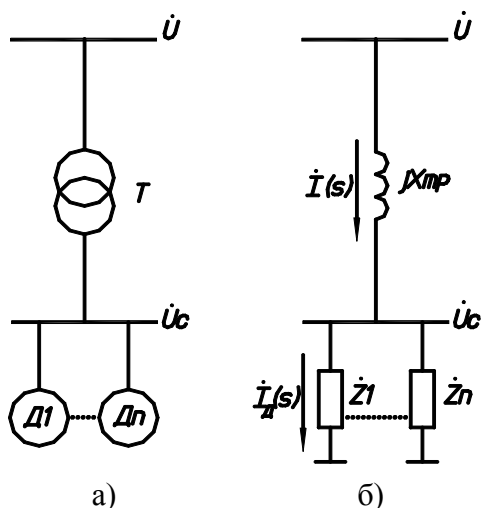


Рисунок 1 – Схемы: а) - подключения  $n$  асинхронных двигателей к узлу нагрузки; б) - замещения узла нагрузки с  $n$  асинхронными двигателями

В соответствии со схемой подключения двигателей к узлу нагрузки электроэнергетической системы, показанной на рис.1, уравнение сети имеет вид:

$$\dot{U}_c = \dot{U} - jx_{тр} \cdot \dot{I}(s), \quad (3)$$

где  $\dot{U}$  – напряжение системы;

$x_{тр}$  – индуктивное сопротивление трансформатора связи, которое при необходимости может включать в себя внутренне сопротивление системы;

$\dot{I}(s) = \sum_{i=1}^n \dot{I}_{Ди}(s)$  – суммарный ток секции от  $n$  двигателей.

Воспользуемся для анализа несимметричных режимов асинхронного двигателя методом симметричных составляющих, в соответствии с которым при обрыве фазы статора, соединенного звездой с изолированной нейтралью, эквивалентное сопротивление схемы замещения двигателя имеет вид:

$$\dot{z}_д(s) = \dot{z}_{1д}(s) + \dot{z}_{2д}(s), \quad (4)$$

где  $\dot{z}_{1д}(s)$  и  $\dot{z}_{2д}(s)$  – эквивалентные сопротивления асинхронного двигателя прямой и обратной последовательностей, полученные на основании схем замещения (рис.2).

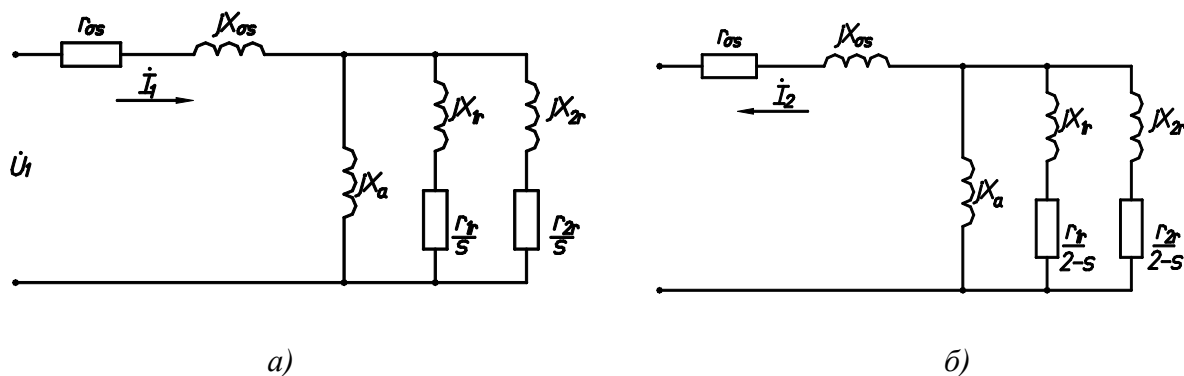


Рисунок 2 – Схема замещения асинхронного двигателя:  
а) – прямой последовательности;  
б) – обратной последовательности

На рис.2:

$r_{\sigma s}$  – активное сопротивление статора;

$x_{\sigma s}$  – индуктивное сопротивление рассеяния обмотки статора;

$x_a$  – сопротивление взаимоиנדукции между статором и ротором;

$r_{1r}, x_{1r}$  – активное и индуктивное сопротивление первого контура ротора, соответственно;

$r_{2r}, x_{2r}$  – активное и индуктивное сопротивление второго контура ротора, соответственно;

$s$  – скольжение ротора по отношению к синхронной скорости вращения.

Расчет параметров схемы замещения асинхронного двигателя (рис.2) является отдельной задачей, методика решения которой дана в [2, 3]. В качестве исходной информации в работе использовались следующие паспортные данные:

$s_n$  – номинальное скольжение;

$\cos\varphi_n$  – номинальный коэффициент мощности;

$\eta_n$  – номинальный КПД;

$k_d$  – кратность пускового тока статора;

$b_n$  – кратность пускового момента;

$m_k$  – кратность максимального момента.

В соответствии с методом симметричных составляющих для определения векторов токов в фазах электродвигателя использовались следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \dot{I}_a &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2; \\ \dot{I}_b &= a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2; \\ \dot{I}_c &= a \dot{I}_1 + a^2 \dot{I}_2, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ ;

$\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$  – соответственно векторы токов прямой и обратной последовательности.

В качестве примера был рассчитан режим работы асинхронного двигателя, имеющего следующие паспортные данные:

$s_n=0,0105$ ;  $\cos\varphi_n=0,904$ ;  $\eta_n=0,94$ ;  $k_d=8,65$ ;  $b_n=3,31$ ;  $m_k=1,05$ .

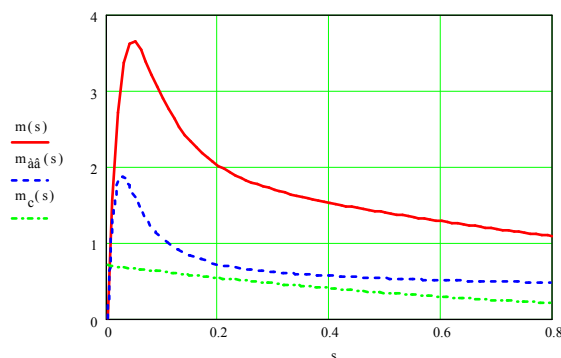


Рисунок 3 – Характеристики электромагнитного момента асинхронного двигателя:

$m(s)$  – в исходном режиме;  $m_{ab}(s)$  – при обрыве фазы;

$m_c(s)$  – иллюстрация момента сопротивления приводного механизма

Для сравнения на рис.3 показаны рассчитанные по схеме замещения (рис.2) характеристики асинхронного двигателя в исходном режиме  $m(s)$  и при обрыве фазы А  $m_{ав}(s)$ . Здесь же показана зависимость момента сопротивления приводного механизма от скольжения  $m_c(s)$ , которая использовалась в данных расчетах.

Анализ результатов показывает, что кратность максимального момента двигателя при обрыве одной фазы цепи статора в несколько раз меньше, чем для неповрежденного двигателя.

Из рисунка видно, что при обрыве одной фазы цепи статора в установившемся режиме двигатель не опрокинется, так как электромагнитный момент двигателя выше момента сопротивления.

Результаты расчетов установившегося (до  $t = 0,2$  с) и переходного режимов при обрыве фазы асинхронного двигателя, у которого обмотки статора соединены в звезду с изолированной нейтралью, показаны на рис.4-6.

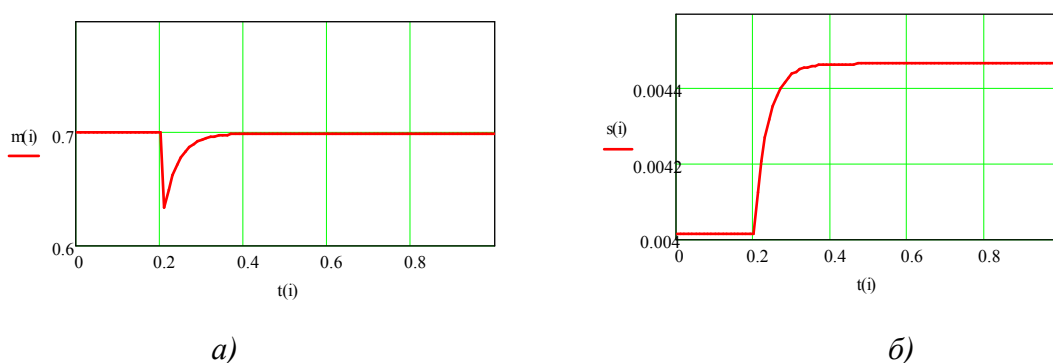


Рисунок 4 – Изменение электромагнитного момента – а) и скольжения – б) асинхронного двигателя в переходном режиме

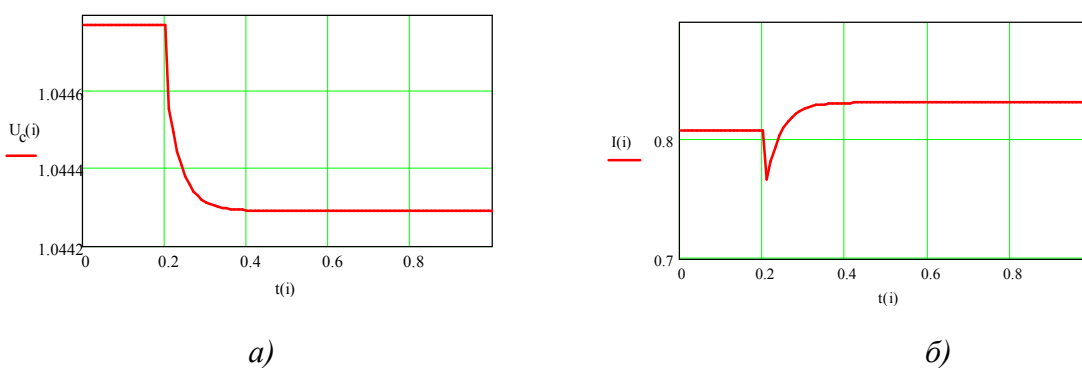
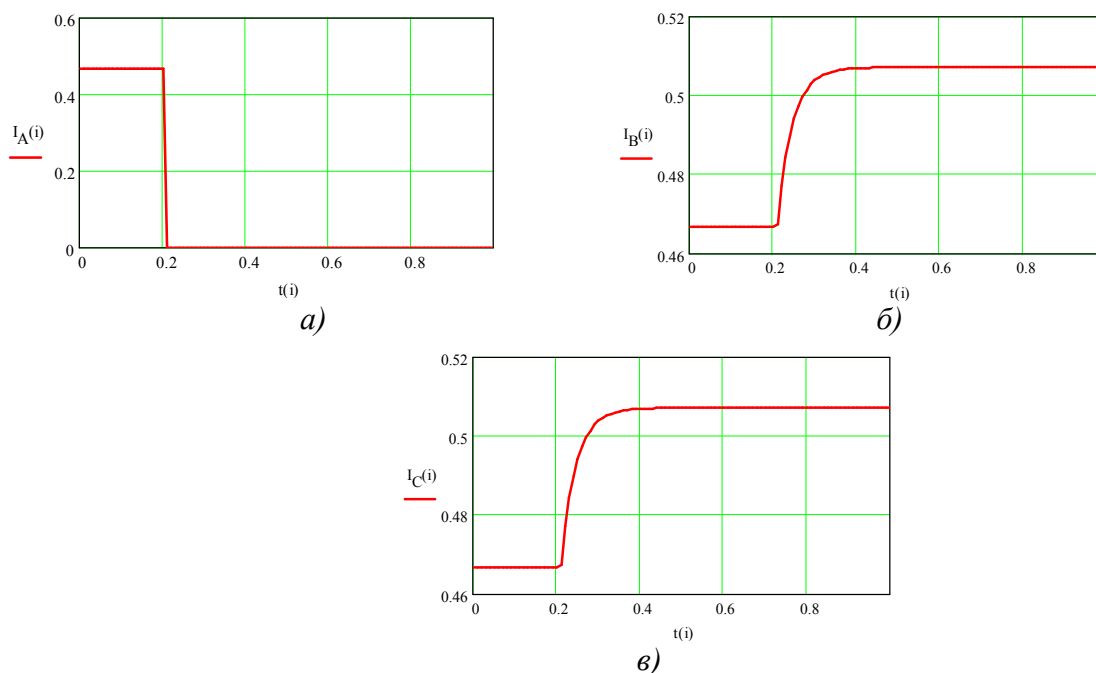


Рисунок 5 – Изменение напряжения а) и тока секции б) в переходном режиме

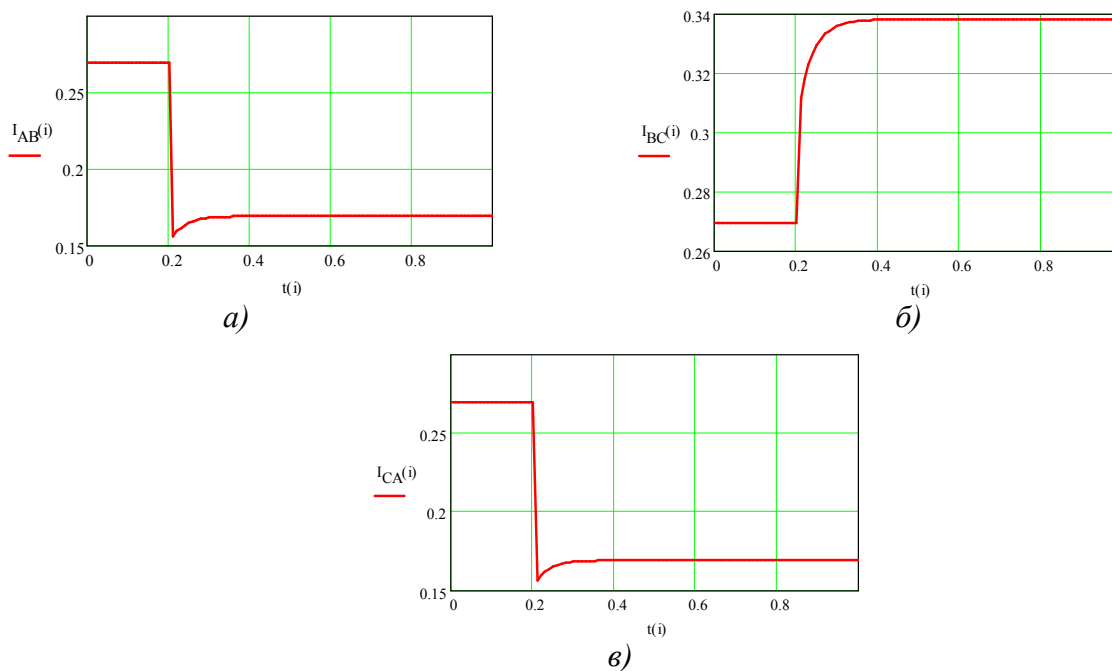
Результаты расчетов показывают, что при обрыве фазы А в начальный момент времени происходит резкое снижение электромагнитного момента, возникающее из-за уменьшения тока, вызванного несимметрией токов в фазах статора электродвигателя и появлением обратного поля. Дальнейшее возрастание момента до значения, равного моменту нагрузки  $m_c(s)$ , для данной скорости вращения происходит за счет увеличения тока в фазах В и С почти на 10% (рис.6).



а) фаза А; б) фаза В; в) фаза С

Рисунок 6 – Изменение токов фаз асинхронной машины при соединении обмотки статора в звезду с изолированной нейтралью в переходном режиме при обрыве фазы А

На рис.7 показаны результаты расчетов токов в фазах статора для установившегося (до  $t = 0,2$  с) и переходного режимов при обрыве фазы асинхронного двигателя при соединении обмоток статора в треугольник.



а) – между фазами А-В; б) – между фазами В-С; в) – между фазами С-А

Рисунок 7 – Изменение токов статора асинхронной машины, соединенной в треугольник, в переходном режиме при обрыве фазы А

**Выводы.** Анализ полученных результатов показывает, что при обрыве фазы А статора асинхронного двигателя, соединенного в треугольник, ток между фазами В-С вырос почти на 26%.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Сыромятников И.А. Режимы работы асинхронных и синхронных двигателей – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 240с.
2. Костерев Н.В., Денисюк П.Л. Оценивание параметров асинхронной машины /Моделирование и расчет на ЦВМ режимов энергетических систем. – К.: Наукова думка, 1977.
3. Сивокобыленко В.Ф., Лебедев В.К., Переходные процессы в системах электроснабжения собственных нужд электростанций. – Донецк: РВА ДонНТУ. – 2002. – 136с.

УДК 62-83: 681.513.5

КЛЮЕВ О.В., ст. преподаватель

Днепродзержинский государственный технический университет

### ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ В ИССЛЕДОВАНИИ СВОЙСТВ АСИНХРОННОГО ВЕНТИЛЬНОГО КАСКАДА

*Вкладаються методика й результати застосування частотних характеристик (ЧХ) для аналізу математичної моделі асинхронного вентильного каскаду (АВК). Дослідження модулів ЧХ змінних стану прямих каналів регулювання й сигналів перехресних зв'язків дозволило обґрунтовано здійснити розділення вихідної моделі АВК на моделі двох підсистем активної й реактивної потужностей. Одночасно із цим у векторі стану АВК обрані змінні, що піддаються регулюванню по каналах керування ланцюга ротора.*

*Излагаются методика и результаты применения частотных характеристик (ЧХ) для анализа математической модели асинхронного вентильного каскада (АВК). Исследование модулей ЧХ переменных состояния прямых каналов регулирования и сигналов перекрёстных связей позволило обоснованно осуществить разделение исходной модели АВК на модели двух подсистем активной и реактивной мощностей. Одновременно с этим в векторе состояния АВК выбраны переменные, поддающиеся регулированию по каналам управления цепи ротора.*

*The methods and results application of frequency characteristics (FC) for the analysis of mathematical model of the asynchronous gate cascade (AGC) are presented. The research of magnitude FC of variable states direct channels of regulation and signals of crossconnections has allowed is justified to realize separating the initial model AGC on model of two subsystems of active and reactive powers. Simultaneously with it in a vector of a state AGC the variables giving in to regulation on channels of control of a chain a rotor are selected.*

**Введение.** Частотные характеристики нашли применение в исследовании устойчивости решений систем линейных или линеаризованных дифференциальных уравнений. В [1] проведен анализ устойчивости асинхронной машины (АМ) по критерию Найквиста. Однако при исследовании динамических свойств АМ как объекта управления важно оценить возможность разделения совокупности процессов, протекающих в АМ, на взаимно независимые процессы на основе пренебрежения слабыми взаимодействиями между ними.



Для решения указанной задачи применительно к многосвязным системам в [2] привлекается аппарат частотных характеристик. С целью синтеза системы управления АМ применяют декомпозицию – разделение исходной модели электрической машины на некоторое количество отдельных моделей подсистем меньшей размерности. Однако работы по количественному обоснованию таких преобразований исходной модели АМ автору неизвестны, несмотря на то, что от способа их реализации зависит в конечном итоге набор регулируемых переменных, структура системы управления и сложность её технической реализации. Поэтому процедура декомпозиции носит элементы субъективизма и не всегда может быть проведена с минимальными искажениями собственной динамики каналов управления при искусственном разрыве внутренних перекрёстных связей в объекте управления.

**Постановка задачи.** Целью работы является количественное, основанное на вычислениях, обоснование упрощения структуры математической модели АМ в схеме асинхронного вентильного каскада и приведения её к виду, удобному для применения методик синтеза системы управления.

**Результаты работы.** Уравнения АВК в осях координат, ориентированных по вектору потокосцепления статора  $\vec{\Psi}_s$ , имеют вид:

$$\begin{aligned} p\omega &= -\frac{3N^2k_s}{2J}\Psi_s I_{rv} - \frac{N}{J}M_c; \\ pI_{rv} &= \frac{k_s}{L_\delta}\Psi_s\omega - \frac{I_{rv}}{T_l''} + \omega I_{ru} - k_s R_s \frac{I_{rv}I_{ru}}{\Psi_s} - \left(\frac{I_{ru}}{\Psi_s} + \frac{k_s}{L_\delta}\right)U_s \sin v + \frac{U_{rv}}{L_\delta}; \\ pv &= \omega_0 - k_s R_s \frac{I_{rv}}{\Psi_s} - \frac{U_s \sin v}{\Psi_s}; \\ p\Psi_s &= -\frac{\Psi_s}{T_s} + \frac{L_m}{T_s} I_{ru} + U_s \cos v; \\ pI_{ru} &= \frac{k_s}{T_s L_\delta}\Psi_s - \frac{I_{ru}}{T_l''} - \omega I_{rv} + k_s R_s \frac{I_{rv}^2}{\Psi_s} + \frac{I_{rv}}{\Psi_s} U_s \sin v - \frac{k_s}{L_\delta} U_s \cos v + \frac{U_{ru}}{L_\delta}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $v$  – угол между вектором напряжения статора  $\vec{U}_s$  и опорным вектором потокосцепления  $\vec{\Psi}_s$ ;  $U_{sv} = U_s \sin v$ ,  $U_{su} = U_s \cos v$  – проекции вектора  $\vec{U}_s$  на оси ортогональной системы координат, ориентированной по вектору  $\vec{\Psi}_s$ ;  $T_s = \frac{L_s}{R_s}$ ;  $T_l'' = \frac{L_\delta}{R}$ ;

$R'' = R_r + k_s^2 R_s$ ;  $L_\delta = L_{r\sigma} + k_s L_{s\sigma}$ ;  $p = \frac{d}{dt}$  – оператор дифференцирования.

Рассмотрим динамические свойства АВК как объекта управления, процессы в котором описываются системой (1) нелинейных уравнений пятого порядка. Внешними воздействиями являются проекции вектора напряжения ротора на оси координат, направленные по вектору  $\vec{\Psi}_s$ , а также момент нагрузки. Поскольку прямое решение системы (1) для реализации поставленной задачи не обладает необходимой наглядностью, осуществим построение частотных характеристик, которые позволят описать динамические свойства объекта управления в желаемом виде.

Для начала необходимо линеаризовать уравнения, рассматривая малые приращения переменных в окрестности точки установившегося режима. Известно, что формирование системы линейных уравнений возмущённого движения сводится к вычислению матриц Якоби для переменных состояния и управлений исходной системы нелинейных уравнений. Исходя из того, что вектор-функция  $F$  правых частей системы (1)

зависит от переменных  $X^T = (\omega, I_{rv}, v, \Psi_s, I_{ru})$  и управляющих воздействий  $U^T = (U_{rv}, U_{ru})$ , элементы матриц состояния  $A = \left( \frac{\partial F}{\partial X} \right)$  и управления  $B = \left( \frac{\partial F}{\partial U} \right)$  при постоянном моменте нагрузки  $M_c$  являются функциями координат установившегося режима работы. После вычисления коэффициентов матриц  $A$  и  $B$  уравнения первого приближения принимают вид:

$$p \begin{pmatrix} \Delta\omega \\ \Delta I_{rv} \\ \Delta v \\ \Delta\Psi_s \\ \Delta I_{ru} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & 0 & a_{14} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\omega \\ \Delta I_{rv} \\ \Delta v \\ \Delta\Psi_s \\ \Delta I_{ru} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ b_{21} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{52} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta U_{rv} \\ \Delta U_{ru} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Пунктирные линии разбивают матрицу состояния  $A$  на прямоугольные блоки таким образом, что диагональные подматрицы соответствуют сепаратным каналам регулирования, а недиагональные блоки матрицы  $A$  содержат коэффициенты перекрёстных связей между выделенными сепаратными системами.

Следовательно, систему (2) можно записать таким образом:

$$p \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{rv} \\ u_{ru} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $H_1^T = (\Delta\omega \ \Delta I_{rv})$ ;  $H_2^T = (\Delta v \ \Delta\Psi_s \ \Delta I_{ru})$  – векторы-столбцы координат возмущённого движения каждой подсистемы;  $u_{rv} = \Delta U_{rv}$ ;  $u_{ru} = \Delta U_{ru}$  – стабилизирующие управления в сепаратных контурах регулирования;

$A_{11} = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ ;  $A_{22} = \begin{pmatrix} a_{33} & a_{34} & 0 \\ a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix}$  – диагональные субматрицы, характеризующие собственную динамику сепаратных систем двусвязного объекта (2);

$A_{12} = \begin{pmatrix} 0 & a_{14} & 0 \\ a_{23} & a_{24} & a_{25} \end{pmatrix}$ ;  $A_{21} = \begin{pmatrix} 0 & a_{32} \\ 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} \end{pmatrix}$  – недиагональные субматрицы коэффици-

ентов перекрёстных связей;  $B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ b_{21} & 0 \end{pmatrix}$ ;  $B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{52} \end{pmatrix}$  – входные матрицы выделенных подсистем.

Как следует из расположения элементов в матрице состояния  $A$ , в объекте действуют обратные естественные перекрёстные связи с передаточными коэффициентами  $a_{52}$ ,  $a_{51}$ ,  $a_{25}$ ,  $a_{24}$ ,  $a_{23}$ ,  $a_{14}$  и прямая естественная перекрёстная связь с передаточным коэффициентом  $a_{32}$ . Величины и знаки указанных коэффициентов характеризуют интенсивность и направленность действия перекрёстных связей. Подключение статора к сети при управлении со стороны ротора усиливает перекрёстные связи, некоторые из них (например  $a_{23}$ ) появляются или изменяют свой знак по сравнению со случаем обр-щённого двигателя, т.е. такого, у которого статор закорочен, а к ротору приложено напряжение. Увеличение нагрузки на валу, а значит и тока  $I_{rv}$ , также приводит к росту

взаимовлияния прямых каналов друг на друга и появлению дополнительных перекрёстных связей ( $a_{14}$ ,  $a_{51}$ ). Из рассмотрения матриц  $B_1$  и  $B_2$  следует, что в объекте отсутствуют перекрёстные связи по управляющим воздействиям.

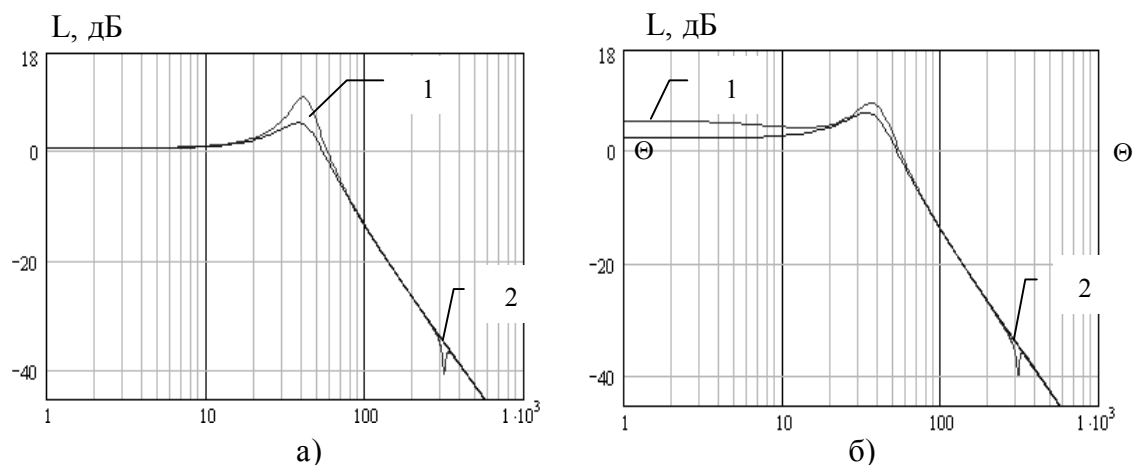
Известно, что для определения аппроксимирующих передаточных функций прямых каналов регулирования сначала осуществляют эквивалентирование многосвязного объекта управления некоторым односвязным с одной регулируемой переменной. Использование частотных характеристик основных сепаратных каналов позволяет выяснить, насколько сильны перекрёстные связи между ними и можно ли их сложные передаточные функции заменить более простыми передаточными функциями подсистем  $A_{11}$  и  $A_{22}$ . Матрицы  $A_{11}$  и  $A_{22}$  имеют собственные значения с отрицательными действительными частями во всей области возможных значений параметров установившегося режима работы.

Используя матрицы  $A$  и  $B$  системы уравнений (2), можно определить передаточную функцию любой переменной по одному из двух каналов управления, полагая при этом второе управляющее воздействие равным нулю. В таком случае звенья оставшейся подсистемы будут охватывать рассматриваемую подсистему обратной связью с некоторой результирующей передаточной функцией. Передаточные функции будем обозначать так же, как и выходную величину с индексом внизу, указывающим задающий сигнал: 1 – напряжение  $\Delta U_{rV}$ ; 2 –  $\Delta U_{rU}$ . В программе MATHCAD рассчитывались коэффициенты полиномов числителей и знаменателя передаточных функций по методике, изложенной в [3], а также строились частотные характеристики после замены  $p$  на  $j\Theta$ , где  $\Theta$  – круговая частота. Приращения напряжений  $\Delta U_{rV}$  и  $\Delta U_{rU}$  задаются в виде синусоидального сигнала с единичной амплитудой  $\sin \Theta t$ . Приращения всех переменных меняются по гармоническому закону с фазовым сдвигом относительно входных сигналов  $\Delta U_{rV}$  или  $\Delta U_{rU}$ . Расчёт частотных характеристик проводится для коэффициентов матрицы состояния  $A$  при значениях координат установившегося режима работы, определяемых из системы уравнений статики  $F(X) = 0$ , где  $0$  – нулевой вектор-столбец.

С целью анализа возможности декомпозиции объекта (2) рассчитывались передаточная функция скорости по каналу напряжения  $\Delta U_{rV}$ , т.е.  $\Delta \omega_1(p) = \frac{\Delta \omega(p)}{\Delta U_{rV}(p)}$ , на основании полной системы уравнений (2), а также передаточная функция изолированной системы  $A_{11}$  без учёта перекрёстных связей, когда полагается  $A_{12} = 0$ . Далее были построены логарифмические амплитудно-частотные характеристики (ЛАЧХ), показанные на рис.1. Как видно, влияние элементов матрицы  $A_{12}$  невелико, оно сказывается в некотором увеличении коэффициента усиления канала регулирования скорости. Таким образом, передаточная функция  $\Delta \omega_1(p)$ , полученная из полной системы уравнений (2), отражает все второстепенные подробности динамики системы, которые без ущерба для цели исследования можно опустить. Поэтому объект управления пятого порядка (2) при входном воздействии  $\Delta U_{rV}$  и регулируемой переменной  $\Delta \omega$  можно заменить эквивалентным по основным динамическим показателям объектом второго порядка

$$\begin{aligned} p\Delta \omega &= a_{12}\Delta I_{rV}; \\ p\Delta I_{rV} &= a_{21}\Delta \omega + a_{22}\Delta I_{rV} + b_{21}\Delta U_{rV}, \end{aligned} \quad (4)$$

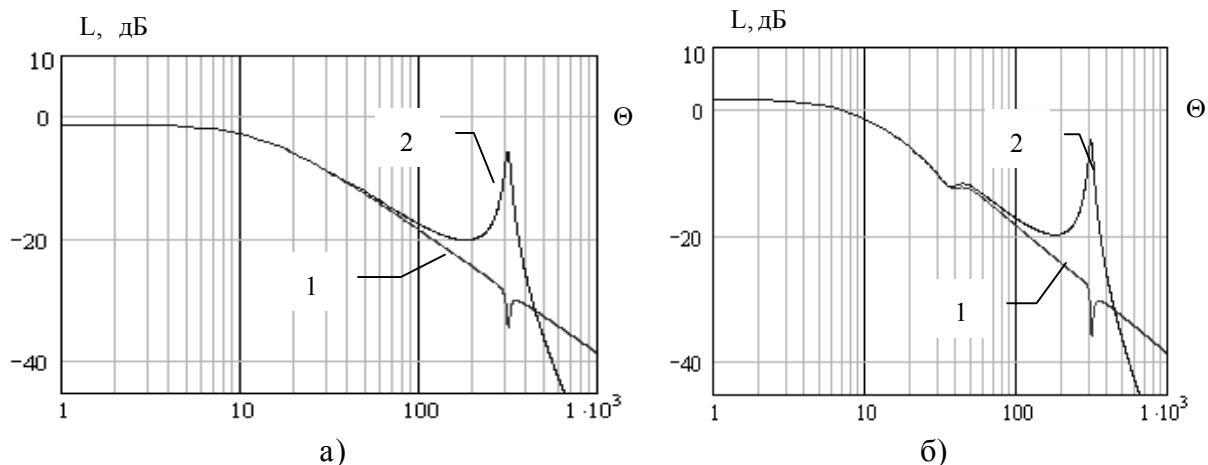
а передаточную функцию  $\Delta \omega_1(p)$  аппроксимировать соответствующей передаточной функцией системы (4). Здесь и далее исследуется двигатель 4АНК315М4У3 со следующими техническими данными:  $P_H = 250$  кВт,  $U_{фH} = 220$  В,  $n_c = 1500$  об/мин. Для других АМ получаются подобные результаты.



1 – ЛАЧХ для связанной системы (2); 2 – ЛАЧХ при  $A_{12} = 0$   
 Рисунок 1 – ЛАЧХ звена  $\Delta\omega_1(p)$  при  $U_{ru} = U_{rv} = 0$  и  $M_c = 0.2M_n$  (а),  $M_c = M_n$  (б)

В [2] указывается на то, что перекрёстные связи можно считать слабыми, если модули частотных характеристик перекрёстных связей оказываются значительно меньшими модулей частотных характеристик основных сепаратных каналов. В сепаратной системе реактивной мощности требуемое качество регулирования тока  $\Delta I_{ru}$  обеспечивается, если в сигнале управления  $\Delta U_{ru}$  будет присутствовать составляющая, которая компенсирует суммарное действие перекрёстных связей через звенья  $a_{51}$ ,  $a_{52}$ ,  $a_{53}$  и  $a_{54}$ . Указанное условие всегда можно выполнить при запасе по управляющему воздействию. Однако для выяснения возможности регулирования потока  $\Delta\psi_s$  изменением сигнала в прямом канале на выходе блока  $a_{45}$  необходимо сравнить его величину в широком диапазоне частот со значением сигнала обратной связи  $a_{43}\Delta v$ , который в данном случае является возмущающим воздействием.

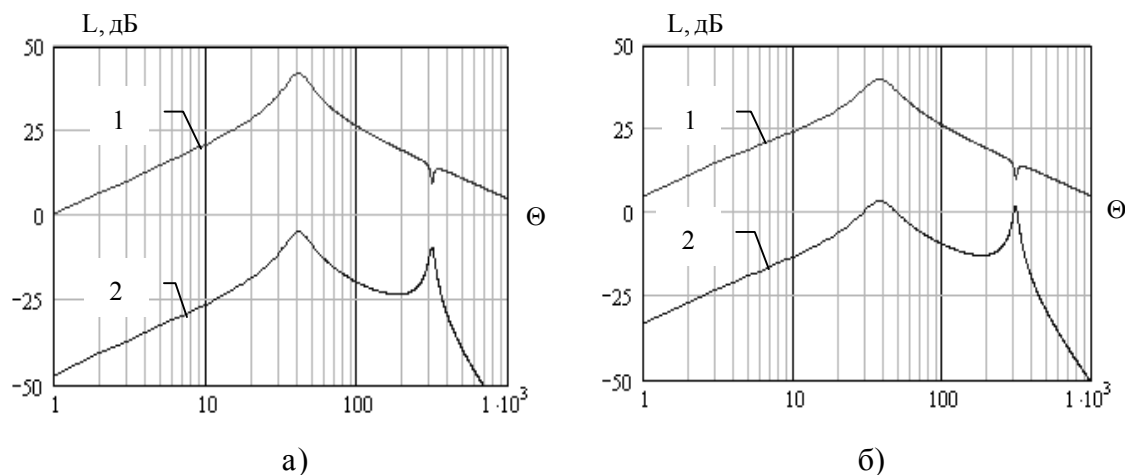
Для решения поставленной задачи построены ЛАЧХ звеньев  $a_{45}\Delta I_{ru2}(p)$  и  $a_{43}\Delta v_2(p)$  представленные на рис.2. Из сравнения характеристик 1 и 2 следует, что условие слабости связей не выполняется. При низких частотах амплитуды сигналов прямого канала и перекрёстной связи одинаковые. Далее следует резонансный всплеск внешнего воздействия 2, где его величина существенно больше полезного сигнала 1. Для других режимов работы качественный вид и соотношения между характеристиками остаются такими же. При замкнутых накоротко обмотках статора ( $U_s = 0$ )  $a_{33} = a_{43} = a_{53} = 0$  и исчезает исследуемый канал воздействия напряжения статора через коэффициент  $a_{43}$  на поток  $\Delta\psi_s$ . Таким образом, определяющее влияние на изменение потокосцепления  $\Delta\psi_s$  оказывает не ток  $\Delta I_{ru}$ , а намагничивающий ток АМ, пропорционально зависящий от величины напряжения статора. Поэтому в системе управления АВК, ориентированной по вектору потокосцепления статора  $\bar{\psi}_s$ , в канале реактивной мощности целесообразно ограничиться построением контура регулирования реактивного тока ротора  $I_{ru}$ .



а) – ЛАЧХ для нагрузки  $M_c = 0.2M_H$ ; б) – ЛАЧХ при  $M_c = M_H$

Рисунок 2 – ЛАЧХ звеньев  $a_{45}\Delta I_{rv2}(p)$  (1) и  $a_{43}\Delta v_2(p)$  (2) при  $U_{ru} = U_{rv} = 0$

Для сравнения на рис.3 приведены ЛАЧХ звеньев  $a_{12}\Delta I_{rv1}(p)$  и  $a_{14}\Delta \Psi_{s1}(p)$ , из которых поступают сигнал управления в прямом канале регулирования скорости и сигнал перекрёстной связи соответственно. Полиномы числителя передаточных функций  $\Delta I_{rv1}(p)$  и  $\Delta \Psi_{s1}(p)$  имеют нулевой корень и, следовательно, АЧХ этих звеньев выходят из начала координат. Из рис.3 следует, что амплитуда управляющего сигнала (ЛАЧХ 1) во всём диапазоне частот существенно больше (от 5 до 100 раз) амплитуды сигнала перекрёстной связи (ЛАЧХ 2). Поэтому в канале активной мощности система управления с подчинённым контуром тока  $I_{rv}$  путём его изменения позволяет обеспечить качественное регулирование скорости.



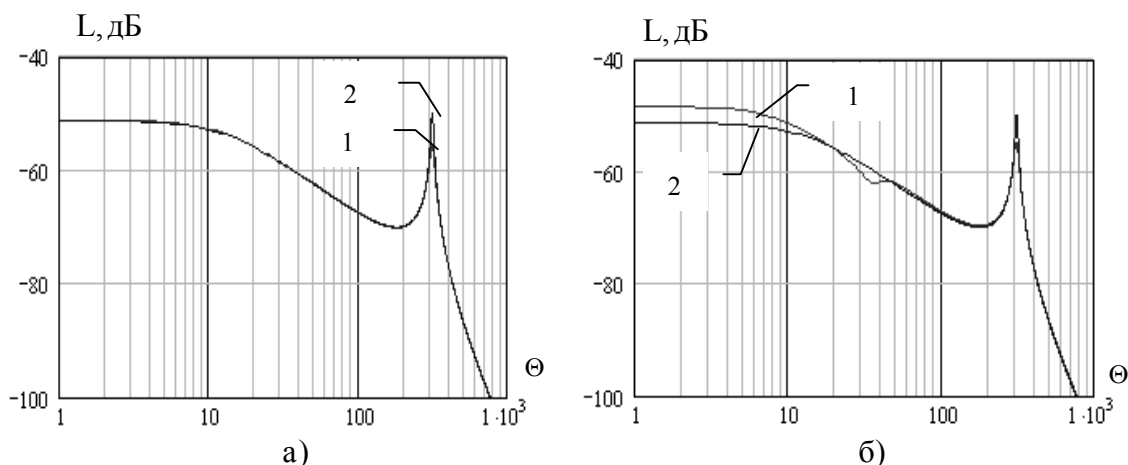
а) – ЛАЧХ для нагрузки  $M_c = 0.2M_H$ ; б) – ЛАЧХ при  $M_c = M_H$

Рисунок 3 – ЛАЧХ звеньев  $a_{12}\Delta I_{rv1}(p)$  (1) и  $a_{14}\Delta \Psi_{s1}(p)$  (2) при  $U_{ru} = U_{rv} = 0$

На рис.4 построены ЛАЧХ динамического звена  $\Delta \delta_2(p)$  при определении его передаточной функции по системе уравнений (2), а также без учёта перекрёстных связей со стороны канала активной мощности, когда в матрице состояния полагаем  $A_{21} = 0$ . Близость кривых 1 и 2 указывает на то, что коэффициенты перекрёстных связей матрицы  $A_{21}$  незначительно влияют на величины корней характеристического

уравнения сепаратной системы, определяемой матрицей  $A_{22}$ . Тогда при синтезе контуров регулирования в канале реактивной мощности можно пренебречь дополнительной динамикой, вносимой в него процессами, протекающими в подсистеме активной мощности, и в качестве модели для синтеза принять следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} p\Delta v &= a_{33}\Delta v + a_{34}\Delta\Psi_s; \\ p\Delta\Psi_s &= a_{43}\Delta v + a_{44}\Delta\Psi_s + a_{45}\Delta I_{ru}; \\ p\Delta I_{ru} &= a_{53}\Delta v + a_{54}\Delta\Psi_s + a_{55}\Delta I_{ru} + b_{52}\Delta U_{ru}. \end{aligned} \quad (5)$$



1 – ЛАЧХ для связанной системы (2); 2 – ЛАЧХ при  $A_{21} = 0$

Рисунок 4 – ЛАЧХ звена  $\Delta v_2(p)$  при  $U_{ru} = U_{rv} = 0$  и  $M_c = 0.2M_H$  (а),  $M_c = M_H$  (б)

**Выводы.** Анализ частотных характеристик показывает, что полная система уравнений (2) может быть представлена двумя подсистемами, действие внутренних перекрёстных связей между которыми равносильно приложению координатных возмущений к неким фиктивным объектам, выделенным в результате декомпозиции математической модели АВК и описываемым группами уравнений (4) и (5). Построенные ЛАЧХ показывают, что по двум каналам цепи ротора АВК можно управлять только частью полного вектора переменных, а именно: в канале активной мощности – активной составляющей тока ротора и скоростью, а в канале реактивной мощности – лишь реактивной составляющей тока ротора. При этом доказано, что определяющее влияние на поток статора оказывает величина намагничивающего тока АВК, который регулируется изменением напряжения статора, а не реактивной составляющей тока ротора.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Эпштейн И.И. Автоматизированный электропривод переменного тока. – М.: Энергоиздат, 1982. – 191с.
2. Морозовский В.Т. Многосвязные системы автоматического регулирования. – М.: Энергия, 1970. – 288с.
3. Вавилов А.А., Имаев Д.Х. Машинные методы расчёта систем управления. – Л.: Изд. Лен. Ун., 1981 – 232с.

Вінницький національний технічний університет

### СИНТЕЗ СТРУКТУРИ ПРИСТРОЮ ДЛЯ ДІАГНОСТУВАННЯ СИЛОВОГО ТРАНСФОРМАТОРА З ВРАХУВАННЯМ РОБОТИ В РЕЖИМІ ПЕРЕВАНТАЖЕННЯ

*В роботі у відповідності до запропонованої математичної моделі синтезована з використанням математичного апарату секвенцій структура пристрою для діагностування силового трансформатора з врахуванням його роботи в режимі перевантаження.*

*В работе в соответствии с предложенной математической моделью синтезирована с использованием математического аппарата секвенций структура устройства для диагностирования силового трансформатора с учетом его работы в режиме перегрузки.*

*The paper presents the synthesized device structure for diagnosing the power transformer accounting for its operation in the overloading mode, with the application of mathematical apparatus of sequences in accordance to the suggested mathematical model.*

**Вступ.** Відомо, що ізоляція силових трансформаторів в процесі роботи втрачає свої властивості під дією температурних впливів.

В роботі [1] запропонована математична модель, яка дозволяє визначати витрачання робочого ресурсу ізоляції силового трансформатора, працюючого в режимі перевантаження, шляхом врахування тривалості роботи  $t$  в режимі перевантаження в залежності від температури навколишнього середовища  $t^\circ$ , інтенсивності перевантаження  $P^*$  та робочого навантаження  $P$ , яке мало місце безпосередньо перед перевантаженням. В цій моделі закладена ідея представлення робочого ресурсу ізоляції у вигляді певної кількості імпульсів, що надходять в лічильник імпульсів з різною частотою в залежності від співвідношення параметрів, які впливають на інтенсивність вичерпання робочого ресурсу.

Зазначена математична модель має вигляд

$$R = n_n - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{T_{mn}}{T_m} \quad (1)$$

за умови

$$\left\{ \begin{array}{l} T = 1 / f_{ijh}, \\ f_{ijh} = k_{ijh} \cdot k_{ij} \cdot k_i \cdot f_n, \\ k_{ij} = 1, \text{ якщо } h = 1, \\ k_i = 1, \text{ якщо } (i = 1 \vee j = 1), \\ k_i = k_{ij} = 1, \text{ якщо } (i = 1 \wedge h = 1) \vee (i = 1 \wedge j = 1) \vee (j = 1 \wedge h = 1), \\ k_i = k_{ij} = k_{ijh} = 1, \text{ якщо } (i = 1 \wedge j = 1 \wedge h = 1), \\ t^\circ = t_i^\circ, i = \overline{1, I}, \\ P = P_j, j = \overline{1, J}, \\ P^* = P_h^*, h = \overline{1, H}, \end{array} \right. \quad (2)$$

в якій  $t_i^\circ$  – поточне значення температури навколишнього середовища;  $P_j$  – поточне значення навантаження трансформатора безпосередньо перед моментом перевантаження;  $P_h^*$  – поточне значення перевантаження трансформатора;  $T_m$  – період частоти  $m$ -го значення, яка в даний момент характеризує швидкість спрацювання робочого ресурсу;  $T_{mn}$  –  $n$ -ий період частоти  $m$ -го значення;  $\sum_{n=1}^N \frac{T_{mn}}{T_m}$  – кількість імпульсів час-

тоти  $m$ -го значення;  $\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{T_{mn}}{T_m}$  – сумарна кількість імпульсів від послідовності  $m$ -их частот (вичерпаний ресурс);  $n_n$  – номінальна кількість імпульсів, що характеризує повний робочий ресурс, який витрачається з частотою  $f_n$  за нормований час експлуатації силового трансформатора;  $k$  – коефіцієнт, яким враховується підвищення швидкості вичерпання ресурсу ізоляції в залежності від співвідношення параметрів  $t^\circ$ ,  $P$  та  $P^*$ ;  $i, j, h$  – індекси, якими позначається поточна відповідність параметрам  $t^\circ$ ,  $P$  та  $P^*$ ;  $M, N$  – попередньо невідомі значення різної кількості частот та кількості імпульсів кожної з них відповідно.

У відповідності до вказаної математичної моделі виникає питання її технічної реалізації.

**Постановка задачі.** Метою роботи є синтез структури пристрою для технічної реалізації запропонованої математичної моделі, яка дозволяє оцінювати ступінь теплового старіння ізоляції силового трансформатора.

**Результати роботи.** Очевидно, що пристрій для діагностування силового трансформатора має містити сукупність цифрових блоків для реалізації представленої математичної моделі. Оскільки з цієї моделі витікає необхідність вимірювання декількох параметрів, від яких залежить інтенсивність спрацювання робочого ресурсу ізоляції, то очевидно, що пристрій міститиме відповідні сенсори, вихідні аналогові сигнали яких необхідно представляти в цифровій формі для подальшого врахування та обробки.

Скористаємось підходами логічно-структурного синтезу для розробки складових пристрою, в яких здійснюється обробка аналогових сигналів [2], а блок обробки інформації в цифровій формі реалізуємо за допомогою математичного апарату секвенцій [3].

Згідно з технологією синтезу цифрових пристроїв необхідно попередньо здійснити опис кожної із складових, які будуть входити в блок обробки інформації.



Позначимо  $N$  – сигнал, який свідчить про виникнення режиму перевантаження в роботі силового трансформатора. Очевидно, що такий сигнал повинен надходити з компаратора, яким контролюється рівень завантаження трансформатора. Символом  $N$  позначимо сигнал, який відповідає спрацюванню ресурсу ізоляції в нормальному режимі роботи трансформатора. Для ілюстрації роботи пристрою діагностування трансформатора в режимі перевантаження введемо два сигнали –  $F_1$  та  $F_2$ , які відслідковують умовні перший та другий рівні перевантаження. Очевидно, що швидкість витрачання робочого ресурсу ізоляції в них буде різною. Через  $R$  позначимо сигнал початкового стану блока обробки інформації в момент подачі напруги живлення.

Введемо в структуру блока обробки інформації тригер  $T_1$  для реалізації генератора тактових імпульсів з часовими затримками  $\tau_1$  і  $\tau_3$ , де  $\tau_1$  – тривалість імпульсу, а  $\tau_3$  – тривалість паузи між імпульсами, яким моделюється перший режим перевантаження трансформатора. Аналогічно введемо тригер  $T_2$  для реалізації генератора тактових імпульсів з часовими затримками  $\tau_1$  і  $\tau_4$ , яким моделюється другий режим перевантаження трансформатора.

Спрацювання ресурсу ізоляції в нормальному режимі роботи змодельовано шляхом введення в структуру блока обробки інформації тригера  $T_3$  для реалізації генератора тактових імпульсів з часовими затримками  $\tau_1$  і  $\tau_2$ . Зазначимо, що  $\tau_1 \ll \tau_4 < \tau_3 < \tau_2$ , а  $\tau_2$  та  $\tau_4$  – тривалості пауз між імпульсами.

Оскільки відповідно до запропонованої математичної моделі передбачається подача імпульсів в пристрій діагностування силового трансформатора, то в структуру блока обробки інформації введемо чотири тригери  $T_4$ ,  $T_5$ ,  $T_6$  та  $T_7$  відповідно з затримками часу  $\tau_4$  між змінами станів тригерів для підрахунку вказаних імпульсів.

Вихідний сигнал блока обробки інформації, який характеризує повне витрачання робочого ресурсу ізоляції силового трансформатора, позначимо  $Y$ .

З врахуванням наведених міркувань та правил застосування математичного апарату секвенцій граф функціонування блока обробки інформації наведений на рис. 1.

Аналітично роботу блока обробки інформації згідно графа можна описати системою секвенцій

$$\left\{ \begin{array}{lll}
 R \vdash S_0; & HF_1 \tau_3 S_{12} \vdash S_{13}; & HF_1 S_{19} \vdash S_{13}; \\
 \overline{F_1 F_2} N S_0 \vdash S_0; & \tau_1 S_{13} \vdash S_{14}; & HF_1 S_6 \vdash S_{15}; \\
 \overline{H} N S_0 \vdash S_1; & HF_1 \tau_3 S_{14} \vdash S_{15}; & HF_1 S_{21} \vdash S_{15}; \\
 HF_1 S_0 \vdash S_9; & \tau_1 S_{15} \vdash S_8; & HF_2 S_2 \vdash S_{18}; \\
 HF_2 S_0 \vdash S_{16}; & HF_1 \tau_3 S_8 \vdash S_{15}; & HF_2 S_{10} \vdash S_{18}; \\
 \tau_1 S_1 \vdash S_2; & \tau_1 S_{16} \vdash S_{17}; & HF_2 S_4 \vdash S_{20}; \\
 \overline{H} N \tau_2 S_2 \vdash S_3; & HF_2 \tau_4 S_{17} \vdash S_{18}; & HF_2 S_{12} \vdash S_{20}; \\
 \tau_1 S_3 \vdash S_4; & \tau_1 S_{18} \vdash S_{19}; & HF_2 S_6 \vdash S_{22}; \\
 \overline{H} N \tau_2 S_4 \vdash S_5; & HF_2 \tau_4 S_{19} \vdash S_{20}; & HF_2 S_{14} \vdash S_{22}; \\
 \tau_1 S_5 \vdash S_6; & \tau_1 S_{20} \vdash S_{21}; & \overline{H} N S_{10} \vdash S_3; \\
 \overline{H} N \tau_2 S_6 \vdash S_7; & HF_2 \tau_4 S_{21} \vdash S_{22}; & \overline{H} N S_{17} \vdash S_3; \\
 \tau_1 S_7 \vdash S_8; & \tau_1 S_{22} \vdash S_8; & \overline{H} N S_{12} \vdash S_5; \\
 \overline{H} N \tau_2 S_8 \vdash S_7; & HF_2 \tau_4 S_8 \vdash S_{22}; & \overline{H} N S_{19} \vdash S_5; \\
 \tau_1 S_9 \vdash S_{10}; & HF_1 S_2 \vdash S_{11}; & \overline{H} N S_{14} \vdash S_7; \\
 HF_1 \tau_3 S_{10} \vdash S_{11}; & HF_1 S_{17} \vdash S_{11}; & \overline{H} N S_{21} \vdash S_7; \\
 \tau_1 S_{11} \vdash S_{12}; & HF_1 S_4 \vdash S_{13}; & R_8 S_8 \vdash S_0; \\
 & & S_7 \vee S_8 \vee S_{15} \vee S_{22} \vdash Y;
 \end{array} \right. \quad (3)$$

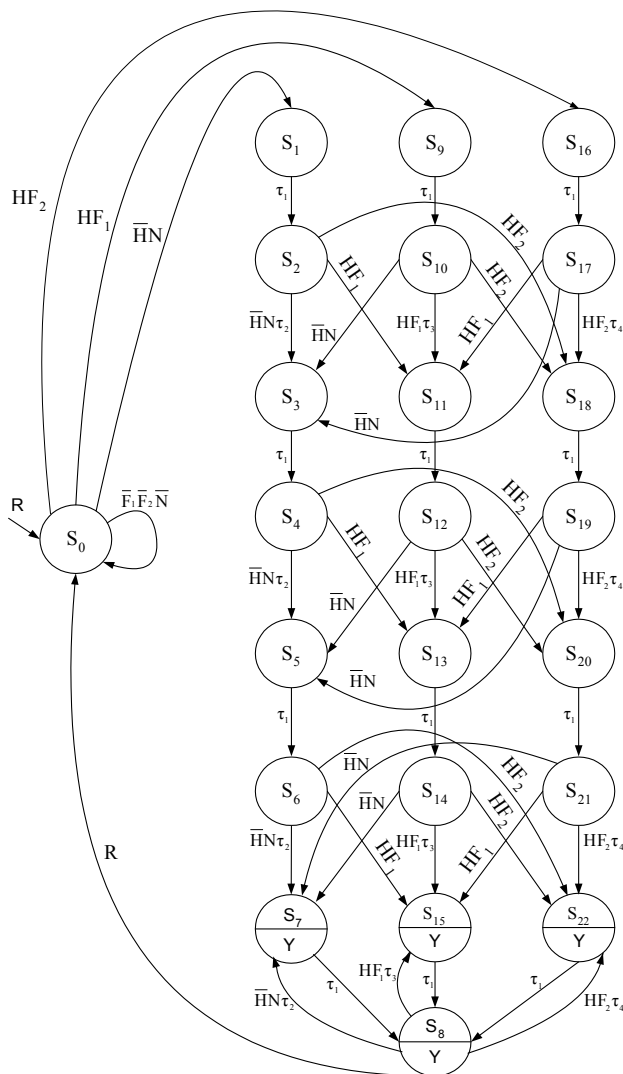


Рисунок 1 – Граф функціонування блока обробки інформації за умови, що

$$\left\{ \begin{array}{ll}
 \bar{T}_1 \bar{T}_2 \bar{T}_3 \bar{T}_4 \bar{T}_5 \bar{T}_6 \bar{T}_7 \in S_0; & \bar{T}_1 \bar{T}_2 \bar{T}_3 T_4 T_5 \bar{T}_6 \bar{T}_7 \in S_{12}; \\
 \bar{T}_1 \bar{T}_2 T_3 T_4 \bar{T}_5 \bar{T}_6 \bar{T}_7 \in S_1; & T_1 \bar{T}_2 \bar{T}_3 T_4 T_5 T_6 \bar{T}_7 \in S_{13}; \\
 \bar{T}_1 \bar{T}_2 \bar{T}_3 T_4 \bar{T}_5 \bar{T}_6 \bar{T}_7 \in S_2; & \bar{T}_1 \bar{T}_2 \bar{T}_3 T_4 T_5 T_6 \bar{T}_7 \in S_{14}; \\
 \bar{T}_1 \bar{T}_2 T_3 T_4 T_5 \bar{T}_6 \bar{T}_7 \in S_3; & T_1 \bar{T}_2 \bar{T}_3 T_4 T_5 T_6 T_7 \in S_{15}; \\
 \bar{T}_1 \bar{T}_2 \bar{T}_3 T_4 T_5 \bar{T}_6 \bar{T}_7 \in S_4; & \bar{T}_1 T_2 \bar{T}_3 T_4 \bar{T}_5 \bar{T}_6 \bar{T}_7 \in S_{16}; \\
 \bar{T}_1 \bar{T}_2 T_3 T_4 T_5 T_6 \bar{T}_7 \in S_5; & \bar{T}_1 \bar{T}_2 \bar{T}_3 T_4 \bar{T}_5 \bar{T}_6 \bar{T}_7 \in S_{17}; \\
 \bar{T}_1 \bar{T}_2 \bar{T}_3 T_4 T_5 T_6 \bar{T}_7 \in S_6; & \bar{T}_1 T_2 \bar{T}_3 T_4 T_5 \bar{T}_6 \bar{T}_7 \in S_{18}; \\
 \bar{T}_1 \bar{T}_2 T_3 T_4 T_5 T_6 T_7 \in S_7; & \bar{T}_1 \bar{T}_2 \bar{T}_3 T_4 T_5 \bar{T}_6 \bar{T}_7 \in S_{19}; \\
 \bar{T}_1 \bar{T}_2 \bar{T}_3 T_4 T_5 T_6 T_7 \in S_8; & \bar{T}_1 T_2 \bar{T}_3 T_4 T_5 T_6 \bar{T}_7 \in S_{20}; \\
 T_1 \bar{T}_2 \bar{T}_3 T_4 \bar{T}_5 \bar{T}_6 \bar{T}_7 \in S_9 & \bar{T}_1 \bar{T}_2 \bar{T}_3 T_4 T_5 T_6 \bar{T}_7 \in S_{21}; \\
 \bar{T}_1 \bar{T}_2 \bar{T}_3 T_4 \bar{T}_5 \bar{T}_6 \bar{T}_7 \in S_{10} & \bar{T}_1 T_2 \bar{T}_3 T_4 T_5 T_6 T_7 \in S_{22}. \\
 T_1 \bar{T}_2 \bar{T}_3 T_4 T_5 \bar{T}_6 \bar{T}_7 \in S_{11} &
 \end{array} \right. \quad (4)$$

Підставимо вирази (4) в (3) та здійснимо перетворення, використовуючи правила мінімізації секвенцій. В результаті отримаємо:

$$\left\{ \begin{array}{ll} F_1 \bar{T}_1 \tau_3 \vdash T_1; & (T_1 \vee T_2) H \vee T_3 \bar{H} \vdash T_4; \\ T_1 \tau_1 \vdash \bar{T}_1; & [(T_1 \vee T_2) H \vee T_3 \bar{H}] T_4 \tau_4 \vdash T_5; \\ F_2 \bar{T}_2 \tau_4 \vdash T_2; & [(T_1 \vee T_2) H \vee T_3 \bar{H}] T_5 \tau_4 \vdash T_6; \\ T_2 \tau_1 \vdash \bar{T}_2; & [(T_1 \vee T_2) H \vee T_3 \bar{H}] T_6 \tau_4 \vdash T_7; \\ N \bar{T}_3 \tau_2 \vdash T_3; & R \vdash \bar{T}_4 \bar{T}_5 \bar{T}_6 \bar{T}_7; \\ T_3 \tau_1 \vdash \bar{T}_3; & T_4 T_5 T_6 T_7 \vdash Y. \end{array} \right. \quad (5)$$

На основі отриманої мінімізованої системи секвенцій (5) синтезуємо функціональну схему блока обробки інформації.

В результаті першого етапу синтезу отримаємо структуру, що зображена на рис.2.

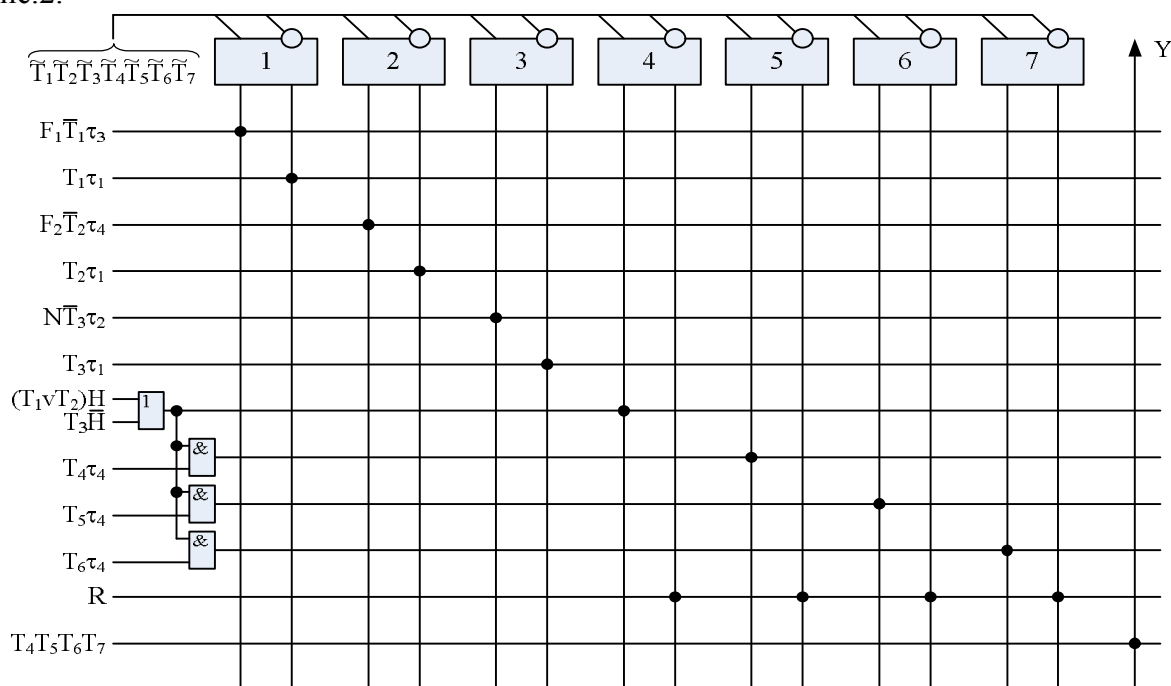


Рисунок 2 – Функціональна схема блока обробки інформації

На другому етапі синтезу здійснимо повну реалізацію структури пристрою для діагностування силового трансформатора. Введемо в структуру пристрою сенсори параметрів, що впливають на процес старіння ізоляції, та необхідні блоки узгодження та обробки сигналів в аналоговій формі. З врахуванням промислової елементної бази отримаємо структуру пристрою, зображену на рис.3. На схемі: 1,2, 3, 27 – сенсори температури навколишнього середовища, напруги та струму трансформатора, найвищої температури ізоляції відповідно; 4, 29 – перетворювачі температури в напругу постійного струму; 5...7, 31 – нормуючі перетворювачі сигналів; 8, 13 – аналого-цифрові перетворювачі; 9 – блок обчислення потужності; 10, 11 – перетворювачі змінної напруги в постійну; 12 – блок задання найбільшої потужності, що відповідає нормальному режиму роботи трансформатора; 14, 36 – компаратори; 15, 18, 28 – генератори сигналів; 16, 22, 24, 30 – елементи І; 17, 19, 26, 33 – лічильники імпульсів; 20 – функціональний перетворювач; 21 – комутатор; 23 – елемент НІ; 25 – елемент АБО; 32 – аналоговий сума-

тор; 34 – аналоговий функціональний перетворювач; 35 – цифро-аналоговий перетворювач; 37 – тригер; 38 – одновібратор.

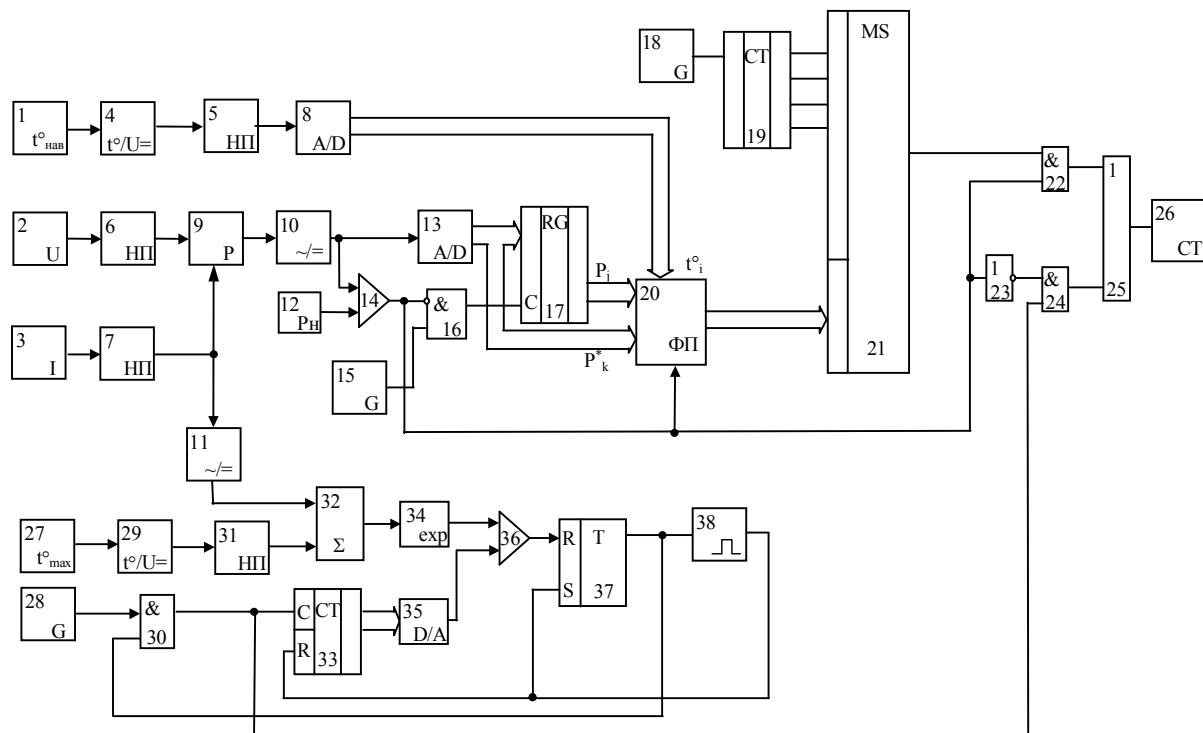


Рисунок 3 – Функціональна схема пристрою для діагностування силового трансформатора

Робота запропонованого пристрою пояснюється так. При подачі напруги живлення генератори сигналів 15, 18 та 28 починають формувати відповідні послідовності імпульсів. Зазначимо, що в лічильнику імпульсів 26 введено у вигляді двійкового коду загальний робочий ресурс ізоляції трансформатора, витрачання якого здійснюється при надходженні на вхід лічильника різних послідовностей імпульсів. Частота подачі цих імпульсів в нормальному режимі роботи трансформатора задається генератором імпульсів 28, а в режимі перевантаження відповідні частоти імпульсів формуються на виходах лічильника імпульсів 19, вибір надходження яких забезпечується комутатором 21 в залежності від співвідношення вхідних параметрів, залежності яких у відповідності до математичної моделі закладені в функціональному перетворювачі 20. З виходів сенсорів 1, 2, 3 та 27 сигнали, що відповідають значенням температури навколишнього середовища, напруги трансформатора, струму, що протікає через трансформатор, найвищої температури ізоляції відповідно надходять в пристрій через відповідні перетворювачі сигналів 4...7, 29 та 31. Слід зазначити, що діагностування трансформатора в нормальному режимі роботи, або в режимі перевантаження контролюється за допомогою компаратора 14, в якому порівнюється сигнал, що відповідає робочій потужності трансформатора в поточний момент часу з сигналом найбільшої потужності, яка відповідає нормальному режиму роботи трансформатора. При цьому за допомогою комутатора сигналів, реалізованого на елементах 22...25, змінюється порядок надходження імпульсів в ресурсний лічильник 26. Блоки пристрою 27...38 забезпечують формування послідовності імпульсів за відповідний проміжок часу в залежності від теплового стану обмоток силового трансформатора в його нормальному режимі роботи. Двійковий лічильник 17 призначений для запам'ятовування останнього значення потужності нормального завантаження трансформатора безпосередньо перед режимом перевантаження. Аналого-цифрові 8, 13 та цифро-аналоговий 35 перетворювачі призначені для узгодження роботи блоків, що використовуюють аналогові або цифрові форми представлення сигналів. В

блоці 9 обчислюється поточне значення потужності трансформатора, яка залежить від сигналів, що подаються з сенсорів 2 та 3.

Підкреслимо, що при конкретній реалізації пристрою в залежності від діапазону та дискретності вхідних сигналів спектр сигналів різних частот легко розширити за допомогою лічильника імпульсів 19.

#### **Висновки.**

1. Запропонована методика синтезу структурної схеми пристрою для діагностування силових трансформаторів з використанням математичного апарату секвенцій.

2. На основі запропонованої математичної моделі синтезована функціональна схема пристрою для діагностування силового трансформатора з врахуванням роботи в режимі перевантаження, придатна для технічної реалізації.

#### **ЛІТЕРАТУРА**

1. Грабко В.В., Березницький Д.О. Математична модель для діагностування силових трансформаторів в режимі перевантаження// Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КДПУ. – 2008. – Вип. 4/2008 (51). Частина 2. – С.164-166.
2. Тетельбаум И.М., Шнейдер Ю.Р. Практика аналогового моделирования динамических систем: Справочное пособие. – М.: Энергоатомиздат. – 1987. – 384с.
3. Захаров В.Н. Автоматы с распределённой памятью. – М.: Энергия, 1975. – 136с.
4. Цифровые и аналоговые интегральные микросхемы: Справочник/ С.В.Якубовский, Л.И.Ниссельсон, В.И.Кулешова и др.; Под ред. С.В.Якубовского. – М.: Радио и связь. – 1990. – 496с.

УДК 621.311.245

ЦЯПКО Н.Ф., д.т.н., професор  
ГЛУЩЕНКО Е.Л., к.т.н., доцент

Днепродзержинский государственный технический университет

### **О РАСЧЁТЕ ВЕТРОВЫХ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ**

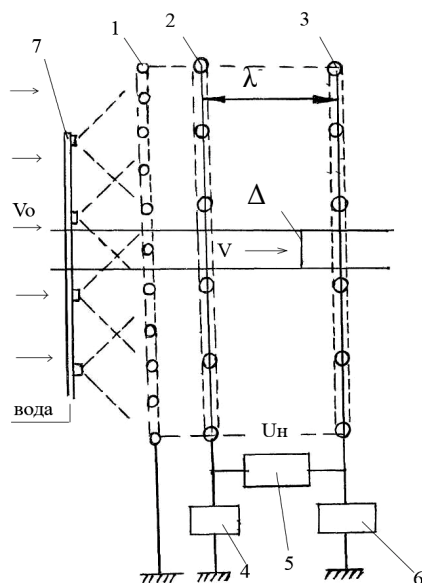
*У статті коротко висвітлені питання розрахунку вітрових електродинамічних генераторів. Показана важливість розглянутого питання, доцільність подальших досліджень процесів одержання й зарядки рідких часток, визначення раціональної конструкції електродів, їхніх розмірів і розташування.*

*В статье кратко освещены вопросы расчёта ветровых электродинамических генераторов. Показана важность рассматриваемого вопроса, целесообразность дальнейших исследований процессов получения и зарядки жидких частиц, определения рациональной конструкции электродов, их размеров и расположения.*

*In given article questions of calculation of wind electrodynamic generators are briefly covered. Importance of a case in point, expediency of the further researches of processes of reception and charging of liquid particles, definition of a rational design of electrodes, their sizes and an arrangement is shown.*

**Введение.** Среди известных способов использования энергии ветра заслуживают внимания ветровые электродинамические генераторы [1], как имеющие ряд существенных преимуществ, в том числе возможности работать при любых скоростях.

Сущность устройства и работы ВЭДГ поясняет рис.1.



1 – система зарядки; 2 – входной электрод, притягивающий заряды; 3 – собирающий электрод; 4 – источник высокого напряжения (возбудитель); 5 – нагрузка; 6 – система управления и регулирования; 7 – система получения коллоидных частиц

Рисунок 1 – Устройство ветрового электродинамического генератора

Электрогенератор ВЭДГ, в котором используются заряженные капли воды, работает следующим образом. К форсункам системы 7 подается техническая вода, которая ими распыляется на капли с медианным диаметром 5...10 мкм. Ветер захватывает капли и переносит сквозь сетку 1, присоединенную к генератору-возбудителю высокого напряжения, например, электростатическому генератору. В каплях индуцируются электрические заряды. Далее поток воздуха с заряженными каплями протекает сквозь сетку 3. В пространстве между сетками 2 и 3 возбуждается электрическое поле, а на электродах 2 и 3 устанавливается разность электрических потенциалов. При этом механическая энергия потока воздуха, содержащего заряженные капли, преобразуется в энергию электрического тока, который затем передается нагрузке 5. Напряжение и мощность электрического тока регулируется устройством 6.

В источнике [1] отмечается, что генератор эффективно работает при скорости ветра до 8,6 м/с. При больших скоростях ветра рекомендуется устанавливать вторую аналогичную секцию.

**Постановка задачи.** Установленный предел скорости теоретически недостаточно обоснован и требуются дополнительные исследования. Необходимо получить зависимости между определяющими параметрами.

**Результаты работы.** Рассмотрим рабочий процесс в генераторах более подробно. Выделим в потоке воздуха, протекающего между электродами 2 и 3, элементарную струйку со скоростью движения  $V$  и сечением  $\Delta S$  (рис.1). Механическая мощность струйки воздуха равна

$$\Delta N_{\Gamma} = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{в}} (V_0^3 - V^3) \cdot \Delta S, \text{ Вт} \quad (1)$$

где  $\rho_{\text{в}}$  – плотность воздуха, кг/м<sup>3</sup>;

$V_0$  – скорость невозмущённого потока ветра, м/с;

$V$  – скорость потока воздуха в струйке между электродами 2 и 3, м/с;

$\Delta S$  – площадь живого сечения струйки, м<sup>2</sup>.

Мощность (1) расходуется на возбуждение электрического тока в струйке мощностью, равной

$$\Delta N_{\text{э}} = U \cdot I_{\text{уд}} \cdot \Delta S, \text{ Вт}, \quad (2)$$

где  $I_{\text{уд}}$  – плотность тока, А/м<sup>2</sup>;

$U$  – разность электрических потенциалов между электродами 2 и 3, В.

Удельная сила электрического тока в струйке также равна

$$I_{\text{уд}} = q_{\text{w}} (V - V_{\text{ск}}), \text{ А/м}^2, \quad (3)$$

где  $q_{\text{w}}$  – суммарный электрический заряд капель в единице объёма струйки, Кл/м<sup>3</sup>;

$V_{\text{ск}}$  – скорость скольжения заряженных капель относительно воздуха, м/с.

Скольжение заряженных капель вызывается силой сопротивления движения электростатического поля напряжённостью

$$E_{\text{ген}} = \frac{U}{\lambda}, \text{ В/м}. \quad (4)$$

С учётом (3) уравнение (2) принимает вид:

$$\Delta N_{\text{э}} = \lambda \cdot E_{\text{ген}} \cdot q_{\text{w}} (V - V_{\text{ск}}) \cdot \Delta S, \text{ Вт}. \quad (5)$$

Из уравнений (1) и (5) вытекает, что энергия ветра не полностью преобразуется в энергию электрического тока. Часть энергии уносится потоком воздуха за пределы генератора, а часть энергии теряется при скольжении капель. Потери энергии можно выразить через гидравлический и электрический коэффициенты полезного действия (к.п.д.).

Мощность струйки в невозмущённом потоке равна:

$$\Delta N_{0\Gamma} = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{в}} \cdot V_0^3 \cdot \Delta S, \quad (6)$$

а её электрическая мощность между электродами при отсутствии скольжения –

$$\Delta N_{0\text{э}} = \lambda \cdot E_{\text{ген}} \cdot q_{\text{w}} \cdot V \cdot \Delta S. \quad (7)$$

Из (1), (5), (6) и (7) находим гидравлический к.п.д.

$$\eta_{\Gamma} = \frac{\Delta N_{\text{э}}}{\Delta N_{0\text{э}}} = \frac{V_0^3 - V^3}{V_0^3} \quad (8)$$

и электрический к.п.д.

$$\eta_{\text{э}} = \frac{\Delta N_{\text{э}}}{\Delta N_{0\text{э}}} = \frac{V - V_{\text{ск}}}{V}. \quad (9)$$

Полный к.п.д. генератора принимает значение:

$$\eta_{\text{ген}} = \eta_{\Gamma} \cdot \eta_{\text{э}};$$

$$\eta_{\text{ген}} = (1 - \bar{V}^3) \cdot \left(1 - \frac{\bar{V}_{\text{ск}}}{\bar{V}}\right), \quad (10)$$

где  $\bar{V} = V/V_0$ ,  $\bar{V}_{\text{ск}} = V_{\text{ск}}/V_0$ .

Мощность генератора на клеммах с площадью сечения рабочего пространства  $S$  принимает значение

$$N_{\text{клем}} = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{в}} \cdot S \cdot V_0^3 \cdot \eta_{\text{ген}}. \quad (11)$$

Зависимость (10) графически представлена на рис.2

Из рис. 2 видно, что к.п.д. существенно зависит от скорости скольжения. Функция (10) имеет максимум при определенном значении скорости потока  $\bar{V}_{\text{н}}$ . Такой режим принято называть номинальным. С помощью графиков на рис. 2 можно определять значение  $\bar{V}_{\text{н}}$  и максимальный к.п.д.  $\eta_{\text{ген.н}}$  при определенном значении  $\bar{V}_{\text{ск}}$ .

Номинальная мощность генератора равна:

$$N_{\text{клем.н}} = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{в}} \cdot S \cdot V_0^3 \cdot \eta_{\text{ген.н}}. \quad (12)$$

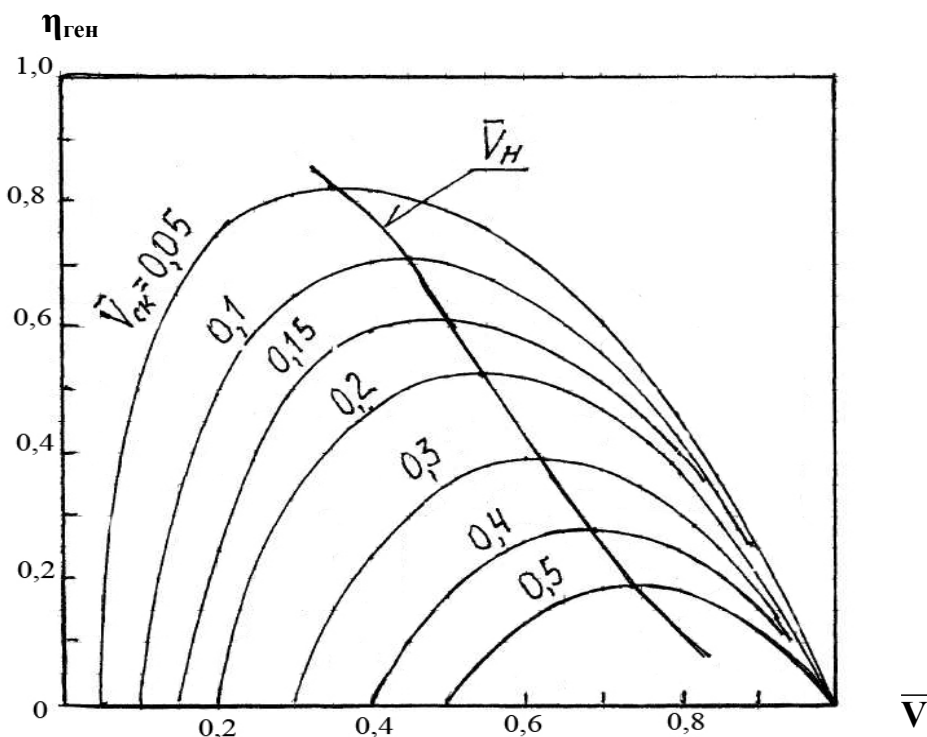


Рисунок 2 – Зависимость  $\eta_{\text{ген}}$  ( $\bar{V}$ ,  $\bar{V}_{\text{ск}}$ )

Скорость скольжения  $V_{\text{ск}}$  в первом приближении можно определить из закона гидродинамики о силе лобового сопротивления. Полагая, что капля имеет форму шара, при ожидаемых числах Рейнольдса [2] коэффициент силы лобового сопротивления равен



$$C_{\chi} = \frac{24}{Re} = \frac{24 \cdot \nu}{V_{ск} \cdot d_{к}},$$

где  $Re = \frac{V_{ск} \cdot d_{к}}{\nu}$  – число Рейнольдса;

$d_{к}$  – диаметр капли, м;

$\nu$  – кинематический коэффициент вязкости воздуха,  $m^2/s$ .

При распыливании жидкости имеет место разброс размеров капли. Для количественной оценки степени распыливания принята величина медианного диаметра капли, который делит массу распыленной жидкости на две, равные по массе части. С учётом величины  $C_{\chi}$  сила лобового сопротивления движения капель, содержащихся в единице объёма, принимает значение

$$F_{лоб} = 3 \cdot \pi \cdot \nu \cdot \rho_{в} \cdot n_{w} \cdot d_{к} \cdot V_{ск}, \text{ Н/м}^3, \quad (13)$$

где  $n_{w}$  – количество капель в единице объёма воздуха струйки.

Сила (13) равна силе действия электрического поля на заряженные капли:

$$F_{э} = q_{w} \cdot E_{ген}, \text{ Н/м}^3, \quad (14)$$

где  $E_{ген}$  – напряжённость электрического поля в пространстве между электродами 2 и 3.

Приравнивая (13) к (14), получаем

$$V_{ск} = \frac{E_{ген} \cdot q_{к}}{3\pi \cdot \nu \cdot \rho_{в} \cdot d_{к}}, \quad (15)$$

где  $q_{к} = \frac{q_{w}}{n_{w}}$  – электрический заряд одной капли, Кл.

Таким образом, скольжение капли прямо пропорционально зависит от величины заряда и обратно пропорционально от диаметра. Элементарные заряды в капле равномерно распределены по её поверхности. Между одноимёнными зарядами действует отталкивающая сила (сила Кулона), которая стремится разорвать каплю. Этой силе противодействует сила поверхностного натяжения в жидкости. Из равновесия этих сил можно определить предельное количество элементарных зарядов на поверхности капли. С другой стороны заряды создают электрическое поле, напряжённость которого может достигнуть предела электрической прочности среды (воздуха) на пробой. Анализ этих явлений привёл к выводу, что предельный заряд капли следует определять по электрической прочности воздуха. Предельная напряженность поля, при которой наступает пробой воздуха, равна  $E_0=3 \cdot 10^6$  В/м.

Применительно к нашему случаю предельный заряд капли равен

$$q_{к} = \frac{\varepsilon \cdot E_0 \cdot d_{к}^2}{4 \cdot K}, \text{ Кл}, \quad (16)$$

где  $K=9 \cdot 10^9$  м/Ф – электрическая константа вакуума.

При данной величине заряда капли её скорость скольжения принимает значение

$$V_{ск} = \frac{\varepsilon \cdot E_0 \cdot E_{ген} \cdot d_{к}}{12 \cdot \nu \cdot \pi \cdot \rho_{в} \cdot K}, \text{ м/с}. \quad (17)$$

Для иллюстрации изложенного материала приводим результаты расчёта электродинамического генератора при условии:  $V_0 = 8$  м/с;  $S = 500$  м<sup>2</sup>;  $d_k = 10^{-5}$  м;  $\nu = 1,34 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с;  $\rho_v = 1,25$  кг/м<sup>3</sup>;  $U = 2 \cdot 10^5$  В;  $\lambda = 2$  м.

В результате расчёта получено:

$$\bar{V}_{ск} = 0,066; \bar{V}_H = 0,38; \eta_{\text{э}} = 0,9; \eta_{\text{ген}} = 0,78; I = 0,69 \text{ А}; N_{\text{ген.н}} = 125 \text{ кВт}.$$

Для получения капель использовалась система с насосом, развивающим подачу 0,04 м<sup>3</sup>/с при давлении 0,5 МПа и приводным двигателем 35 кВт. Таким образом, ВЭДГ отдает ток в электросеть мощностью 90 кВт.

Следует заметить, что лучшие лопастные ветродвигатели при ометаемой площади 500 м<sup>2</sup> и скорости ветра  $V_0 = 8$  м/с, развивают на валу мощность, которая в лучшем случае равна 70 кВт.

**Выводы.** Получены и проанализированы зависимости для определения номинальной мощности генератора, предельного заряда и скорости скольжения капли. Проведенные исследования показывают, что скольжение капли прямо пропорционально зависит от величины заряда и обратно пропорционально от ее диаметра. Анализ таких явлений, как действие отталкивающей силы между одноимёнными зарядами и создание зарядами электрического поля, привёл к выводу, что предельный заряд капли следует определять по электрической прочности воздуха.

Показана важность и полезность разработки ветрового электродинамического генератора, который при площади  $S = 500$  м<sup>2</sup> и скорости ветра  $V_0 = 8$  м/с способен питать нагрузки мощностью до 90 кВт.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ветроэнергетика. Под. ред. Д. де Рензо. С англ. под. ред. Я.И.Шефтера. – М.: Энергоатомиздат, 1982. – 272с.
2. Х.Рауз. Механика жидкости и газа для инженеров гидротехников. – Энергоиздат, 1958. – 368с.
3. Е.Р.Абрамовский, С.В.Городько. Аэродинамика ветродвигателей. – Днепропетровск: ДТУ. – 1987. – 220с.