

## РАЗДЕЛ «МЕХАНИКА»

УДК 536.12:539.377

ПОСТОЛЬНИК Ю. С., д. т. н., професор

Дніпродзержинський державний технічний університет

### ДДТУ – „ЕПІЦЕНТР” ЗАРОДЖЕННЯ І ФОРМУВАННЯ МЕТАЛУРГІЙНОЇ ТЕРМОМЕХАНИКИ

*Викладена історія зародження і розвитку, наведено основні результати і учасники наукової школи ДДТУ з прикладної термомеханіки.*

*Изложена история зарождения и развития, приведены основные результаты и участники научной школы ДДТУ по прикладной термомеханике.*

*The history of foundation development of the thermomechanics school of DSTU is represented. The main results of its research work and the names of the leading scientists this school are give.*

**Вступ.** Перша половина XIX ст.: у 1822 р. Жозеф Фур'є створює аналітичну теорію тепла, у 1823 р. Луї Коші – нову теорію пружності. Опираючись на ці теорії, у 1837 р. Ж.Дюамель, а у 1841 р. Ф.Нейманн ставлять і розв'язують перші задачі по визначенню температурних напружень, виникаючих у тілах з неоднорідним температурним полем. Ці роботи і стали тим фундаментом, на якому здійснювалась подальша побудова термомеханіки – комплексної науки, вивчаючої напружено-деформований стан твердих тіл під дією „температурного навантаження”.

*Розвиток вітчизняної термомеханіки.* За майже 170 років свого існування термомеханіка досягла величезних успіхів, особливо в останні 50—60 років, що відображено в численній літературі (наприклад [1...4]). Вагомий внесок належить Українській термомеханічній школі. Ранніми дослідженнями, зароджуваними цей науковий напрям в Україні, була праця академіка О.М.Динника, видана у 1915 р в Катеринославському гірничому інституті [5] і присвячена термопружності циліндра.

У 40-х роках чл. – кор. АН УРСР В.М.Майзель розвиває методи розв'язання задач термопружності пластин, дисків, оболонок [6]. Дещо пізніше до цих же задач звертається і акад. АН УРСР А.Д.Коваленко [2], залучаючи до їх розв'язання великий колектив науковців Інституту механіки АН УРСР. Зароджується Українська (Київська гілка) школа термомеханіків.

На початку 60-х років при Західному науковому центрі АН УРСР створюється і успішно розвивається Львівська гілка вітчизняної термомеханічної школи, засновником і науковим керівником якої був акад. АН УРСР Я.С.Підстригач. Основне ядро виконавців тут зосередилось при Інституті прикладних проблем механіки і математики АН УРСР.

Питання термомеханіки незмінно входять в тематику наукових досліджень багатьох інших академічних інститутів: Проблем міцності, Електрозварювання, Проблем машинобудування, Фізико-механічного, Технічної теплофізики та ін.

Виключно плідне значення мали щорічні наукові наради „Теплові напруження в елементах конструкцій”, що проходили під керівництвом А.Д.Коваленка (1961-1973), а потім Ю.М.Шевченка (1977-1980). Вони відіграли величезну організаційно-координуючу роль в успішному розв'язанні проблем термомеханіки в СРСР.

*Проблеми прикладної термомеханіки.* Інтенсивний розвиток цієї науки був перш за все обумовлений необхідністю детального дослідження термомеханічних процесів,

притаманних об'єктам передової техніки (ядерної, космічної, ракетної та ін.) Але у вивченні подібних питань зацікавлені і більш „приземлені” виробництва, зокрема – металургія і машинобудування. В цих галузях нагрівання металу – найважливіша ланка, докорінно впливаюча на показники виробництва і якість продукції. Без врахування термонапруженого стану (ТНС) тіла неможливо обґрунтовано визначити гранично допустиму швидкість протікання теплотехнологічного процесу. Інтенсифікація виробництва призводить до значного підвищення напружень в окремих деталях і вузлах обладнання. Звідси – вміння розраховувати ці напруження у практиці подібних виробництв стає загальною необхідністю.

На актуальність цієї проблеми вчені-металурги звертали увагу вже давно (наприклад, Т. Адамс і Е. Вільямс – у 1920 р., М.М. Доброхотов – у 1934 р.; І.А. Одінг – у 1937 р.), але конкретно до її розв'язання підійшов Н.Ю. Тайц (1962) [7].

Необхідно відзначити, що на той час своїми працями вчені-теплотехніки А.І.Вейник, М.А.Глінков, Е.М.Гольдфарб, Г.П.Іванцов, О.В.Кавадеров, І.Г.Казанцев, Ю.Й.Розенгарт, Й.Д.Семикін та ін. внесли фундаментальний доробок в розвиток інженерних методів розв'язання задач прикладної теплофізики, тим самим фактично створивши сучасну металургійну теплотехніку як самостійну науку.

Але переважна більшість цих і наступних вчених займалась розробкою методів розв'язання чисто теплових задач. Температурним же напруженням стосовно металургійного виробництва приділило увагу небагато з них. Це, окрім Н.Ю.Тайца, В.В.Абрамов [8], Ю.С.Постольник [9, 10], Ю.А.Самойлович [11, 12], В.І.Тимошпольський [12, 13], М.І.Яловий [14] та деякі інші.

Таким чином, не дивлячись на високий рівень наукових досліджень з теорій теплопровідності та термопружності, їх результати ще не знаходили достатнього використання у відповідних галузях техніки. Досить часто (наприклад, [15]) при розрахунках на міцність враховується лише силове навантаження, а температурні напруження повністю ігноруються, тоді як їх величина одного рівня з механічними.

*Металургійна термомеханіка в ДДТУ.* Перше моє знайомство (1962 р.) зі станом теоретичних проблем металургійної теплотехніки показало, що, по-перше, теплові процеси металургійного виробництва суттєво нелінійні; по-друге, фактично всі на той час існуючі методики розрахунку цих процесів ґрунтуються на розв'язках лінійних крайових задач теплопровідності (КЗТ).

Звідси стало зрозуміло, що для забезпечення високого рівня ідентифікації результатів розрахунку, без якого неможливий подальший науково-технічний прогрес, необхідно перевести промислову теплотехніку на рейки нелінійного математичного моделювання. Але нелінійні КЗТ точних розв'язків не мають. Тому не випадково в 50-60-і роки великої актуальності набуває проблема наближеного математичного моделювання теплових процесів. З'являється ціла низка аналітичних методів (теплого балансу Гудмена, варіаційні Біо та Канторовича, виключення змінних Вейника, миттєвого регулярного режиму Гольдфарба, ітераційний Швеця та ін.), в яких використовується запропонована ще у 1937 р. Й.Д.Семикіним [16] „Інженерна модель процесу теплопровідності”, розщеплююча єдиний (за класичною теорією Фур'є) процес нагрівання на два етапи: інерційний (початкове поступове прогрівання) і впорядкований (нагрівання в межах усього об'єму тіла). У 1971 р. усі ці методи О.В.Ликов [17] об'єднав під загальною назвою „методи термічного шару” (МТШ). Але, маючи неабияку практичну привабливість, МТШ мали загальний досить суттєвий недолік: вони не давали задовільних результатів при розв'язанні нелінійних КЗТ.

Усвідомлюючи актуальність і перспективність цієї проблеми, на кафедрі будівельної механіки (КБМ) ДІІ (нині ДДТУ) починається інтенсивна наукова робота, націлена на створення надійних наближених методів розв'язання різних (у тому числі і нелі-

нійних) КЗТ стосовно металургійної теплотехніки. З'являються перші публікації [18...20], фіксуючі (як потім з'ясувалось) зародження при ДДТУ наукової школи з металургійної (прикладної) термомеханіки.

Розробляється і теоретично обґрунтовується наближений квазіітераційний метод, відомий як метод еквівалентних джерел (МЕД) Постоляника [21, 22], що теж відноситься до класу МТШ. МЕД відрізняє чітка послідовність процедури розв'язання і універсальність застосування до різних математичних моделей (ММ). Але головна цінність полягає в тому, що він виявився ефективним у розв'язанні усіх типів нелінійних задач теплофізики тіл базової форми (ТБФ – пластина, циліндр, куля, призма).

Цілком зрозуміло, що механічна кафедра, основний профіль якої – проблеми міцності, не могла обмежити коло своїх досліджень у вибраному науковому напрямку виключно тепловими питаннями. Інженерна модель теплопровідності вперше (через 35 років після її появи в теплотехніці) вводиться в теорію термопружно-пластичності [10, 23]. Висока практична ефективність впровадження МТШ в термомеханіку пояснюється наступним. Максимальні температурні напруження, як правило, виникають на початковій стадії прогрівання, коли температурний перепад досягає найбільшої величини. При використанні точного (якщо він є) розв'язку КЗТ (який звичайно виражається необмеженим рядом) необхідно враховувати велику кількість членів ряду (див., наприклад, [2]), що надзвичайно ускладнює розрахунки. До того ж нелінійні задачі взагалі точних розв'язків не мають. Наближене ж розв'язання з допомогою МЕД для інерційного етапу дає просту і досить точну функцію температури, дозволяючи без ніяких труднощів дослідити і розрахувати екстремальний термонапружений стан (ТНС) об'єкта.

Отже, на початок 70-х років був розроблений єдиний універсальний математичний апарат для наближеного розв'язання великого кола лінійних і нелінійних прикладних задач термомеханіки (теорій теплопровідності і термопружнопластичності) ТБФ.

**Основні результати.** Подальша наукова діяльність колективу полягала в розширенні пакету розв'язаних прикладних задач термомеханіки.

Одержано розв'язки:

I. Задач теплопровідності ТБФ: лінійних з граничними умовами (ГУ) 1, 2, 3-го роду; з нелінійністю 1-го роду при ГУ 1, 2, 3-го роду; з нелінійністю 2-го роду (радіаційний і радіаційно-конвективний теплообмін); з нелінійністю 3-го роду (фазові перетворення); з внутрішніми (лінійним і нелінійним) джерелами тепла.

II. Задач термопружності і термопластичності ТБФ: зі сталими теплофізичними (ТФХ) і механічними (МХ) характеристиками; зі змінним ТФХ і сталим МХ; з ТФХ і МХ, залежними від температури.

III. Лінійних і нелінійних (вперше) задач швидкісного нагрівання ТБФ з обмеженнями на функцію керування (температуру нагрівача) і на: максимальну температуру тіла; максимальний температурний перепад; швидкість нагрівання; температурні напруження.

IV. Лінійних і нелінійних (вперше) задач термомеханіки протитечійного нагрівання (ПТН) ТБФ: лінійних при конвективному ПТН; зі сталими і змінними ТФХ при радіаційному і складному ПТН (нелінійності 1-го і 2-го роду).

На ґрунті отриманих розв'язків проводяться дослідження і розробляються інженерні методики розрахунку різних технологічних процесів і технічних об'єктів (прямо- і протитечійного, а також індукційного нагрівання зливків; плавлення і твердіння металу; оптимізації швидкісного нагрівання тіл; імпульсного гасіння коксу; термонапруженого стану механічного обладнання, рекуператорів, виливниць, пічного устаткування та ін.)

*Головні дійові особи, причетні до школи.* У розв'язанні цих задач приймала участь велика кількість наукових працівників як ДДТУ, так і інших організацій. Лише кафедрою будівельної (з 1996 р. – теоретичної і прикладної) механіки за цією темати-

кою було видано 7 книг і більше 300 статей, прочитано понад 130 доповідей на 70-ти Міжнародних, Всесоюзних і Національних наукових конференціях. Одержані результати у тій чи іншій мірі використані у багатьох дисертаціях: кандидатських (В.М.Губи, В.І.Тимошпольського, Е.М.Гречаник, О.І.Машенка, Ю.М.Орлик, О.А.Чорного, О.А.Кондрашевої – ДДТУ; О. О.Руденка, Л. В.Фролової, О. В.Дубини – НМетАУ) та докторських (Ю.С.Постольника, Д.А.Мучника, А.П.Огурцова, М.І.Ялового – ДДТУ; В.М.Львовського – НМетАУ; В.І.Тимошпольського, І.О.Трусової – БНТУ, Мінськ).

При цьому приємно відзначити, що наш випускник, виходець із наукової школи ДДТУ проф. В.І.Тимошпольський, почавши з кінця 80-х років свою науково-педагогічну діяльність зі створення при БНТУ кафедри і науково-виробничої лабораторії металургійного профілю, у подальшому став засновником Білоруської наукової школи в галузі промислових технологій, яка продовжує успішно розвивати термомеханічну тематику в загальній теплотехніці металургійного і машинобудівного виробництва. Результати цієї молоді, але вже широко відомої школи в достатній мірі відображені в численних роботах (наприклад, [12, 13, 24...26]), в яких чітко проглядається нова перспективна тенденція не протиставляти (як звичайно прийнято), а поєднувати можливість чисельних і аналітичних методів для розв'язання сучасних проблем прикладної теплофізики. Пізніше заслужений діяч науки і техніки Білорусі, докт. техн. наук, проф. В.І.Тимошпольський стає директором всесвітньо відомого академічного ІТМО ім. О.В.Ликова. В даний час талановитий вчений і організатор науки – віце-президент НАН Білорусі, почесний професор ДДТУ.

Отримані результати одержали високу оцінку і підтримку відомих науковців Москви (О.М.Аліфанов, В.С.Зарубін, Е.М.Карташов), Куйбишева (А.В.Темников), Ростова-на-Дону (В.В.Іванов), Красноярска (Ю.В.Відін) та ін.

Все це дозволяє стверджувати, що створена при ДДТУ наукова школа з металургійної (прикладної) термомеханіки одержала визнання і поширення не лише в Україні, а й за її межами.

В зародженні й становленні цієї школи велике значення мали наші безпосередні контакти з корифеєм теорії теплообміну директором ІТМО академіком АН БРСР О.В.Ликовим, лідерами вітчизняної термомеханічної школи академіками АН УРСР А.Д.Коваленком і Я.С.Підстригачем, завідуючими відділів термопружності ІМех АН УРСР проф. І.О.Мотовиловцем та ІППММ АН УРСР проф. Ю.М.Коляно, моделювання теплових і механічних процесів ІПМаш АН УРСР академіком АН УРСР Ю.М.Мацевичем, та ІТТФ АН УРСР професорами Л.О.Козробок і М.І.Микитенком, а також з засновником Дніпропетровської школи з металургійної теплотехніки професорами Н.Ю.Тайцем, Й.Д.Семикінім, Е.М.Гольдфарбом, Ю.Й.Розенгартом.

Потрібно особливо відзначити ту позитивну роль, яку в розвитку термомеханічної школи ДДТУ відіграла участь провідних учених університету проф. А.П.Огурцова – в галузі теплофізики сталевих зливків і проф. І.О.Павлюченкова – в галузі прикладної (обчислювальної) математики.

Перша сумісна з А.П.Огурцовим робота за цією тематикою вийшла у 1984 р. Систематично ж у цю проблему він включився з 1998 р., коли почав приймати активну участь у постановці нагальних термомеханічних задач металургійного виробництва, в обговоренні отримуваних результатів та їх публікуванні, ставлячи основний акцент на учбово-наукову значимість цього напрямку.

До наукової тематики КБМ І.О.Павлюченков був залучений ще у 1976 р., але систематично наше співробітництво почалось з 1998 р., коли виникла практична необхідність у доповненні розроблених аналітичних методик термомеханічних розрахунків програмним забезпеченням, покращуючим технологічність їх практичного використання. Необхідно додати, що саме ці вчені як ректори ДДТУ, а також проректор з наукової

роботи проф. О.В.Садовой подавали і продовжують подавати постійну організаційно-фінансову допомогу, пов'язану з виданням книг і участю в наукових конференціях. В останній час до питань термоміцності коксу в умовах доменного процесу звертається доц. В.М.Гуляев. У включенні інженерної термомеханіки в навчальні плани підготовки магістрів-механіків велика заслуга належить проректорам проф. О.М.Коробочці, доц. В.М.Гуляєву і декану мехфаку доц. В.Ю.Солоду.

*Металургійній термомеханіці – статус самостійності.* Враховуючи наявність ранніх окремих праць учених-теплотехніків Мінська (А.І.Вейник), Свердловська (Ю.А.Самойлович), Дніпропетровська (Н.Ю.Тайц), Києва (М.І.Никитенко), Запоріжжя (В.В.Абрамов), Дніпродзержинська (М.І.Яловий), Душанбе (П.В.Цой), а також багаторічні широкопланові систематичні дослідження наукових шкіл Дніпродзержинська (ДДТУ) і Мінська (БНТУ), можна констатувати становлення „Металургійної (взагалі, прикладної) термомеханіки” як самостійної гілки інженерної науки, що знаходиться на перехресті механіки деформівного твердого тіла, теорії теплообміну і промислової теплотехніки. Теоретичні основи цієї нової науки (цілі, задачі, принципи, гіпотези, моделі, об'єкти, методи і методика) ґрунтовно викладені в роботах [10, 26...29].

Отже необхідність передбачення наслідків дії „Температурного навантаження” технічних об'єктів стає одною із ключових проблем в багатьох галузях промисловості, перш за все в металургії і машинобудуванні. Але успішному її розв'язанню заважає дуже низька теоретична підготовка відповідних інженерних кадрів. Єдиний ефективний шлях глобального ліквідування цього недоліку – це викладання „Прикладної термомеханіки” в ВНЗ при підготовці фахівців теплотехнічного профілю.

Добре відомі приклади паралельного існування наук однакового напрямку, але різного рівня. У нашому випадку це „Математична теорія пружності” і „Опір матеріалів” або „Теорія теплообміну” і „Металургійна теплотехніка”. Понад столітнє викладання цих звичних дисциплін у ВНЗ підказує, що широке використання основних досягнень термомеханіки в техніці можливе лише при умові обов'язкового включення у учбові плани відповідних спеціальностей технічного університету курсу „Прикладна (інженерна, промислова, металургійна, технічна, технологічна та ін.) термомеханіка”.

Ми про це говоримо вже давно, виступаючи на різних Міжнародних і Національних форумах у Москві, Мінську, Львові, Донецьку, Дніпропетровську [30...36] та ін. Піднімали це питання на засіданні Металургійної секції АНВЩ України; підготували відповідну літературу [26...29]; вже 4 роки викладаємо в ДДТУ магістрам-механікам спецкурс, куди входить розділ „Інженерна термомеханіка”, вийшов з друку навчальний посібник у співавторстві з доц. В.Ю.Солодом [37]. Але вважаємо за необхідне введення цього курсу в програми підготовки не лише магістрів, але і всіх інженерів теплотехнічного напрямку.

**Висновки.** Таким чином, можна незаперечно стверджувати, що, по-перше, „Прикладна термомеханіка”, як автономна гілка промислової теплотехніки, знайшла загальне визнання; по-друге, продуктивне застосування результатів цієї науки на практиці неможливе без відповідної цілеспрямованої підготовки інженерних кадрів; по-третє, для такої підготовки необхідне включення цієї науки в учбові плани вузів з забезпеченням робочими програмами та літературою; по-четверте, у всіх цих актуальних питаннях створена і 40 років функціонуюча при ДДТУ наукова школа з металургійної (прикладної) термомеханіки дала вагомий позитивний доробок.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Боли Б., Уэнер Дж. Теория температурных напряжений. М.: Мир, 1964. – 517с.
2. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. Киев: Наукова думка, 1970. – 307с.
3. Новацкий В. Вопросы термоупругости. М.: Изд-во АН СССР, 1962. – 364с.

4. Подстригач Я. С., Ломакин В. Н., Коляно Ю. М. Термоупругость тел неоднородной структуры. М.: Наука, 1984. – 386с.
5. Динник А.Н. Избранные труды. Т. II-ой. Приложения функции Бесселя. Киев: Изд-во АН УССР, 1955. – Ч. 2-я, гл IV. – С.194-207.
6. Майзель В.М. Температурная задача теории упругости. К.: Изд-во АН УССР, 1951. – 152с.
7. Тайц Н.Ю. Технология нагрева стали. М.: Metallurgizdat, 1962. – 567с.
8. Абрамов В.В. Напряжения и деформации при термической обработке стали. – К. — Донецк: Вища школа, 1985. – 133с.
9. Мучник Д.А., Постольник Ю.С. Теория и техника охлаждения кокса. К. — Донецк: Вищ. шк. 1979. – 160с.
10. Постольник Ю.С. Приближенные методы исследования в термомеханике. К. — Донецк: Вищ. шк. 1984. – 158с.
11. Самойлович Ю.А. Температурные напряжения при нагреве массивных тел простейшей формы// Горение, теплообмен и процессы нагрева металла в печах: Сб. науч. тр. ВНИИМТ. – Свердловск: Metallurgizdat, 1963. Вып. 10. – С.88-100.
12. Самойлович Ю.А., Тимошпольский В.И., Трусова И.А., Филиппов В.В. Стальной слиток. В 3-х т. – Минск: Белорусская наука, т.2. Затвердевание и охлаждение. 2000. – 637с.; т. 3. Нагрев. 2001. – 878с.
13. Прикладные задачи металлургической теплофизики/ В.И.Тимошпольский, Н.М.Беляев, А.А.Рядно и др.. Минск: Наука і техника, 1991. – 320с.
14. Тылкин М.А., Яловой Н.И., Полухин П.И. Температуры и напряжения в деталях металлургического оборудования. М.: Высш. шк., 1970. – 418с.
15. Расчет нагревательных и термических печей: Справочник / Под ред. В.М. Тымчака и В.Л. Гусовского. М.: Metallurgiya, 1983. – 418с.
16. Семикин И.Д. Теоретические основы нагревательных печей и колодцев // „Сталь”, 1937, № 11-12. – С.29-42.
17. Лыков А.В. Методы решений нелинейных уравнений нестационарной теплопроводности // Изв. АН СССР. Энергет. и трансп. 1970, № 5. – С.109-150.
18. Постольник Ю.С. Лучистый нагрев тел простейшей формы // „ИФЖ”, 1965, т. VIII, № 1. – С.64-71.
19. Постольник Ю.С. Радіаційний нагрів пластини // „ДАН УРСР”, 1965, № 4. – С.431-436.
20. Постольник Ю.С. Нагрев цилиндра излучением // „Прикладная механика”, 1965., т.1, в.6. – С.14-20.
21. Постольник Ю.С. Об одном приближенном методе решения задач нестационарной теплопроводности // В кн. „Теплофізика технологических процессов. Математические методы и моделирование”. – Тольятти: Изд-во ТПМ, 1972. – С.21-24.
22. Постольник Ю.С. Метод эквивалентных источников в задачах нестационарной теплопроводности // В кн. „Теплообмен и гидродинамика” – К.: Наукова думка, 1977. – С.161-167.
23. Губа В.М. Приближенный расчет температур и напряжений на базе инженерной модели процесса теплопроводности и метода эквивалентных источников// Автореф. дисс. канд. техн. наук. Днепрпетровск: ДИИТ, 1973. – 20с.
24. Тимошпольский В.И., Трусова И.А., Пекарский М.Л. Кольцевые печи: Теория и расчеты / Под общ. ред. В.И. Тимошпольского. – Минск: Высш. Шк., 1993. – 248с.
25. Промышленные теплотехнологии: Моделирование нелинейных процес сов: Учеб./ В.И.Тимошпольский, И.А.Трусова, А.П.Несенчук и др. Под. общ. ред. В.И.Тимошпольского, А.П.Несенчука. – Минск: Высш. школа, 2000. – 319с.

26. Тимошпольский В.И., Постольник Ю.С., Андрианов Ю.Н. Теоретические основы теплофизики и термомеханики в металлургии. – Минск: Беларуская наука, 2005. – 560с.
27. Постольник Ю.С., Огурцов А.П., Решетняк І.С. Основи металургійної термомеханіки. – Дніпродзержинськ: ДДТУ, 1998. – 360с.
28. Постольник Ю.С., Огурцов А.П. Нелінійна прикладана термомеханіка. – Київ: НМЦ ВО МОНУ, 2000. – 280с.
29. Постольник Ю.С., Огурцов А.П. Металургійна термомеханіка. – Дніпропетровськ: Системні технології, 2002. – 633с.
30. Постольник Ю.С., Огурцов А.П. Нелинейное математическое моделирование – основа совершенствования технологии машиностроения// „Машиностроение и технология на рубеже XXI века”: Сб. тр. VI. Международн. конф. – Донецк: ДонГТУ, 1999; т.2. – С.288-290.
31. Постольник Ю.С., Огурцов А.П., Решетняк І.С. Металургійна термомеханіка: предмет, завдання, методи// Матер. Міжнародн. наук. конф. „Сучасні проблеми механіки і математики”. – Львів: ІППММ НАНУ, 1998. – С.8.
32. Постольник Ю.С., Огурцов А.П., Решетняк І.С. Проблемы металлургической термомеханики: Сб. науч. труд. ГМетАУ. „Энергетика. Металлургия”. В 2-х т. Т. 2. – Днепропетровск: ГМетАУ, 1999. – С.207-210.
33. Постольник Ю.С., Огурцов А.П. Про необхідність введення в учбові плани теплотехнічних спеціальностей спецкурсу „Інженерна термомеханіка” // „Математичні проблеми технічної механіки”: Системні технології. Регіональний зб. наук. пр.: Спец. вип. – Дніпропетровськ: Системні технології, 2002. Вип. 4(21). – С.82-88.
34. Постольник Ю.С., Огурцов А.П. Актуальность металлургической термомеханики как учебной дисциплины// Металлургическая теплотехника: Сб. науч. тр. НМетАУ. Том. 6. – Днепропетровск: НМетАУ, 2002. – С.177-182.
35. Постольник Ю.С., Огурцов А.П. Формирование металлургической термомеханики // Тр. 3-й Российской науч. конф. по теплообмену. В 8 томах. Т 7. „Теплопроводность, теплоизоляция”. – М.: Изв-во МЭИ, 2002. – С.229-232.
36. Постольник Ю.С., Тимошпольский В.И., Андрианов Д.Н. Формирование прикладной термомеханики как самостоятельное научное направление в общей теплотехнике // „V Минский международный форум по тепло- и массообмену”: Тезисы докл. – Минск: ИТМО НАНБ, 2004. – т. 2. – С.381-383.
37. Постольник Ю.С., Солод В.Ю. Інженерна термомеханіка: Навч. пос. – Дніпродзержинськ: Вид-во ДДТУ. – 2006. – 247с.

УДК 531.3 (04)

ЗІНЧЕНКО В.І., к.т.н., професор  
КОНДРАШЕВА Г.С., асистент

Дніпродзержинський державний технічний університет

### **ДО ПИТАННЯ ВИЗНАЧЕННЯ РЕАКЦІЙ В ОПОРАХ НЕВРІВНОВАЖЕНОГО РОТОРА**

*Запропонована методика визначення динамічних реакцій в опорах неврівноваженого ротора без обчислення відцентрових моментів інерції, що значно спрощує проведення розрахунків без зниження точності результатів.*

*Предложена методика определения динамических реакций в опорах неуравновешенного ротора без вычислений центробежных моментов инерции, что значительно упрощает проведение расчетов без снижения точности результатов.*

*The method of determination of dynamic reactions in supports of unstable rotor without the calculations of centrifugal moments of inertia is offered, that considerably simplifies conducting of calculations without the decline of exactness of results.*

**Вступ.** Як відомо [1], внаслідок характеру технологічних процесів або конструктивних особливостей центрифуг, які широко використовуються в промисловості, їх робота супроводжується вібрацією, що негативно впливає на довговічність роботи обладнання та умови праці обслуговуючого персоналу. Однією з причин такої вібрації є нерівноваженість роторів.

**Постановка задачі.** При розв'язанні задачі зі зниження вібрацій центрифуг викликає велику зацікавленість питання про знаходження величини додаткового динамічного тиску на підшипники при визначенні противаги у барабана, насадженого на вал при несиметричному його обертанні, або при не цілком вірній установці зрівноваженого за своєю формою ротора. Існуюча методика розрахунків динамічного навантаження опорних підшипників достатньо громіздка. Тому виникає необхідність у її спрощенні, тобто зробити її більш зручною для користувачів.

**Результати роботи.** Розв'яжемо спочатку задачу у спрощеному вигляді. Нехай  $AB$  – вісь обертання твердого тіла (рис.1), для якого відомі положення як центру ваги (точка  $C$ ), так і головних осей інерції  $Cy$  і  $Cz$ , що розташовані з віссю  $AB$  в одній площині. Вважаємо, що тіло масою  $m$  має довільну форму: це може бути будь-яке тіло, симетричне відносно площини креслення (пластинка або еліпсоїд, або будь-яке тіло обертання з віссю  $Cy$ ).

Визначимо динамічні реакції у підшипниках  $A$  і  $B$  при рівномірному обертанні такого тіла навколо осі  $AB$  з кутовою швидкістю  $\omega$ , якщо головні моменти інерції  $J_y$  і  $J_z$  відомі. Проводимо (рис.1) в центрі мас (точці  $C$ ) ковзний вектор кутової швидкості  $\bar{\omega}$ , який спочатку збігався з віссю обертання  $AB$ . Оскільки центр мас тіла не лежить на осі  $AB$ , то рух тіла можна розглядати як сукупність двох рухів – поступального разом з центром мас зі швидкістю  $\bar{V}_C = \bar{\omega} \times \bar{e}$  та обертального з тією ж кутовою швидкістю  $\bar{\omega}$  навколо осі  $CD$ , що проходить через центр мас (радіус-вектор  $\bar{e}$  перпендикулярний до осі обертання). Проекції кінетичного моменту  $\bar{L}_C$  на головні осі тіла у обраній системі координат (рис.1) запишуться у вигляді:

$$L_x = J_x \cdot 0 = 0; \quad L_y = J_y \cdot \omega_y = J_y \omega \cos \alpha; \quad L_z = J_z \cdot \omega_z = J_z \omega \sin \alpha. \quad (1)$$

Оскільки  $L_x = 0$ , то вектор  $\bar{L}_C$  лежить у площині осей  $Cyz$ , тобто в площині креслення. Система координат  $Cxyz$  з початком в точці  $C$  здійснює поступальний рух, тобто при будь-якому положенні осі залишаються паралельними самим собі, а сама точка  $C$  описує коло радіусом  $KC$  ( $KC \perp AB$ ). Для визначення швидкості кінця вектора  $\bar{L}_C$  скористуємось теоремою про зміну кінетичного моменту  $\frac{d\bar{L}_C}{dt} = \bar{M}_C^e$ , де  $\bar{M}_C^e$  – головний момент зовнішніх сил, які прикладені до тіла та ротора (саме  $\bar{M}_C^e$  і визначає швидкість кінця вектора  $\bar{L}_C$ ). Система координат центру мас  $Cxyz$ , яка рухається поступально, в момент часу, що розглядається, співпадає, як це впливає з умови задачі, з головними центральними осями ротора. Тому можна скористатись формулами (1). Відстань  $r$  кінця



вектора  $\bar{L}_C$  від осі відносного обертання  $CD$  в системі координат з початком в центрі мас знаходиться проектуванням складових цього вектора на напрям  $DE$ :

$$\begin{aligned} r &= L_y \sin \alpha - L_z \cos \alpha = J_y \omega \cos \alpha \sin \alpha - J_z \omega \sin \alpha \cos \alpha = \\ &= (L_y - L_z) \omega \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} (J_y - J_z) \omega \sin 2\alpha . \end{aligned}$$

Добуток  $r\omega$  є швидкістю кінця вектора  $\bar{L}_C$  в системі координат  $Cxyz$  і дорівнює  $\bar{M}_C^e$  (згідно з теоремою про зміну кінетичного моменту). Активні сили, що діють на тіло, врівноважуються статичними складовими реакцій опор, а вектор знайденого моменту зовнішніх сил перпендикулярний до осі обертання і визначає додаткові динамічні реакції, які утворюють пару. При цьому кожна з сил цієї пари визначається за формулою:

$$N = \frac{r \cdot \omega}{h} = (J_y - J_z) \frac{\omega^2 \sin 2\alpha}{2h}, \quad (2)$$

де  $h$  – відстань між підшипниками.

Оскільки центр мас зсунутий з осі обертання тіла на величину  $KC = e$ , то в центрі мас слід прикласти ще й головний вектор кількості руху, який дорівнює  $\bar{Q} = M\bar{V}$  (по модулю  $Q = Ve\omega$ ) і напрямлений перпендикулярно до осі обертання.

При цьому швидкість кінця цього вектора визначає головний вектор зовнішніх сил. При цьому, аналогічно викладеному вище, цей вектор є вектором сили динамічного навантаження, яка є додатковою до знайденої раніше пари сил. Ця сила дорівнює:

$$\dot{\bar{Q}} = \bar{R}^e \quad \text{або по модулю} \quad R^e = Q\omega = Me\omega^2. \quad (3)$$

Легко встановити, що швидкість кінця вектора  $\bar{Q}$ , а значить і вектор  $\bar{R}^e$  напрямлений від точки  $C$  до осі обертання вздовж лінії  $CK$ , інакше кажучи так само, як і вектор нормального прискорення. Вектор  $\bar{R}^e$  розкладається на дві паралельні складові сили тиску на підшипники, значення яких обернено пропорційні відстаням від точки  $K$  до підшипників, оскільки при вибраній системі координат з початком в центрі мас можна вважати, що вектори  $\bar{Q}$  і  $\dot{\bar{Q}} = \bar{R}^e$  прикладені в точці  $C$ . Не важко переконатися в тому, що при обертанні тіла швидкості кінців векторів  $\dot{\bar{Q}} = \bar{R}^e$  і  $\dot{\bar{L}} = \bar{M}_C^e$  такі, що  $\bar{R}^e$  і пара сил з моментом  $\bar{M}_C^e$  в даний момент лежать в площині креслення (рис.1).

З рівнянь (2) і (3) випливає, що для усунення динамічних реакцій необхідно, щоб  $\alpha = 0$  і  $e = 0$ , тобто щоб віссю обертання була вісь  $Sy$  – одна з головних центральних осей тіла. Якщо для якогось тіла моменти інерції відносно двох взаємно перпендикулярних осей однакові, тобто  $J_y = J_z$ , а  $e = 0$ , то при будь-якому значенні кута  $\alpha$  згідно з виразами (2) і (3) динамічне навантаження на підшипники також буде відсутнім.

*Розглянемо декілька прикладів.* Тіло являє собою квадратну однорідну пластинку. Оскільки квадратну пластинку можна обертати навколо будь-якої осі, що проходить через центр мас (точку  $C$ ) і лежить в площині квадрата (рис.2), то динамічні реакції в підшипниках будуть відсутні, тому що  $J_y = J_z$ .

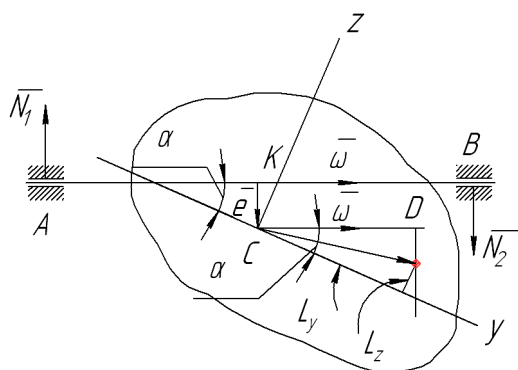


Рисунок 1

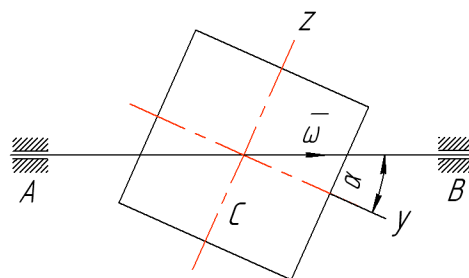


Рисунок 2

Якщо тіло являє собою однорідну трикутну пластинку  $ABC$  (рис.3), яка рівномірно обертається відносно вертикальної осі  $AB$  з кутовою швидкістю  $\omega$ , то згідно з (2)

$$N_{A,B} = \mp \frac{mh^2}{18} \cdot \frac{\omega^2 \sin 90^\circ}{2h} = \mp \frac{mh\omega^2}{36},$$

оскільки центральні моменти інерції трикутника відносно осей  $Cy$  і  $Cz$  дорівнюють

$$J_y = \frac{mh^2}{12}; \quad J_z = \frac{mh^2}{36}.$$

Враховуючи, що центр мас трикутника не лежить на осі обертання, то (рис.3)  $e = BC \cdot \sin 45^\circ = \frac{2}{3}h \cos 45^\circ \sin 45^\circ = \frac{h}{3}$  і тому згідно з формулою (3) з'являється ще додаткова сила  $R^e = m \cdot \frac{h}{3} \cdot \omega^2 = \frac{mh\omega^2}{3}$ . Ця сила розподіляється на підшипники у співвідношенні 2:1. Таким чином динамічні реакції підшипників в точках  $A$  і  $B$  будуть дорівнювати:

$$N_A = \frac{1}{3}R^e - \frac{mh\omega^2}{36} = \frac{1}{3} \cdot \frac{mh\omega^2}{3} - \frac{mh\omega^2}{36} = \frac{mh\omega^2}{12};$$

$$N_B = \frac{2}{3}R^e + \frac{mh\omega^2}{36} = \frac{2}{3} \cdot \frac{mh\omega^2}{3} + \frac{mh\omega^2}{36} = \frac{mh\omega^2}{4}.$$

Розглянемо тепер однорідний круговий циліндр масою  $m$ , радіуса  $r$  і довжиною  $2l$ , який обертається зі сталою кутовою швидкістю  $\omega$  відносно осі  $AB$  ( $AB = 2h_1$ ), що проходить через центр мас  $C$  і утворює з віссю  $Cy$  симетрії циліндра кут  $\alpha$ . (рис.4). Додатковий динамічний тиск на опори  $A$  і  $B$  в цьому випадку згідно з (2) дорівнює:

$$N = \left[ \frac{mr^2}{2} - \frac{m}{12}(3r^2 + 4l^2) \right] \cdot \frac{\omega^2 \sin 2\alpha}{2 \cdot 2h_1} = \frac{m}{4h_1} \left( \frac{r^2}{4} - \frac{l^2}{3} \right) \cdot \omega^2 \sin 2\alpha, \quad (4)$$

де  $J_y$ ,  $J_z$  – моменти інерції циліндра відносно осей симетрії (у нашому випадку згідно з [3] їх значення дорівнюють:  $J_z = \frac{m}{12}(3r^2 + 4l^2)$ ,  $J_y = \frac{mr^2}{2}$ ).

Якщо ж центр мас циліндра не лежить на осі обертання (осі  $AB$ ), а зсунутий в напрямі осі  $Oz$  на величину  $\rho = OC$  (рис.5), то до вже знайдених сил в точках  $A$  і  $B$ , які дорівнюють  $N$  і утворюють пару, слід додати ще головний вектор сил реакцій, який по модулю визначається за формулою (3):

$$R^e = me\omega^2 = m \cdot (\rho \cdot \cos \alpha) \cdot \omega^2.$$

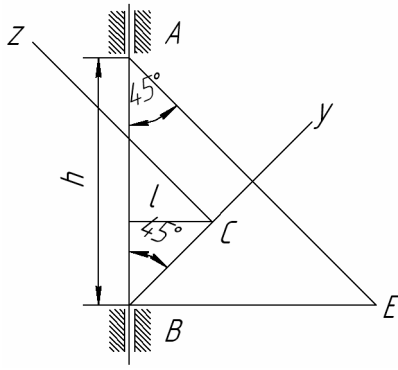


Рисунок 3

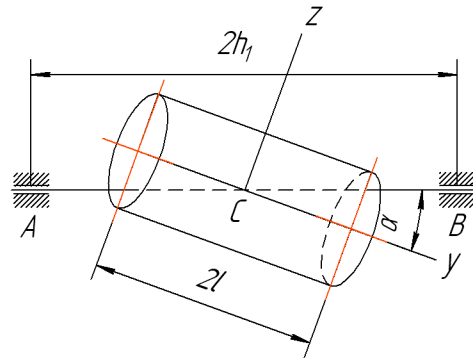


Рисунок 4

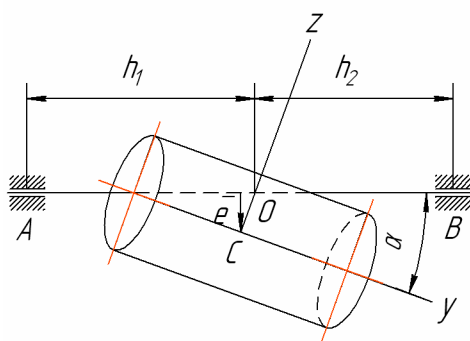


Рисунок 5

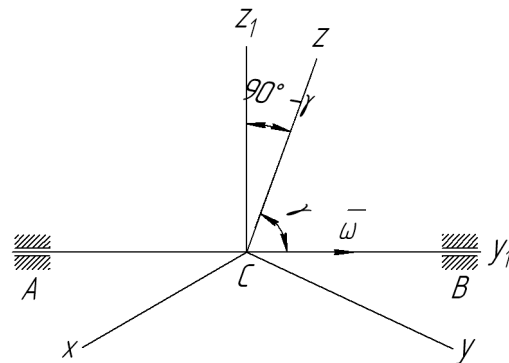


Рисунок 6

Цей вектор прикладається в центрі мас (точці C) і напрямлений до осі обертання. Оскільки він лежить в площині  $Syz$ , то його можна розкласти на дві паралельні сили, значення яких обернено пропорційні відстаням  $(h_1 - \rho \cdot \sin \alpha)$  і  $(h_1 + \rho \cdot \cos \alpha)$  від точки C до опорних точок (підшипників). Інакше кажучи, додаткові складові реакцій в точках A і B дорівнюватимуть:

$$\frac{m \cdot \omega^2 (h_1 - \rho \cdot \sin \alpha)}{2h_1} \cdot \rho \cdot \cos \alpha \quad \text{і} \quad \frac{m \cdot \omega^2 (h_1 + \rho \cdot \sin \alpha)}{2h_1} \cdot \rho \cdot \cos \alpha .$$

Додаючи ці значення до виразу (4) і зробивши деякі перетворення, остаточно отримаємо:

$$N_{A,B} = \frac{m\omega^2}{2} \left[ \pm \left( \frac{r^2}{4} + \rho^2 - \frac{l^2}{3} \right) \cdot \frac{\sin 2\alpha}{2h_1} + \rho \cdot \cos \alpha \right].$$

Наведені приклади показують, що запропонований метод визначення динамічних реакцій ротора, який обертається, значно простіший, ніж наведений в [3], оскільки в запропонованому методі нема необхідності при визначенні динамічних реакцій обчислювати відцентрові моменти інерції.

Поширимо запропонований метод визначення динамічних реакцій на випадок, коли осі  $Sy$  і  $Sz$  лежать в площині, паралельній площині креслення, тобто площина  $Syz$  зсунута на деяку величину вдовж осі  $Sx$ , яка залишається перпендикулярною до осі обертання (осі  $AB$ ). Це припущення вимагає внесення уточнень при визначенні величи-

ни  $R^e$  за формулою (3), оскільки відстань  $e$  від центру мас до осі обертання дорівнюватиме:  $e = \sqrt{(CK)^2 + x_k^2}$  (рис.1), де  $x_k$  – визначає величину зсуву центру мас тіла вздовж осі  $Cx$ . У більш загальному випадку розташування головних центральних осей тіла по відношенню до осі обертання слід зробити так: спочатку припустити, що центр мас тіла лежить на осі обертання (рис.6). Якщо задані кути  $\alpha$ ,  $\beta$  і  $\gamma$ , які утворюють центральні осі з віссю обертання  $AB$ , то можна знайти проекції кутової швидкості  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$ , а потім на підставі виразу  $\bar{M}_C^e = \bar{\omega} \times \bar{L}_C$  знайти проекції головного моменту зовнішніх сил:

$$M_x = (J_z - J_y)\omega_z\omega_y; \quad M_y = (J_x - J_z)\omega_x\omega_z; \quad M_z = (J_y - J_x)\omega_y\omega_x.$$

Тоді, знаючи момент  $\bar{M}_C^e$  і плече  $h = AB$ , можна знайти величину кожної з сил пари

$$N = \frac{1}{h} \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}.$$

Для визначення площини дії пари окрім системи координат  $Cxyz$  слід ввести нерухому систему координат  $Cx_1y_1z_1$ , вважаючи, що осі  $Cy_1$  і  $Cz_1$  лежать в площині креслення (рис.6), а вісь  $Cx_1$  перпендикулярна до неї. Косинуси кутів між осями подамо таблицею 1, вважаючи, що вісь  $Cy$  у порівнянні з попереднім положенням утворює кут  $\varphi$  з площиною креслення. З них  $k_2$ ,  $s_2$ ,  $n_2$  відомі як косинуси кутів  $\alpha$ ,  $\beta$  і  $\gamma$ . Якщо тіло повернути так, щоб вісь  $Cz$  співпала з площиною креслення, то вісь  $Cx$  стане продовженням осі  $Cy$  і тоді  $n_2 = \cos 90^\circ = 0$ , а  $n_3 = \cos(90^\circ - \gamma) = \sin \gamma$ . Оскільки кожний елемент визначника, складеного з табл.1, дорівнює, як відомо, мінору з відповідним знаком, то одержимо:

$$k_1 = \frac{s_2}{\sin \gamma}; \quad s_1 = -\frac{k_2}{\sin \gamma}; \quad k_3 = -\frac{k_2}{\text{tg} \gamma}; \quad s_3 = -\frac{s_2}{\text{tg} \gamma}.$$

Таблиця 1

	$x_1$	$y_1$	$z_1$
$x$	$\cos \varphi$	$\cos \alpha$	$-\cos \alpha / \text{tg} \gamma$
$y$	$-\cos \alpha / \sin \gamma$	$\cos \beta$	$-\cos \varphi \cos \gamma$
$z$	0	$\cos \gamma$	$\sin \gamma$

Якщо положення осі  $Cy$  на рис.6 визначається по відношенню до попереднього положення (коли вона співпадала с площиною креслення) поворотом на кут  $\varphi$  навколо осі  $Cz$ , то:

$$k_1 = \cos \varphi; \quad s_1 = -\frac{k_2}{\sin \gamma}; \quad n_1 = 0; \quad k_3 = -\frac{k_3}{\text{tg} \gamma}; \quad s_3 = -\cos \varphi \cos \gamma; \quad n_3 = \sin \gamma.$$

В нерухомій системі координат  $Cx_1y_1z_1$  величина  $M_{y_1} = 0$ .

Площина, в якій лежить пара сил  $(\bar{N}, -\bar{N})$ , перпендикулярна до  $\bar{M}_C^e$ , проходить через вісь обертання і утворює з площиною креслення кут  $\psi$ , для якого:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{M_{z1}}{M_{x1}} = \frac{-M_x \cos \alpha / \operatorname{tg} \gamma - M_y \cos \beta / \operatorname{tg} \gamma + M_z \sin \gamma}{M_x \cos \beta / \sin \gamma - M_y \cos \alpha / \sin \gamma + M_z \cdot 0}.$$

Якщо центр мас не лежить на осі обертання і не розташований в площині креслення, то слід додати ще й динамічну реакцію  $\bar{R}_e$ , величину і напрям якої легко визначити по відношенню до системи координат  $Ox_1y_1z_1$ . Потім, додаючи відповідні складові, можна отримати динамічні реакції, прикладені до кожної з опор.

**Висновок.** Розроблено методику визначення динамічних реакцій в опорах нерівноваженого ротора без обчислення відцентрових моментів інерції. Результати, одержані в наведених прикладах, співпадають з результатами, отриманими за загальновідомою методикою.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Соколов В.И. Современные промышленные центрифуги. – М.: Машиностроение, 1967. – 524с.
2. Механіка віброактивності та віброзахисту машин: Навч. посібник /А.П.Огурцов, Л.М.Мамаєв, Е.Т.Скрипник, В.І.Зінченко. – К.: НМЦ ВО МОНУ, 2002. – 368с.
3. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т.2. – М.: Наука, 1972. – 624с.

УДК 677.72.0012

МАМАЕВ Л.М., к.т.н., профессор

Днепродзержинский государственный технический университет

### РАСЧЕТ БРОНИРОВАННЫХ КАБЕЛЕЙ ПОВЫШЕННОЙ РАБОТОСПОСОБНОСТИ

*Розроблена теорія розрахунку броньованих кабелів з більшою працездатністю та надійністю в експлуатації. Одержані формули, використання яких при конструюванні броньованих кабелів дозволяють одержати кабель з мінімальним крученням та осовою деформацією.*

*Разработана теория расчета бронированных кабелей повышенной работоспособности и надежности в эксплуатации. Получены формулы, использование которых при конструировании бронированных кабелей позволяют получить кабель с минимальным кручением и осевой деформацией.*

*The theory of ironclad cable calculation of increasing activity and reliability in operation has been developed. Formulas which permit the obtaining of cable with minimum rotating and shaft deformation have been received.*

**Введение.** Существующий в настоящее время метод статического расчета канатов и кабелей по коэффициенту запаса прочности совершенно не учитывает всей сложности их конструкции и действительной картины возникающих в них напряжений. Неполноценность расчета канатов и кабелей по условному статическому коэффициенту прочности давно побудила инженерную мысль к разработке более совершенной теории. Такая теория необходима как для правильного выбора типа каната или кабеля, так и для дальнейшего совершенствования их конструкций.

Работа канатов и кабелей под воздействием температуры требует специфического подхода к вопросам конструирования, расчета, эксплуатации. Особенно существенно влияние температуры на прочность и долговечность конструкции сказывается на биметаллические витые системы: антенные, витые провода высоковольтных линий электропередач, каротажные кабели и т.д.

При циклическом нагреве происходит снижение прочности кабеля, его срока службы. Актуальной также является проблема изучения напряженного состояния каната или кабеля, покрытого шланговой оболочкой, при изгибе на огибающих роликах и барабанах.

Целью настоящей работы является исследование напряжений в конструкциях канатов и кабелей с учетом температурного фактора, вопросов рационального конструирования.

**Постановка задачи.** Бронированные каротажные кабели работают на растяжение свободно подвешенным грузом. Особенность работы подобных кабелей заключается в том, что под действием механической нагрузки и изменения температуры они испытывают кручение. В результате значительно возрастает их конструктивное удлинение, происходит резкое перераспределение нагрузки между отдельными элементами кабеля. Величина нагрузки на винтовой элемент при этом полностью зависит от геометрического положения его в поперечном сечении кабеля. Особенно перенапряженными оказываются токоведущие жилы, расположенные в центре кабеля. Поэтому узловым вопросом с точки зрения механической прочности и надежности в работе бронированного кабеля является обеспечение нераскручиваемости его под действием растягивающего усилия и изменения температуры.

**Результаты работы.** При свободной подвеске груза деформации кабеля определяются по формулам [2]:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_1 + \varepsilon_1^t = \frac{B}{\Delta} T + \frac{B\lambda - C\gamma}{\Delta} t(x); \\ \theta &= \theta_1 + \theta_1^t = -\frac{C}{\Delta} T + \frac{A\gamma - C\lambda}{\Delta} t(x), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\varepsilon$ ,  $\theta$  – продольная и поперечная деформации кабеля;

$\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_1^t$  – продольные деформации от механической и температурной нагрузок;

$\theta_1$ ,  $\theta_1^t$  – поперечные деформации от механической и температурной нагрузок;

$A$ ,  $B$ ,  $C$  – агрегатные коэффициенты механической жесткости [1];

$\lambda$ ,  $\gamma$  – агрегатные коэффициенты температурной жесткости [2];

$T$  – осевое усилие;

$t(x)$  – температура нагрева каната;

$$\Delta = AB - C^2.$$

Очевидно, что кабель будет свободным от кручения, если выполняется условие

$$C = 0; \quad \gamma = 0. \quad (2)$$

В этом случае  $\theta = 0$  и кабель испытывает минимальное удлинение, равное удлинению при чистом растяжении.

Расчеты показывают, что при определении коэффициентов  $C$  и  $\gamma$  с достаточной степенью точности можно пользоваться только первыми слагаемыми, зависящими от продольной жесткости кабеля [2]:

$$\left. \begin{aligned} C &= \sum E_i F_i \cos^2 \alpha_i \sin \alpha_i; \\ \gamma &= \sum E_i F_i r_i (v_i - \xi_i \sin^2 \alpha_i) \sin^2 \alpha_i. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $E_i F_i$  – жесткость проволоки при растяжении;  
 $r_i$  – радиус свивки проволоки;  
 $\alpha_i$  – угол свивки проволоки;  
 $v_i$  – коэффициент линейного расширения материала проволоки;  
 $\xi_i$  – коэффициент, характеризующий изменение радиуса свивки проволоки при нагреве.

В этих уравнениях синус угла свивки входит в нечетной степени, поэтому изменяя направление повивов элементов кабеля и варьируя параметрами свивки токоведущих жил и проволок брони (радиусы свивки, углы свивки и модули упругости), можно получить значение коэффициентов  $C$  и  $\gamma$  необходимого знака и в итоге придти к равенствам:

$$C = \sum C_i = 0; \quad \gamma = \sum \gamma_i = 0. \quad (4)$$

Параметры токоведущих жил и диаметр сердечника кабеля, как правило, предопределяются условиями эксплуатации, характером исследования, требованиями электрических, теплофизических, механических свойств и т.д. Поэтому при построении уравновешенной некрутящейся конструкции бронированного кабеля можно считать параметры токоведущих жил и диаметр сердечника заведомо известными величинами. Поверх сердечника накладывается внутренний слой брони с параметрами:  $r_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $\delta_i$ ,  $n_i$ . Тогда внутренняя часть кабеля, включая токоведущие жилы и первый слой брони, имеет значение коэффициентов  $C_B$  и  $\gamma_B$ . Неизвестными величинами являются параметры внешнего слоя брони  $r_2$ ,  $\alpha_2$ ,  $\delta_2$ ,  $n_2$ , а также значения коэффициентов  $C_H$  и  $\gamma_H$  для наружного слоя брони. Для нахождения этих величин используем условие уравновешенности кабеля:

$$C_B = C_H; \quad \gamma_B = \gamma_H. \quad (5)$$

Принимая во внимание, что площадь сечения проволоки  $F = \frac{\pi \delta}{4}$ , условие уравновешенности кабеля можно записать в виде:

$$n_2 \delta_2^2 r_2 \sin \alpha_2 \cos^2 \alpha_2 = \frac{4C_B}{\pi E}; \quad (6)$$

$$n_2 \delta_2^2 r_2 (v_2 - \xi_2 \sin^2 \alpha_2) = \frac{4\gamma_B}{\pi E}. \quad (7)$$

Получено два уравнения, которые содержат четыре неизвестных. Дополнительные условия дают геометрические уравнения, учитывающие плотность укладки проволок в слое в процессе свивки:

$$\frac{n_2 \delta_2}{\cos \alpha_2} = 2\pi r_2; \quad r_2 = r'_B + \frac{\delta_2}{2}, \quad (8)$$

где  $r'_B$  – внешний радиус внутреннего слоя брони.

Совместное решение уравнений (6)-(8) позволяет определить искомые параметры элементов бронированного кабеля, которые обеспечивают полную его уравновешенность от кручения под действием растягивающей нагрузки и изменения температуры.

Для примера определим параметры внешнего слоя брони стандартного термостойкого бронированного кабеля КОБДФ-6, которые обеспечили бы его полную уравновешенность от кручения.

Данные к расчету: кабель имеет одну токоведущую медную жилу конструкции 1+6; диаметр проволоки  $\delta_{жс} = 0,35$  мм; угол свивки  $\alpha_{жс} = 19^\circ$ , средний радиус свивки  $r_{жс} = 0,35$  мм, радиус сердечника  $r_c = 2,125$  мм; материал изоляции – фторопласт – 40Ш. Внутренний слой брони содержит 14 стальных проволок; диаметр проволок  $\delta_1 = 1,1$  мм; угол свивки  $\alpha_1 = 22^\circ 50'$ ; средний радиус свивки  $r_1 = 2,675$  мм. Модули упругости: для стали  $E_{ст} = 2,1 \cdot 10^5$  Мн/м<sup>2</sup>; для меди  $E_M = 1,3 \cdot 10^5$  Мн/м<sup>2</sup>. Коэффициенты температурного линейного расширения для стали  $\nu_{ст} = 12 \cdot 10^{-6}$  1/град; для меди  $\nu_M = 17 \cdot 10^{-6}$  1/град; для фторопласта  $\nu_{ф} = 90 \cdot 10^{-6}$  1/град.

Значение коэффициентов  $C_B$  и  $\gamma_B$  для внутренней составляющей кабеля, включая первый повив брони:

$$C_B = 21,8 \cdot 10^2 \text{ НМ}; \quad \gamma_B = -98,5 \cdot 10^{-4} \text{ НМ/}^\circ\text{С}.$$

В результате получены следующие параметры внешнего слоя брони, обеспечивающие уравновешенность кабеля от кручения:  $r_2 = 3,83$  мм;  $\alpha_2 = 39^\circ$ ;  $\delta_2 = 0,6$  мм;  $n_2 = 28$ .

Из расчета видно, что выполнение условия уравновешенности бронированного кабеля приводит к тому, что проволоки в наружном слое брони получаются меньшего диаметра, чем во внутреннем слое.

Однако, применение бронированных кабелей, имеющих утонченные стальные проволоки в наружном слое брони, вполне оправдывается только в тех случаях, когда кабель не подвержен поверхностному истиранию.

Применение подобных кабелей, например, в качестве каротажных для разведки буровых скважин, оказывается нецелесообразным, так как такой кабель в процессе эксплуатации испытывает большой абразивный износ вследствие трения о стенки скважины. При этом утонченные проволоки внешнего слоя быстро истираются, рвутся и кабель преждевременно выходит из строя. Поэтому в бронированных кабелях, предназначенных для работы в условиях абразивного износа, игнорируя частично его уравновешенностью от кручения, идут на применение утолщенных проволок. Это увеличивает износостойкость кабеля, но приводит к некоторому раскручиванию его под нагрузкой и перенапряжению токоведущих жил.

В связи с этим необходимо произвести оценку степени неуравновешенности конструкции кабеля и определить допускаемые пределы, в которых не происходит существенных изменений его силовых характеристик. Введем для этого понятие относительной неуравновешенности конструкции кабеля от действия механической нагрузки  $\psi_c$  и изменения температуры  $\psi_\gamma$ .

$$\psi_c = \frac{\Delta C}{C_m}; \quad \psi_\gamma = \frac{\Delta \gamma}{\gamma_m}, \quad (9)$$

где  $\Delta C$  и  $\Delta \gamma$  – неуравновешенная часть крутящего момента соответственно от механической нагрузки и изменения температуры;



$C_m$  и  $\gamma_m$  – максимально возможное значение этих коэффициентов в пределах данной конструкции.

В каждом конкретном случае пределы  $\psi_c$  и  $\psi_\gamma$  могут быть различными, зависящими от величины механической нагрузки, интервала температур, а также структурной неоднородности кабеля. Анализ бронированных кабелей в соответствии с условиями (9) позволяет выбрать пределы, в которых определенная степень неуравновешенности от кручения не приводит к значительному перераспределению напряжений в их элементах.

В конструировании бронированных кабелей представляет интерес такое построение токоведущих элементов жилы, при котором они не испытывают осевых деформаций удлинения под нагрузкой. Для получения жил, устойчивых к деформациям кабеля под нагрузкой, необходимо, чтобы максимально возможная упругая деформация брони не вызывала остаточных деформаций в токоведущих элементах жилы.

Относительное удлинение элементов кабеля (токоведущих жил, проволоки брони) при растяжении определяется по формуле [3]

$$\varepsilon_s = \varepsilon(\cos^2 \alpha \pm r \frac{\theta}{\varepsilon} \sin \alpha \cos \alpha). \quad (10)$$

Знак «плюс» в этой формуле выбирается в том случае, когда слой жилы закручивается, знак минус, когда слой жилы раскручивается. Если кабель сделать крутящимся под действием свободно подвешенного груза, то соответствующим выбором направления свивки токоведущих жил можно заставить их также раскручиваться. Путем соответствующего подбора величин членов, входящих в формулу (10), можно достигнуть такого положения, когда  $\varepsilon_s$  становится равным нулю и жила не получает осевой деформации. Это приводит к такому уравнению для выбора основных параметров свивки токоведущих жил:

$$r_{жс} \operatorname{tg} \alpha_{жс} = \frac{\varepsilon}{\theta}. \quad (11)$$

Отношение агрегатных деформаций кабеля  $\frac{\varepsilon}{\theta}$  определяется в основном конструкцией брони и будет для данного кабеля величиной постоянной, очень слабо зависящей от нагрузки. Поэтому условие нерастяжимости токоведущих жил ( $\varepsilon_s = 0$ ) практически будет сохраняться во всем диапазоне рабочих нагрузок. При более точных расчетах, если отношение  $\frac{\varepsilon}{\theta}$  в силу возможной нелинейности деформаций будет изменяться с изменением нагрузки, величину отношения  $\frac{\varepsilon}{\theta}$  и зависящие от этого параметры токоведущих жил подбирают для наиболее вероятных величин нагрузок.

Формула (11) имеет смысл при конструировании кабелей не только со спиральной двухслойной броней, но и для кабелей, свитых из бронированных токоведущих жил. При свободной подвеске груза отношение агрегатных деформаций можно представить в следующем виде:

$$\frac{\varepsilon}{\theta} = -\frac{B}{C} = \text{const}. \quad (12)$$

Проверим, насколько удовлетворяется условие (11) для токоведущих жил кабеля КОБДФ – 6 из предыдущего примера. Отношение агрегатных коэффициентов  $\frac{B}{C}$  для данного кабеля равно 3,46.

Учитывая, что

$$\operatorname{tg} \alpha_{ж} = \frac{2\pi r_{жс}}{h},$$

получим уравнение для выбора параметров токоведущих жил кабеля в виде

$$r_{жс}^2 = 0,55h.$$

Для центральной медной проволоки жилы условие нерастяжимости явно не выполняется. При заданном радиусе свивки слоя жилы, навитого на центральную проволоку, выполнение условия нерастяжимости достигается при  $h = 0,22$  мм. Однако, это практически не осуществимо ввиду малых шагов свивки проволок жилы ( $h < \delta_{жс}$ ).

При заданных параметрах брони кабеля условие (11) можно выполнить за счет увеличения радиуса жилы. Но это в свою очередь приводит к изменению толщины изоляционной оболочки, что необходимо увязывать с требованиями электрических и теплофизических характеристик кабеля.

Экспериментальная проверка влияния температуры на деформации кабеля осуществлялась путем нагрева образцов бронированного кабеля КОБДФ-I длиной один метр в специальной электронагревательной установке с одновременным растяжением его свободно подвешенным грузом 590 Н. Температура нагрева образцов кабеля в процессе испытания поддерживалась постоянной по длине и изменялась в интервале 20-140 °С, что не приводило к структурным превращениям материала изоляционной оболочки.

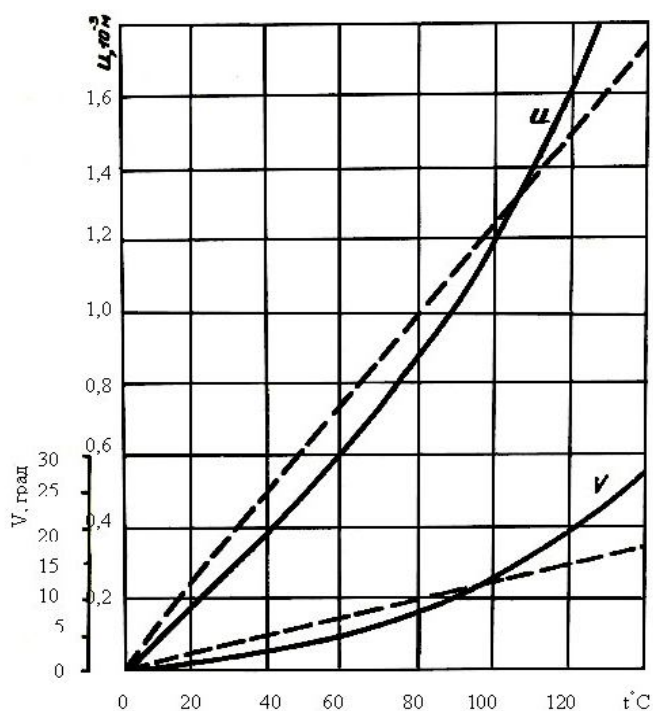


Рисунок 1 – Графики зависимости удлинения и кручения кабеля от температуры нагрева

По данным опытов и расчета по приведенным формулам построены графики зависимости удлинения и кручения кабеля от температуры нагрева (рис. 1). Сплошной линией обозначены данные опыта, пунктирной – расчетные данные. При температуре нагрева близкой 100 °С наблюдается полное совпадение температурных деформаций, полученных расчетным и экспериментальным путем. Дальнейший нагрев сопровождается постепенным ростом температурных деформаций по сравнению с расчетными зависимостями. Это явление можно объяснить влиянием температуры нагрева на физические контакты материала проволок ( $E$ ;  $\nu$ ), что не учтено в расчете.

Агрегатные коэффициенты механической жесткости  $A$ ,  $B$  и  $C$  приведены в работах М.Ф.Глушко [1].

Проведенные опыты по изменению температурных деформаций

кабеля и удовлетворительное совпадение полученных результатов с расчетом является убедительной проверкой агрегатных коэффициентов температурной жесткости  $\lambda$  и  $\gamma$ , а также всей системы уравнений.

**Выводы.** Полученные теоретические зависимости имеют важное значение для практики конструирования бронированных кабелей, поскольку дают возможность значительно улучшить работу всех их элементов и, следовательно, повысить стабильность и надежность кабеля в процессе эксплуатации.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Глушко М.Ф. Стальные подъемные канаты. – Киев, „Техніка”, 1966. – С.48-54.
2. Глушко М.Ф., Волоконский В.Ф., Мамаев Л.М. Расчет канатов и биметаллических тросов линий электропередач с учетом температурного воздействия / Сб. „Стальные канаты”, 1968, № 5. – С.157-161.
3. Мамаев Л.М. Расчет кабель-канатов с учетом температурного воздействия / Сб. „Стальные канаты”, Київ, „Техніка”, 1969, № 6.
4. Мамаев Л.М., Михайлусь А.С., Самойленко Д.С. Геометрические уравнения деформации каната с учетом температурного фактора – Сб. научных трудов Керченского морского технологического университета. – Керчь. – 2006. – № 6. – С.12-14.
5. Мамаев Л.М., Шитиков Д.С., Самойленко Д.С. Исследование напряжений в кабель-канатах и тросах с учетом зависимости физических констант материала проволок от температуры нагрева. – „Математичне моделювання”: Науковий журнал. – Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2005. – № 14. – С.30-32.

УДК 621.876.2.001.2

БЕЛЬМАС І.В. д.т.н., професор  
КОЛОСОВ Д.Л.\* к.т.н., доцент  
БІЛОУС О.І. к.т.н., доцент

Дніпродзержинський державний технічний університет  
\* Національний гірничий університет

#### **ДИНАМІЧНИЙ ВПЛИВ РУЙНУВАННЯ ТРОСА ПЛОСКОГО ГУМОТРОСОВОГО ТЯГОВОГО ОРГАНА**

*Досліджено динамічний вплив руйнування троса гумотросового тягового органу на його напружений стан. Значення коефіцієнта динамічності менші для тягових органів з більшою кількістю тросів та довжиною.*

*Исследовано динамическое влияние разрушения троса плоского резинотросового тягового органа на его напряженное состояние. Значение коэффициента динамичности меньше для тяговых органов с большим количеством тросов и длиной.*

*The dynamic influencing initiated by destruction of steel hauling element of flat rope on its tense being is explored. The value of coefficient of dynamic quality is less for hauling organs with a plenty of ropes and long.*

**Вступ.** В процесі експлуатації гумотросового каната троси можуть руйнуватися. В мить руйнування напружений стан каната змінюється. Врахування цих змін – актуа-

льна науково-технічна задача, оскільки напружений стан каната суттєво впливає на безпеку експлуатації підйомної машини.

Дослідженням напруженого стану гумотросового каната з ушкодженими тросами присвячені роботи багатьох вчених. В цих дослідженнях розроблена математична модель стрічки. В статичній постановці визначено напружений стан канату з ушкодженими тросами, але не досліджено динамічний вплив руйнування троса.

**Постановка задачі.** В роботі в лінійній постановці розглянемо напружено-деформований стан (НДС) пружного на розтяг канату обмеженої довжини, навантаженого силою розтягу. Цей стан визначимо для каната без ушкоджень та з ушкодженнями окремих тросів. Деформації каната з цілими тросами визначимо як для системи паралельних стрижнів однакової жорсткості на розтяг, що мають рівні подовження. В другому випадку задача розподілу зусиль поміж тросами статично не визначена. Її розв'яжемо, скориставшись математичною моделлю каната [1]. Розв'язок моделі здійснимо аналітичним шляхом. Визначимо деформації каната в замкненій формі. На зростання подовження канату внаслідок розриву тросів встановимо коефіцієнт динамічного впливу миттєвого руйнування троса на НДС каната. Розрахунки та побудову графіків розподілу напружень та переміщень було виконано на ЕОМ з використанням пакету Mathcad.

**Результати роботи.** Максимальні навантаження на канат підйомної машини діють в перерізі набігання на барабан. Прийнемо, що в цьому перерізі троси нерухомо приєднані до барабану. До іншого кінця канату приєднана судина для вантажу. Рух судини відбувається в одному напрямку. Можливість рухів в інших напрямках обмежена. Будемо вважати, що кінці тросів каната, до якого приєднана судина, мають в процесі роботи рівні подовження:

$$u_i = \frac{FL}{EA} \quad (1 \leq i \leq M), \quad (1)$$

де  $F$  – сила, що припадає на один трос канату;  $L$  – довжина канату;  $EA$  – жорсткість троса на розтяг;  $M$  – кількість тросів в канаті.

Деформації каната з ушкодженим тросом визначимо, скориставшись системою рівнянь рівноваги тросів [1]. При цьому врахуємо, що троси в канаті розташовані в одній площині:

$$\begin{aligned} EA \frac{d^2 u_1}{dx^2} + \frac{Gd}{h} (u_2 - u_1) &= 0, \\ EA \frac{d^2 u_i}{dx^2} + \frac{Gd}{h} (u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}) &= 0 \quad 1 < i < M, \\ EA \frac{d^2 u_M}{dx^2} + \frac{Gd}{h} (u_{M-1} - u_M) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

де  $u_i$  – деформація  $i$ -того троса каната;  $i$  – номери тросів;  $G$  – модуль зсуву гуми каната;  $d, h$  – діаметр та відстань поміж тросами в канаті;  $x$  – вісь паралельна осі стрічки.

Внутрішні зусилля розтягу тросів за законом Гука

$$N_i = EA \frac{du_i}{dx}. \quad (3)$$

Будемо вважати, що початок осі координат розташовано в перерізі набігання каната на барабан і ушкоджено  $j$ -тий трос. В такому випадку маємо наступні граничні умови:

а) в перерізі  $x=0$

$$\begin{aligned} u_i &= 0 & i \neq j, & \text{ а) } \\ N_j &= 0, & & \text{ б) } \end{aligned} \quad (4)$$

б) в перерізі  $x = L$

$$u_1 = u_2 = u_3 = \dots = u_M. \quad (5)$$

Граничну умову (4а) подамо в наступній формі:

$$u_i = U_0 \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad (6)$$

де  $U_0$  – невідоме переміщення  $j$ -того троса за рахунок його ушкодження.

Значення  $U_0$  знайдемо з умови, що в перерізі  $x=0$   $N_j = 0$ . Розв'язок системи (2) будемо шукати методом Фур'є у формі:

$$u_i = \sum_{m=1}^M (A_m e^{\alpha_m x} + B_m e^{-\alpha_m x}) \cos(\mu_m (i - 0.5)) + \frac{F x}{EA} + b, \quad (7)$$

де  $A_m, B_m, b$  – невідомі сталі інтегрування;  $\mu_m = \frac{\pi m}{M}$ ;  $\alpha_m = \sqrt{2 \frac{G d}{EA h} (1 - \cos(\mu_m))}$ .

Умову (6) забезпечимо, задавши переміщення тросів у перерізі  $x=0$  у вигляді суми:

$$u_{i(\delta=0)} = U_0 \left[ \frac{2}{M} \sum_m^M \cos(\mu_m (i - 0.5)) \cos(\mu_m (j - 0.5)) + \frac{1}{M} \right]. \quad (8)$$

Скориставшись граничними умовами (5), (7), знаходимо невідомі сталі інтегрування:

$$\begin{aligned} U_0 &= - \frac{M F}{2 \sum_{m=1}^M \frac{(1 + e^{2\alpha_m L})}{(1 - e^{2\alpha_m L})} \alpha_m \cos(\mu_m (j - 0.5))^2 EA}; \\ A_m &= \frac{2U_0 \cos(\mu_m (j - 0.5))}{M (1 - e^{2\alpha_m L})}; \\ B_m &= -A_m e^{2\alpha_m L}; \quad b = \frac{U_0}{M}. \end{aligned} \quad (9)$$

В залежності (7) сума  $\sum_{m=1}^M (A_m e^{\alpha_m x} + B_m e^{-\alpha_m x}) \cos(\mu_m (i - 0.5))$  описує лише викривлення перерізів каната, а тому сумарне переміщення усіх тросів в будь-якому перерізі дорівнює нулю

$$\sum_{i=1}^M \sum_{m=1}^M (A_m e^{\alpha_m x} + B_m e^{-\alpha_m x}) \cos(\mu_m (i - 0.5)) = 0. \quad (10)$$

Вказане обумовлено тим, що

$$\sum_{i=1}^M \cos(\mu_m (i - 0.5)) = 0 \quad (1 \leq m \leq M). \quad (11)$$

Це вказує на те, що перша складова в залежності (7) не впливає на загальне подовження каната. А переміщення тросів в перерізі приєднання до судини становлять

$$u_i = \frac{FL}{EA} + b. \quad (12)$$

З наведеного видно, що переміщення перерізу приєднання вантажу у порівнянні з (1) зростає на величину  $b = \frac{U_0}{M}$ . Миттєве зростання довжини каната як пружного тіла призводить до коливання точки приєднання судини до нього з такою ж амплітудою. Коливання відбуваються відносно точки з координатою:

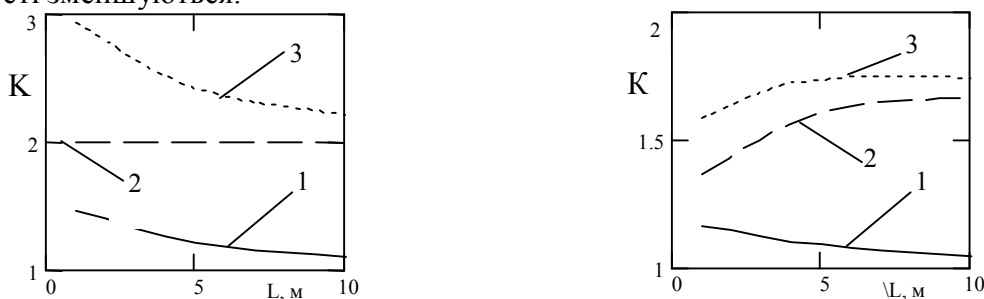
$$x = L + \frac{FL}{EA} + \frac{U_0}{M}. \quad (13)$$

Лінійна залежність подовжень від внутрішніх зусиль, що виникають в тросах каната, дозволяють визначити коефіцієнт динамічності

$$k = 1 + \frac{U_0}{\left(\frac{FLM}{EA} + U_0\right)}. \quad (14)$$

З використанням отриманих залежностей визначали коефіцієнти динамічності  $k$ , статичні  $k_c$  та динамічні  $k_o$  коефіцієнти концентрації напружень, зумовлені розривами крайнього троса в канаті, що має декілька пар тросів. Розрахунки виконували для канату типу ГТК 3150. Відзначимо, що кількість тросів в розрахунках прийнята парною відповідно до дійсних конструкцій канатів. Ушкодженими вважали крайні, оскільки їх порив призводить до більших переміщень  $U_0$  та статичних коефіцієнтів концентрації напружень.

Результати розрахунків для канатів з однією та двома парами тросів наведені на рис.1. Якісно за характером розподілу коефіцієнти динамічності при зростанні кількості пар тросів понад дві не мають суттєвої різниці. Кількісно значення коефіцієнтів динамічності зменшуються.



б

- 1 – коефіцієнт динамічності  $k$ ;
- 2 – статичний коефіцієнт  $k_c$  концентрації напружень, зумовлений розривом крайнього троса в канаті;
- 3 – динамічний коефіцієнт  $k_o$  концентрації напружень, зумовлений розривом крайнього троса в канаті

Рисунок 1 – Залежність максимальних коефіцієнтів збурення навантажень на троси  $K$  гумотросового каната з двома (а), чотирма (б) тросами

З наведених графіків видно, що зростання довжини каната та кількості тросів в ньому веде до зменшення коефіцієнта динамічності  $k$ , відповідно до асимптотичного наближення динамічного коефіцієнт концентрації напружень  $k_0$  до значення статичного коефіцієнта концентрації напружень, зумовленого розривом крайнього тросу в канаті  $k_c$ . Екстремального значення динамічний коефіцієнт концентрації напружень  $k_0$  в канаті розглянутої конструкції з кількістю тросів понад два набуває за довжини, близької до 5 метрів.

З вище отриманого видно, що динамічні навантаження залежать від переміщення  $U_0$ , що визначається залежністю (9). При зростанні довжини каната до безмежності переміщення має кінчене значення:

$$\lim U_{0(L \rightarrow \infty)} = \frac{M F}{2 \sum_{m=1}^M \alpha_m \cos(\mu_m (j - 0.5))^2 EA}. \quad (15)$$

Подовження цілого каната пропорційне його довжині. Кінчене значення  $\lim U_{0(L \rightarrow \infty)}$ , залежність (14) призводять до того, що  $\lim k_{(L \rightarrow \infty)} = 1$ . Останнє можна прослідкувати на графіках. Наведене вказує на зменшення динамічного впливу ушкодження тросів каната при зростанні його довжини.

Вище ми розглядали випадок, коли трос ушкоджено біля барабана. Але отримані результати не зміняться, якщо вважати, що трос ушкоджено в перерізі приєднання судини до каната. Отримані результати можна поширити і на іншу схему розташування перерізу ушкодження тросів. Так, коли трос ушкоджено посередині каната, початок осі  $x$  можна розташувати в перерізі ушкодження, а загальну довжину каната позначити  $2L$ . Внаслідок симетрії можна розглядати одну половину каната ( $0 \leq x \leq L$ ). Граничні умови (3) та (5), відповідно і розв'язок (8) залишаться незмінними. Зростуть вдвічі значення подовжень канату без ушкоджень та з ушкодженнями, тому коефіцієнт динамічності залишиться незмінним. Відповідно наведені графіки можна вважати прийнятними і у цьому випадку, лише довжину каната слід вважати збільшеною удвічі.

**Висновки.** Зростання довжини каната та кількості тросів в ньому веде до зменшення коефіцієнта динамічності  $k$  та асимптотичного наближення динамічного коефіцієнта концентрації напружень  $k_0$  до відповідного статичного коефіцієнта  $k_c$ . Коефіцієнт концентрації напружень  $k_0$  при кількості тросів понад два набуває максимального значення, коли довжина канату близька до 5 метрів. Місце ушкодження троса по довжині каната не суттєво впливає на динамічне навантаження, що виникає в мить руйнування тросів. Ушкодження крайніх тросів більш небезпечне, ніж ушкодження тросів, розташованих ближче до осі каната. Отримані результати можуть бути використані при складанні умов відбраковування гумотросових канатів.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Танцура Г.І. Модель конвеєрної стрічки з несучільною прокладкою // Математичне моделювання: Науковий журнал. – 2000. – №5. – С.45-47.