РАЗДЕЛ «ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ»

УДК 519.6

КАРМАЗІНА В.В., к.фіз.-мат.н, професор ХУДА Ж.В., к. фіз.-мат. н, доцент

Дніпродзержинський державний технічний університет

ПРО ВІДНОВЛЕННЯ СПЛАЙНАМИ КРИВИХ-РОЗВ'ЯЗКІВ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Вступ. Для використання апроксимації побудови наближеного розв'язку задач, що моделюють коливальні процеси з різного роду граничними та крайовими умовами, отримані і достатньо ефективно використовуються: покрокові методи (типу Рунге-Кутта); методи, що засновані на різницевих схемах або рядами; методи типу Ритца-Гальоркіна; методи поліноміальної апроксимації; скінченнорізницеві методи; метод сплайн-коллокації та ін. У їх розвиток великий внесок зробили О.А.Самарський, А.М.Тіхонов, В.С.Рябенький та багато інших. Основною проблемою використання сплайн-методів залишається невисока точність отриманого наближеного розв'язку. Питанням підвищення точності сплайн-розв'язку крайових задач приділялось багато уваги в роботах В.Л.Мірошніченко, С.Б.Стечкина, Ю.М.Субботіна, А.О.Лігуна та багатьох інших. Цій проблемі присвячені ряд робіт Худої Ж.В., в яких розроблено сплайнметоди ідентифікації параметрів моделі, яка описує параметричний коливальний процес при заданих початкових умовах, якщо параметри моделі є неперервними функціями або функціями, що мають скінчене число розривів першого роду [1, 2].

Постановка задачі. Залишається актуальним питання побудови алгоритмів відновлення сплайнами кривих, які ϵ розв'язками крайових задач з використанням можливостей програм Microsoft Office. В даній роботі ці питання вивчаються на прикладі задачі Коші, яка ϵ моделлю параметричного коливального процесу лінійної динамічної системи другого порядку.

Розглядається задача Коші для лінійного диференціального рівняння другого порядку із змінними коефіцієнтами, що характеризують стан динамічного об'єкту:

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x), (1)$$

$$y(0) = y_0, y'(0) = y_0',$$
 (2)

де p(x), q(x), f(x) – двічі неперервно диференційовані функції.

Будемо шукати наближений розв'язок задачі (1), (2) у вигляді кубічного сплайна $S_3(x)$ з вузлами на сітці Δ . Сплайн $S_3(x)$ — це кубічний сплайн, який є лінійною комбінацією В-сплайнів.

Результати роботи. Введемо на інтервалі [a',b'] розбиття Δ : $a'=x_0 < x_1 < ... < x_N = b'$. Припустимо, що вузли сплайнів і вузли колокації співпадають в точках x_i . Параметри рівняння (1) не мають особливостей.

Використовуємо відомі асимптотичні розвинення першої і другої похідних інтерполяційного кубічного сплайна у вузлах розбиття

$$S_{3,N}''(y*,x_i) = y_i'' - \frac{h^2}{12}y_i^{(4)} + \frac{h^4}{360}y_i^{(6)} + O(h^6), \quad i = 0, \overline{N},$$
 (3)

$$S'_{3,N}(y_*,x_i) = y'_i - \frac{h^4}{180}y_i^{(5)} + O(h^6), \quad i = 0,\overline{N},$$
 (4)

тоді при $h \to 0$

$$y_i'' = S_{3,N}''(y*,x_i) + \frac{h^2}{12}y_i^{(4)} + O(h^4), \quad i = 0, \overline{N},$$
 (5)

$$y_i' = S_{3,N}'(y_*, x_i) + O(h^6), \quad i = 0, \overline{N}.$$
 (6)

Щоб отримати схему підвищеної точності відновлення кривих розв'язку (1) та (2) сплайн-методом розв'язується «підправлена» задача, тобто коефіцієнти рівняння (1) замінюємо на виправлені коефіцієнти. Тоді задача з ідентифікованими параметрами має вигляд:

$$(1+\eta h^2)y'' + (p+\alpha h^2)y' + (q+\beta h^2)y = f - \theta h^2,$$
(7)

де $\eta_i, \alpha_i, \beta_i, \theta_i$ – поправки, які обчислюються за формулами:

$$\beta_{i} = \mu_{i}(q'_{i}p_{i} - q''_{i}); \qquad \theta_{i} = \mu_{i}(p_{i}f'_{i} - f''_{i}), \qquad (i \ge 1)$$

$$\eta_{i} = \mu_{i}(p_{i}^{2} - 2p'_{i} - q_{i}); \quad \alpha_{i} = \mu_{i}(p_{i}q_{i} + p_{i}p'_{i} - p''_{i} - 2q'_{i});$$

$$\mu_{1} = \frac{1}{6}; \quad \mu_{2} = \frac{2}{3}; \quad \mu_{3} = \mu_{4} = \dots = 1.$$
(8)

Розв'язок рівнянь (1), (2) будемо шукати у вигляді сплайну

$$S_3(x) = \sum_{i=-1}^{\infty} C_i B_3 \left(\frac{x}{h} - i \right), \quad x \in [0, nh], \quad n \in \mathbb{N},$$
 (9)

де $B_3\left(\frac{x}{h}-i\right)$ – нормований кубічний В-сплайн.

Застосуємо класичний сплайн-колокаційний метод до задачі (7). Після використання відомих значень В-сплайну та його похідних у вузлах розбиття розв'язання задачі може бути зведено до розв'язання наступної системи відносно коефіцієнтів сплайну (9):

$$\begin{cases} C_{-1} + 4C_0 + C_1 = 6y_0, \\ C_1 - C_{-1} = 2hy_0', \\ C_1 - 2C_0 + C_{-1} = h^2 \left(f_0 - q_0 y_0 - p_0 y_0' \right), \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1 + \eta_i \frac{h^2}{12}) \frac{C_{i+1} - 2C_i + C_{i-1}}{h^2} + (p_i + \alpha_i \frac{h^2}{12}) \frac{C_{i+1} - C_{i-1}}{2h} + (q_i + \beta_i \frac{h^2}{12}) \frac{C_{i+1} + 4C_i + C_{i-1}}{6} = (f_i + \theta_i \frac{h^2}{12}) \end{cases}$$

$$(10)$$

$$\begin{cases} (1 + \beta_i \frac{h^2}{12}) \frac{C_{i+1} + 4C_i + C_{i-1}}{h^2} + (p_i + \alpha_i \frac{h^2}{12}) \frac{C_{i+1} - C_{i-1}}{2h} + (q_i + \beta_i \frac{h^2}{12}) \frac{C_{i+1} + 4C_i + C_{i-1}}{6} = (f_i + \theta_i \frac{h^2}{12}) \end{cases}$$

Розв'язання системи (10) може бути зведено до наступної схеми обчислення коефіцієнтів сплайну (9):

$$C_{0} = y_{0} - \frac{h^{2}}{6} (f_{0} - q_{0}y_{0} - p_{0}y'_{0}),$$

$$C_{1} = y_{0} + hy'_{0} + \frac{h^{2}}{3}y''_{0},$$

$$C_{i+1} = K_{i} \cdot C_{i} - M_{i} \cdot C_{i-1} + R_{i}, \quad (i \ge 2),$$

$$(11)$$

де

$$K_{i} = \frac{2 + \frac{1}{6}\eta_{i}h^{2} - \frac{2}{3}q_{i}h^{2} - \beta_{i}\frac{h^{4}}{18}}{1 + \frac{p_{i}h}{2} + \frac{q_{i}h^{2}}{6} + \frac{\eta_{i}h^{2}}{12} + \frac{\alpha_{i}h^{3}}{24} + \frac{\beta_{i}h^{4}}{72}}{1},$$

$$M_{i} = \frac{1 - \frac{1}{2}p_{i}h + \frac{1}{6}q_{i}h^{2} + \frac{1}{12}\eta_{i}h^{2} - \frac{1}{24}\alpha_{i}h^{3} + \frac{1}{72}\beta_{i}h^{4}}{1 + \frac{p_{i}h}{2} + \frac{q_{i}h^{2}}{6} + \frac{\eta_{i}h^{2}}{12} + \frac{\alpha_{i}h^{3}}{24} + \frac{\beta_{i}h^{4}}{72}}, \quad i = 1, \overline{N}.$$

$$R_{i} = \frac{f_{i}h^{2} + \frac{1}{12}\theta_{i}h^{4}}{1 + \frac{p_{i}h}{2} + \frac{q_{i}h^{2}}{6} + \frac{\eta_{i}h^{2}}{12} + \frac{\alpha_{i}h^{3}}{24} + \frac{\beta_{i}h^{4}}{72}},$$

$$1 + \frac{p_{i}h}{2} + \frac{q_{i}h^{2}}{6} + \frac{\eta_{i}h^{2}}{12} + \frac{\alpha_{i}h^{3}}{24} + \frac{\beta_{i}h^{4}}{72}$$

де η_i , α_i , β_i , θ_i $(i \ge 1)$ мають вигляд (8).

Перевага цієї схеми в тому, що вона має більш високу точність в порівнянні з класичною колокаційною схемою, порядок точності якої, як відомо, $O(h^2)$.

Продемонструємо наведену схему підвищеної точності відновлення кривої розв'язку задачі (1), (2) сплайнами з використанням можливостей програм Microsoft Office, зокрема електронних таблиць.

Нехай задано диференціальне рівняння

$$y'' + \frac{0.5}{1+x} \cdot y' - \frac{x}{1+x} \cdot y = -\frac{1.5 + x^2 + x^3}{(1+x)^3}$$

з початковими умовами: y(0) = 0, y'(0) = 1.

Необхідно знайти розв'язок диференціального рівняння за методом сплайнколокації підвищеної точності по рівномірному розбиттю на інтервалі [0;2] з кроком h=0.1.

Відомо, що $y = \frac{x}{1+x}$ — точний розв'язок. Наведемо алгоритм розв'язання задачі. Функції p(x), q(x), f(x) задані.

$$p(x) = \frac{0.5}{1+x}$$
 – коефіцієнт при y' ; $q(x) = \frac{x}{1+x}$ – коефіцієнт при y ;

$$f(x) = \frac{1.5 + x^2 + x^3}{(1+x)^3}$$
 – права частина диференційного рівняння.

Заносимо значення x_i в таблицю Excel та обчислюємо значення p_i, q_i, f_i (табл.1).

Обчислюємо p'(x), p''(x), q'(x), q''(x), f'(x), f''(x) (табл.1):

$$p' = \frac{-0.5}{(1+x)^2};$$
 $p'' = \frac{1}{(1+x)^3};$

$$q' = \frac{1}{(1+x)^2}; q'' = \frac{2}{(1+x)^3};$$
$$f' = \frac{2(x+x^2) - 4.5}{(1+x)^4}; f'' = \frac{4x^2 + 2x + 20}{(1+x)^5}.$$

Таблиця 1 – Приклад занесення до таблиці даних та розрахунок похідних

i	х	р	p'	р"	q	q'	q"	f	f	f"
-1	-0,1									
0	0	0,5	-0,5	1	0	-1	2	-1,5	4,5	20
1	0,1	0,4545	-0,4132	0,751315	-0,09091	-0,82645	1,50263	-1,13524	2,923298	12,56745
2	0,2	0,4167	-0,3472	0,578704	-0,16667	-0,69444	1,157407	-0,89583	1,938657	8,262603
3	0,3	0,3846	-0,2959	0,455166	-0,23077	-0,59172	0,910332	-0,736	1,302475	5,645137
4	0,4	0,3571	-0,2551	0,364431	-0,28571	-0,5102	0,728863	-0,62828	0,879842	3,986434
5	0,5	0,33333	-0,2222	0,296296	-0,333333	-0,44444	0,592593	-0,55556	0,592593	2,897119
6	0,6	0,3125	-0,1953	0,244141	-0,375	-0,39063	0,488281	-0,50684	0,393677	2,159119
7	0,7	0,2941	-0,173	0,203542	-0,41176	-0,34602	0,407083	-0,47486	0,253828	1,645236
8	8,0	0,2778	-0,1543	0,171468	-0,44444	-0,30864	0,342936	-0,45473	0,154321	1,278599
9	0,9	0,2632	-0,1385	0,145794	-0,47368	-0,27701	0,291588	-0,44307	0,082872	1,011268
10	1	0,25	-0,125	0,125	-0,5	-0,25	0,25	-0,4375	0,03125	0,8125
11	1,1	0,2381	-0,1134	0,10798	-0,52381	-0,22676	0,215959	-0,43635	-0,00617	0,66208
12	1,2	0,2273	-0,1033	0,093914	-0,54545	-0,20661	0,187829	-0,43839	-0,0333	0,546411
13	1,3	0,2174	-0,0945	0,08219	-0,56522	-0,18904	0,164379	-0,44275	-0,05289	0,45616
14	1,4	0,2083	-0,0868	0,072338	-0,58333	-0,17361	0,144676	-0,44878	-0,06691	0,384798
15	1,5	0,2	-0,08	0,064	-0,6	-0,16	0,128	-0,456	-0,0768	0,32768
16	1,6	0,1923	-0,074	0,056896	-0,61538	-0,14793	0,113792	-0,46404	-0,08359	0,281449
17	1,7	0,1852	-0,0686	0,050805	-0,62963	-0,13717	0,101611	-0,47264	-0,08806	0,243642
18	1,8	0,1786	-0,0638	0,045554	-0,64286	-0,12755	0,091108	-0,4816	-0,09078	0,21243
19	1,9	0,1724	-0,0595	0,041002	-0,65517	-0,11891	0,082004	-0,49075	-0,09218	0,186435
20	2	0,1667	-0,0556	0,037037	-0,66667	-0,111111	0,074074	-0,5	-0,09259	0,164609

- 1. Знаходимо допоміжні значення з (8) та (12), які необхідні для розрахунку коефіцієнтів сплайну (табл.2):
 - 2. Використовуючи початкові умови, знаходимо коефіцієнти за формулами (11).
 - 3. На кожному інтервалі $[x_i, x_{i+1}]$ будуємо сплайн за формулою:

$$y(x) = S_3(x) = \frac{1}{6} (C_{i+1} + 4C_i + C_{i-1}) + \frac{1}{2h} \cdot (C_{i+1} - C_{i-1}) \cdot (x - ih) + \frac{1}{2h^2} \cdot (C_{i+1} - 2C_i + C_{i-1}) \cdot (x - ih)^2 + \frac{\Delta^2 (C_{i+1} - C_i)}{6h^3} \cdot (x - ih)^3$$
 при $i = 0, \overline{N}$,

введемо позначення, де:

$$a = \frac{1}{6} (C_{i+1} + 4C_i + C_{i-1}),$$

$$b = \frac{1}{2h} \cdot (C_{i+1} - C_{i-1}) \cdot (x - ih),$$

$$c = \frac{1}{2h^2} \cdot (C_{i+1} - 2C_i + C_{i-1}), \qquad d = \frac{\Delta^2 (C_{i+1} - C_i)}{6h^3}.$$

Таблиця 2 – Розрахунок допоміжних коефіцієнтів

μ	η	α	β	Q		Ki	Mi	Ri
0.166667	0.208333	0.208333	-0.41667	-2.95833	1	1.951215	0.951211	-0.01466
0.666667	0.749311	0.698723	-1.25219	-7.49245	1	1.956419	0.95552	-0.01116
1	1.034722	0.885417	-1.44676	-7.45483	1	1.96078	0.959136	-0.00883
1	0.970414	0.7533	-1.13792	-5.14419	i	1.964492	0.962219	-0.00726
1	0.923469	0.645044	-0.91108	-3.67221	i	1.967684	0.96487	-0.0062
1	0.888889	0.555556	-0.74074	-2.69959		1.970458	0.967174	-0.00549
1	0.863281	0.480957	-0.61035	-2.03609	1	1.972892	0.969195	-0.00501
1	0.844291	0.418278	-0.50885	-1.57058		1.975043	0.970981	-0.00469
1	0.830247	0.365226	-0.42867	-1.23573	i	1.976959	0.972572	-0.0045
1	0.819945	0.320017	-0.36448	-0.98946	i	1.978676	0.973997	-0.00438
1	0.8125	0.28125	-0.3125	-0.80469	i	1.980224	0.975282	-0.00433
1	0.807256	0.247813	-0.26995	-0.66355		1.981625	0.976446	-0.00432
1	0.803719	0.21882	-0.23479	-0.55398	1	1.982901	0.977505	-0.00434
1	0.801512	0.193556	-0.20547	-0.46766	1	1.984068	0.978473	-0.00438
1	0.800347	0.171441	-0.18084	-0.39874	1	1.985138	0.979361	-0.00445
1	0.8	0.152	-0.16	-0.34304	1	1.986123	0.980179	-0.00452
1	0.800296	0.134843	-0.14224	-0.29752	1	1.987033	0.980935	-0.0046
1	0.801097	0.119646	-0.12701	-0.25995	1	1.987877	0.981635	-0.00469
1	0.802296	0.106141	-0.11388	-0.22864	1	1.98866	0.982285	-0.00478
1	0.803805	0.0941	-0.10251	-0.20233	!	1.98939	0.982891	-0.00487
1	0.805556	0.083333	-0.09259	-0.18004	,	1.990072	0.983457	-0.00496

4. Для порівняння наближеного розв'язку з точним відомим розв'язком обчислюємо значення точного розв'язку в стовпчику поряд із значеннями сплайну. Точність наближення дає їх різниця.

Таблиця 3 – Визначення коефіцієнтів $\,C_i\,$ та $\,S_3\,$

Ci	i	X	S3	y(x)	a	b	С	d	x-ih	S3-y(x)
-0.10667	-1									
0.003333	0	0	0	0	0	0.01	-0.0001	8.20837E-07	0	0
0.093333	1	0.1	0.090821	0.090909	0.090821	0.008246	-7.53749E-05	5.76462E-07	0	8.82536E-05
0.168258	2	0.2	0.166322	0.166667	0.166322	0.006912	-5.8081E-05	4.15098E-07	0	0.000344343
0.231567	3	0.3	0.230046	0.230769	0.230046	0.005875	-4.56281E-05	3.04246E-07	0	0.000722989
0.28575	4	0.4	0.284534	0.285714	0.284534	0.005053	-3.65007E-05	2.28013E-07	0	0.001180594
0.332633	5	0.5	0.331645	0.333333	0.331645	0.004392	-2.96603E-05	1.74188E-07	0	0.001688565
0.373584	6	0.6	0.37277	0.375	0.37277	0.003851	-2.44347E-05	1.35307E-07	0	0.002230042
0.409649	7	0.7	0.408969	0.411765	0.408969	0.003403	-2.03754E-05	1.06652E-07	0	0.002795371
0.441637	8	0.8	0.441065	0.444444	0.441065	0.003027	-1.71759E-05	8.51552E-08	0	0.003379476
0.470191	9	0.9	0.469704	0.473684	0.469704	0.002709	-1.46212E-05	6.87709E-08	0	0.003980281
0.495821	10	1	0.495402	0.5	0.495402	0.002437	-1.25581E-05	5.61037E-08	0	0.004597737
0.518939	11	1.1	0.518576	0.52381	0.518576	0.002203	-1.0875E-05	4.61826E-08	0	0.005233213
0.539882	12	1.2	0.539565	0.545455	0.539565	0.001999	-9.4895E-06	3.83197E-08	0	0.005889105
0.558927	13	1.3	0.558649	0.565217	0.558649	0.001821	-8.33991E-06	3.20194E-08	0	0.006568586
0.576304	14	1.4	0.576058	0.583333	0.576058	0.001664	-7.37933E-06	2.69193E-08	0	0.007275445
0.592205	15	1.5	0.591986	0.6	0.591986	0.001524	-6.57175E-06	2.27508E-08	0	0.008013995
0.606792	16	1.6	0.606596	0.615385	0.606596	0.0014	-5.88923E-06	1.93125E-08	0	0.008789012
0.620201	17	1.7	0.620024	0.62963	0.620024	0.001288	-5.30985E-06	1.64513E-08	0	0.009605713
0.632548	18	1.8	0.632387	0.642857	0.632387	0.001187	-4.81631E-06	1.40496E-08	0	0.010469745
0.643932	19	1.9	0.643785	0.655172	0.643785	0.001094	-4.39482E-06	1.20164E-08	0	0.011387198
0.654437										
0.664134										

5. Будуємо наближений сплайн розв'язок та точний розв'язок за допомогою Мастера диаграмм (рис.1.)

Значення найбільшого відхилення точного розв'язку від наближеного складає 0,0011387.

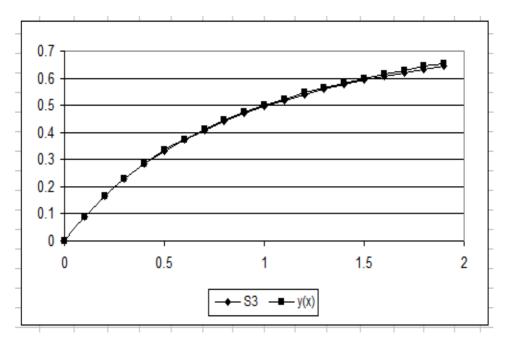


Рисунок 1 – Побудова точного розв'язку диференціального рівняння та сплайну

Обчислені коефіцієнти C_i дозволяють отримати значення відновленого розв'язку в будь-якій точці. Кожен інтервал $[x_i, x_{i+1})$ також розіб'ємо на інтервали з кроком 0,02 і для кожного нового значення із інтервалу обчислюємо $S_3(x), y(x)$.

Таблиця 4 — Побудова відновленого розв'язку задачі (1), (2) сплайнами в точках $x \in [x_i, x_{i+1})$

Ci	i	x	S3	y(x)	a	b	С	d	x-ih	S3- y(x)
-0.10667	-1									
-0.10667	-1									
-0.10667	-1									
-0.10667	-1									
-0.10667	-1									
0.003333	0	0	0	0	0	1	-1	0.820837341	0	0
0.003333	0	0.02	0.019607	0.019608	0	1	-1	0.820837341	0.02	1.27644E-06
0.003333	0	0.04	0.038453	0.038462	0	1	-1	0.820837341	0.04	9.00487E-06
0.003333	0	0.06	0.056577	0.056604	0	1	-1	0.820837341	0.06	2.64727E-05
0.003333	0	0.08	0.07402	0.074074	0	1	-1	0.820837341	0.08	5.38054E-05
0.093333	1	0.1	0.090821	0.090909	0.090821	0.824625	-0.753748798	0.576462149	0	8.82536E-05
0.093333	1	0.12	0.107016	0.107143	0.090821	0.824625	-0.753748798	0.576462149	0.02	0.000126405
0.093333	1	0.14	0.122637	0.122807	0.090821	0.824625	-0.753748798	0.576462149	0.04	0.00017028
0.093333	1	0.16	0.137709	0.137931	0.090821	0.824625	-0.753748798	0.576462149	0.06	0.00022167
0.093333	1	0.18	0.152262	0.152542	0.090821	0.824625	-0.753748798	0.576462149	0.08	0.00028037
0.168258	2	0.2	0.166322	0.166667	0.166322	0.691169	-0.580810153	0.41509762	0	0.000344343
0.168258	2	0.22	0.179917	0.180328	0.166322	0.691169	-0.580810153	0.41509762	0.02	0.000411164
0.168258	2	0.24	0.193066	0.193548	0.166322	0.691169	-0.580810153	0.41509762	0.04	0.000482025
0.168258	2	0.26	0.205791	0.206349	0.166322	0.691169	-0.580810153	0.41509762	0.06	0.000557985
0.168258	2	0.28	0.218111	0.21875	0.166322	0.691169	-0.580810153	0.41509762	0.08	0.000638793

Висновки. Розроблені метод та алгоритм відновлення розв'язку диференціального рівняння при заданих початкових умовах реалізовано за допомогою засобів Microsoft Excel. Наведений алгоритм є ефективними та зручним у застосуванні. Він реалізує метод підвищеної точності, який дає можливість підвищення ступеня адекватності наближеного розв'язку точному. До того ж наближений розв'язок знаходиться відразу в усій області визначення рівняння в аналітичному вигляді, що дозволяє отримати значно більшу інформацію про точний розв'язок і є зручним для будь-якого дослідника при розв'язанні прикладних задач.

ЛІТЕРАТУРА

- 1. Дронов С.Г. О сплайн-схеме повышенной точности решения задачи Коши / Дронов С.Г., Худая Ж.В. // Приближение функций и суммирование рядов. Днепропетровск. 1992. С.29-38.
- 2. Худая Ж.В. О параметризации почти интерполяционных в среднем параметрических сплайнов, описывающих замкнутые кривые / Худая Ж.В., Свириденко Н.Н. // Днепродзержинск, 1992. 12с. Деп. в УкрИНТЭИ 03.12.92., №1900 Ук-92.

Надійшла до редколегії 07.12.2011.

УДК 004.031.43:681.5:658.5(078)

ЛИТВИН А. И., к.т.н., доцент

Днепродзержинский государственный технический университет

СОЗДАНИЕ ЧЕЛОВЕКО-МАШИННОГО ИНТЕРФЕЙСА ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ТРЕНАЖЕРОВ

Введение. Ключевыми элементами системы тренинга в рамках динамического тренажера (ДТ) являются наглядность технологического процесса (ТП) и представление его как совокупности объектов управления (ОУ). Причем, для ДТ как модельной системы управления ТП и ОУ важно сохранять все управленческие функции, свойственные реальным автоматизированным системам управления (АСУ).

Оптимальными средствами реализации подобного подхода являются инструментальные системы разработки, прежде всего SCADA-системы.

Постановка задачи. В рамках создания ДТ для ТП необходимо разработать понятный и наглядный графический интерфейс автоматизированного рабочего места (APM) оператора/диспетчера с сохранением всех ключевых функций производственных АСУ.

В качестве примера $T\Pi$ и OУ рассматривается парогенератор барабанного типа, для которого реализованы элементы ДТ.

Результаты работы. Котельный агрегат (парогенератор) включает барабан, топку, пароперегреватель и хвостовые поверхности нагрева (для простоты схемы не показаны) (рис.1). Основной показатель качества работы парогенератора — давление пара за котлом, основное возмущение — колебания нагрузки. Поэтому, основная задача при автоматизации котельного агрегата — регулирование давления пара на выходе котла.

Эта задача решается с помощью каскадной автоматизированной системы регулирования (АСР) давления пара за котлом (поз.1). Промежуточная регулируемая величина — давление пара в барабане, регулирующее воздействие — расход топлива.

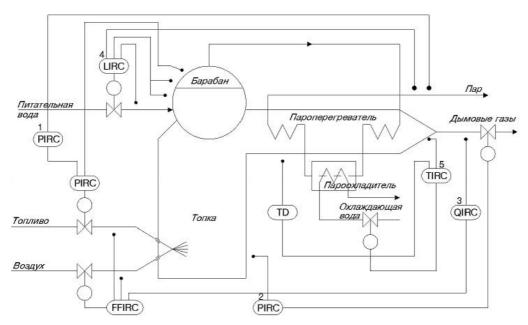


Рисунок 1 – Принципиальная схема системы контроля и управления парогенератором

Устойчивость процесса горения в топке поддерживается ACP разрежения в топке (поз.2). Регулирующее воздействие — отбор дымовых газов (производительность дымососов).

Экономичность процесса горения обеспечивается стабилизацией коэффициента избытка воздуха, который поддерживается регулятором соотношения топливо/воздух (поз.3). При этом, поскольку подача топлива является регулирующим воздействием в АСР давления пара, расход топлива выступает как задание регулятору соотношения, а расход воздуха "следит" за расходом топлива. При определенных возмущениях (просачивание воздуха в щели топки, изменение теплотворной способности топлива) коэффициент избытка воздуха может отклоняться от оптимального значения. Поэтому качество регулирования экономичности горения можно повысить, вводя корректирующий импульс по содержанию в дымовых газах O_2 или CO_2 , т.е. применяя каскадную систему. Содержание O_2 и CO_2 измеряется газоанализаторами.

Важной задачей при автоматизации котлоагрегата является поддержание материального баланса в барабане котла, т.к. при его переполнении или опустошении возникает аварийная ситуация. Эта задача решается посредством АСР уровня воды в барабане котла (поз.4, L-уровень). Измерение уровня осуществляется дифманометрическим способом по перепаду давлений над и под столбом жидкости. Регулирующее воздействие – подача питательной воды в барабан.

Для регулирования температуры пара на выходе пароперегревателя используется АСР со скоростным импульсом от промежуточной регулируемой величины – температуры в первой секции пароперегревателя (поз.5, D – дифференциатор промежуточной величины). Регулирующее воздействие – подача охлаждающей воды в пароохладитель.

Графический интерфейс ДТ парогенератора реализуется на базе интегрированной SOFTLOGIC/SCADA/MES/EAM/HRM системы TRACE MODE-6 (AdAstra) по иерархическому принципу: главная мнемосхема — мнемосхемы отдельных узлов с параметрическим окнами и линиями тренда, панели защит, сигнализации и пр.

Переключение между мнемосхемами осуществляется как по отдельным участкам (например, участок подачи питательной воды, участок отбора дымовых газов), так и по ключевым ОУ парогенератора (например, пароперегреватель, барабан).

Реализованная общая мнемосхема парогенератора приведена на рис.2. Здесь возможны получение сведений о программе , доступ к журналу отчета и тревог , инструкциям

В частности, на рис. 3 показана общая инструкция по обслуживанию котла.

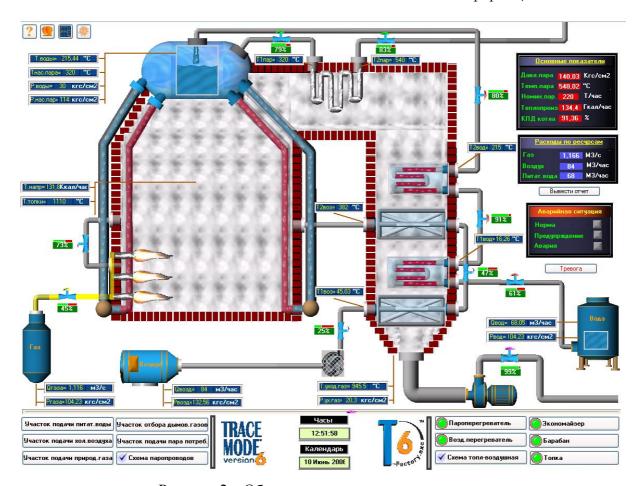
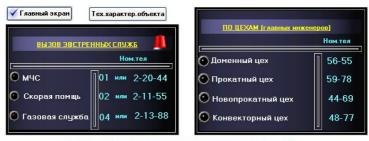


Рисунок 2 – Общая мнемосхема парогенератора



Инструкция для оператора по работе с системой.

- Оператор должен: 1.Пройти инструктаж по технике безопасности и соблюдать все нормы и предписание, что там изложены: в случаи аварии или ЧП номера телефонов вызова экстренных служб и т.д приведены выше.
- 2.Ознакомится с инструкцией по эксплуатации котельного агрегата.
 3.Ознакомится с технологическим описанием, данного объекта, а так же четко
- представлять технологический цикл производства (получение) пара. 4.В процессе работы оператором осуществляется контроль следующих параметров:

Давление пара в барабане котла. Давление воздуха (подача воздуха в топку).

Давление и разрежение в топке котла. Давление и разрежение перед дымососом

Давление и разрежение перед воздухоподогревателем. Давление пара на выходе.

Уровень в барабане котла Расход воды.

Расход пара. Расход природного газа.

Расход остаточного газа.

Расход факельного газа.

Контроль температуры по тракту котла - 9 точек. Контроль погасания пламени.

5.Оператор имеет возможность ручного регулирования работы котла.Кроме того,

могут быть включены следующие контуры автоматического регулиро-вания

Уровень воды в барабане котла.

Соотношение газ-воздух.

Разрежение в топке котла. Давление пара на выходе.

Рисунок 3 – Инструкция оператора по работе с системой

На рис.4 в качестве примера приведены выдержки из главного журнала сообщений и тревог.

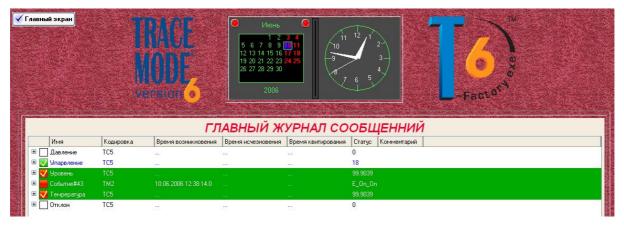


Рисунок 4 – Элемент главного экрана сообщений и тревог

Как было показано ранее, интерфейс ДТ имеет иерархическую структуру с детализацией на уровне мнемосхем отдельных участков и/или ОУ.

В качестве примера детализации на рис.5 приведена мнемосхема контроля работы и управления на участке подачи питательной воды.

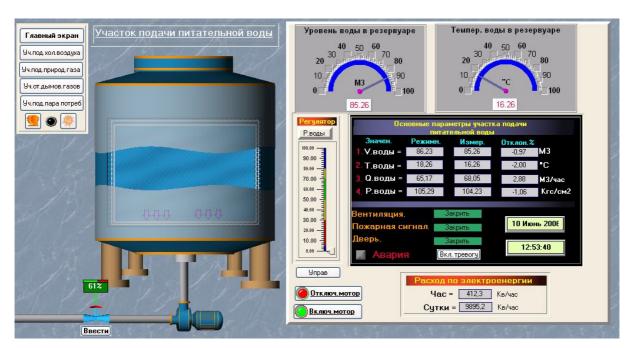


Рисунок 5 – Мнемосхема участка питательной воды

Здесь, как и на основной мнемосхеме, возможно получение доступа к журналу отчета и тревог , инструкциям по обслуживанию и управлению ОУ .

В случае наступления нештатной или аварийной ситуации оператор/диспетчер вправе осуществлять перечень регламентированных действий.

Для ключевых ОУ предусмотрены детальные мнемосхемы, как например, для барабана парогенератора (рис.6).

Таким мнемосхемам свойственны все заложенные в системе возможности по контролю, управлению, инструктированию на случай необходимости принятия управленческого решения.

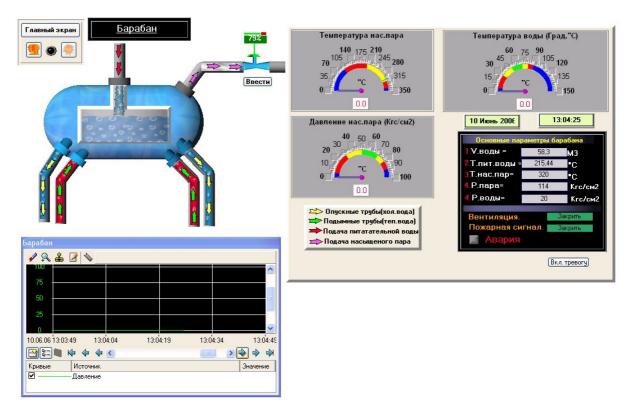


Рисунок 6 – Мнемосхема барабана котла



Рисунок 7 – Мнемосхема управления участком подачи пара потребителям

Слежение за мгновенными значениями рабочих сред осуществляется, в том числе, с помощью стрелочных приборов и таблиц параметров. Линии тренда позволяют фиксировать протекающие процессы с заданным периодом дискретных опросов с последующей архивацией всех получаемых системой данных, принимаемых решений, возникающих ситуациях.

В рамках реализованной системы ДТ предусмотрен участок подачи пара потребителям (рис.7). Список в составе крупнейших потребителей составлен применительно к металлургическому комбинату.

Архивирование данных ведется как в целом по всем потребителям, так и отдельно для каждого из них. Присутствие окон трендов призвано отслеживать обеспечение суточных, сезонных графиков снабжения.

Выводы. Создание графических интерфейсов динамических тренажеров с различным уровнями иерархии для различных технологических процессов и производств по обобщенной схеме проектирования и разработки органично реализуются интегрированными ИСР класса SOFTLOGIC/SCADA/MES/EAM/HRM.

Пример разработки графического интерфейса ДТ котельного агрегата барабанного типа на базе ИСР TRACE MODE подтверждает правомерность идеологии и методологии создания ДТ как подсистемы уровня АСУ.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Комиссарчик В.Ф. Методы оптимизации и оптимального управления: уч. пос. / Комиссарчик В.Ф. Тверь: ТГТУ, 2000. 144 с.
- 2. Ротач В.Я. Теория автоматического управления теплоэнергетическими процессами: учебник для ВУЗов / Ротач В.Я. М.: Энергоатомиздат, 1985. 296 с.
- 3. Деменков Н.П. SCADA-системы как инструмент проектирования АСУ ТП: уч. пос. / Деменков Н.П. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004. 328 с.

Поступила в редколлегию 16.12.2011.

УДК 004.031.43:681.5:658.5(078)

ЛИТВИН А.И., к.т.н., доцент

Днепродзержинский государственный технический университет

ПРИНЦИП ПОСТРОЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ТРЕНАЖЕРОВ СЛОЖНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ НА БАЗЕ ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ СИСТЕМ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Введение. В современных экономических условиях, когда даже мелкий ремонт грозит превратиться в неразрешимую проблему, цена ошибок оперативного персонала производств со сложным технологическим оборудованием многократно возрастает.

Особую важность приобретает качественное обучение и постоянное поддержание квалификации и готовности персонала, его противоаварийные тренировки. Компьютерный эксперимент на базе тренажеров систем позволяет не только сформировать моторно-рефлекторные навыки действий в сложных ситуациях, но и наглядно показать физическую сущность протекающих в оборудовании процессов, их взаимную зависимость, а также ряд существенных тонкостей, которым, к сожалению, не всегда придается значение на практике.

Тренажеры могут также оказать неоценимую помощь при анализе аварий, как с точки зрения накопления статистики, так и путем проведения машинного эксперимента по воспроизведению аварийной ситуации.

Ситуация на рынке компьютерных тренажеров сохраняется: он перенасыщен различными экзаменаторами, а вот тренажеров по сложному технологическому оборудованию по-прежнему мало.

Постановка задачи. Выработать единые принципы построения динамических тренажеров сложных технологических систем с позиций обеспечения полного пакета функций управления, свойственных реально действующим (планируемым к использованию) автоматизированным системам управления (АСУ).

Обосновать выбор эффективного инструментария для решения задач по созданию тренажеров динамического типа, реализующих принципы, идеологию и методологию создания АСУ.

Результаты работы. Чаще всего рассматривают следующие типы компьютерных тренажеров:

- 1. Электронный экзаменатор. Основная функция замена живого экзаменатора в строго регламентированных областях.
- 2. Статические (или логико-динамические) тренажеры. Характеризуются показами и проверками определенных, обычно жестко регламентированных действий, отсутствием физико-математических моделей процессов. Отсюда невозможность анализа при любом отклонении от сколь угодно сложной, но все равно жестко заданной цепочки действий, трудность программирования динамических эффектов (даже простого изменения показаний приборов). Эти недостатки несущественны в жестко регламентированных оперативных переключениях, например, в электрических сетях, но определяют невозможность моделирования сложных физических процессов в энергетических, металлургических и других сложных процессах и агрегатах.
- 3. Динамические тренажеры. Сохраняют целостность всей организационноинформационной структуры производства, имеют в своей основе математические
 модели реальных физических процессов и потому наиболее полезны для качественного анализа управленческих решений, принимаемых персоналом. Максимальное
 приближение к протекающим процессам, анализу событий, эффективности принимаемых управленческих решений достигается в системах реального времени.
- 4. Пультовые тренажеры. В них, кроме компьютера, присутствует аппаратная часть (например, копия реального пульта управления объектом). На пульте могут быть представлены только основные приборы и органы управления (упрощенный тренажер), управление какой-либо частью, отдельной установкой (локальный тренажер); наконец, пульт может быть копией реального пульта управления (полномасштабный тренажер). Пультовые тренажеры в основном нацелены на ознакомление персонала с конкретным оборудованием и на выработку соответствующих моторнорефлекторных реакций и навыков. Отсюда недостаток: при изменениях (модернизации) оборудования или при переводе персонала на другой вид оборудования тренажер становится бесполезным.

В то же время, компьютерный динамический тренажер при правильном подходе учит думать, анализировать протекающие процессы и принимать оптимальные решения, вытекающие из требований повышения надежности систем диспетчерского управления. Одна из предпосылок появления нового подхода при разработке таких систем – ориентация на оператора/диспетчера и его задачи.

Именно динамические тренажеры, как наиболее гибкие и адекватные программные системы, и призваны решать такого рода задачи.

Существуют два различных подхода к изготовлению таких тренажеров:

1. Заключается в написании отдельной программы для каждого отдельного тренажера. Характеризуется возможностью получения красивых специальных эффектов, но модификация тренажера практически невозможна. При этом и программы и математические модели в них очень просты.

2. Использование специального инструментария разработчика (инструментальной системы разработки – ИСР), который позволяет многократно ускорить разработку.

При использовании ИСР разработчиком тренажера должен быть не только и не столько программист, сколько технолог, владеющий аппаратом прикладной математики. Общее свойство большинства ИСР – составление динамической модели из «кубиков» – стандартных элементов, описывающих определенные объекты управления (ОУ) и стандартные математические операции, передаточные функции, логику.

ИСР, выполняющаяся по объектно-ориентированной технологии, обеспечивает удобный графический интерфейс как для персонала, так и для разработчика.

Модели составляются из стандартных объектов, каждый из которых имеет свое изображение, механизм управления и способ моделирования. Законченная модель представляет собой набор из нескольких окон, объединенных друг с другом по иерархическому принципу (главная мнемосхема — мнемосхемы отдельных узлов, панели защит, сигнализации и пр.) или по принципу циклического списка. В каждый отдельный момент на экране может быть видно одно или несколько окон.

Часть окон с управляемыми объектами составляют интерфейс динамического тренажера.

В настоящее время основным и наиболее перспективным методом автоматизированного управления сложными динамическими системами (процессами) являются SCADA-системы (Supervisory Control And Data Acquisition – диспетчерское управление и сбор данных). SCADA-технологии позволяют достичь высокого уровня автоматизации в решении задач разработки систем управления, сбора, обработки, передачи, хранения и отображения информации.

Причем, полнота и наглядность представляемой на экране информации, доступность "рычагов" управления, удобство пользования подсказками и справочной системой и т. д. повышает эффективность взаимодействия диспетчера с системой и сводит к минимуму его критические ошибки при управлении.

В области применения автоматизированных систем контроля и управления (СКУ) можно выделить обобщенную схему их реализации в терминологии SCADA-систем, представленную на рис.1.

Чаще всего это двухуровневые системы, на которых и осуществляется собственно управление технологическими процессами, включающие:

1. Нижний уровень — уровень объекта (контроллерный) — включает различные датчики для сбора информации о ходе технологического процесса (ТП), приводы и исполнительные механизмы для реализации регулирующих и управляющих воздействий. Датчики поставляют информацию локальным программируемым логическим контроллерам PLC (Programming Logical Controller). Причем, информация в контроллерах предварительно обрабатывается и частично используется на месте, что существенно снижает требования к пропускной способности каналов связи.

Для сложных технологических систем контроллеры работают под управлением операционных систем реального времени (ОСРВ). Информация с локальных контроллеров может направляться в сеть диспетчерского пункта непосредственно, а также через контроллеры верхнего уровня (рис.1). В зависимости от поставленной задачи контроллеры верхнего уровня (концентраторы, интеллектуальные или коммуникационные контроллеры) реализуют такие функции, как сбор данных с локальных контроллеров; обработку данных, включая масштабирование; поддержание единого времени в системе; синхронизацию работы подсистем; организацию архивов по выбранным параметрам; обмен информацией между локальными контроллерами и верхним уровнем; работу в автономном режиме при нарушениях связи с верхним уровнем; резервирование каналов передачи данных и др.

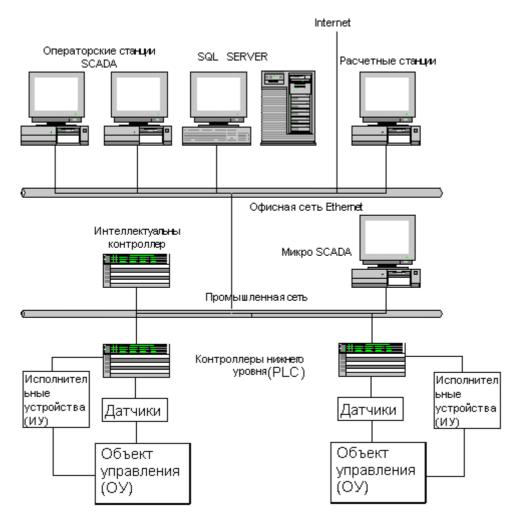


Рисунок 1 – Обобщенная схема системы контроля и управления

2. *Верхний уровень* – диспетчерский пункт (ДП) – включает, прежде всего, одну или несколько станций управления, представляющих собой автоматизированное рабочее место (APM) диспетчера/оператора. Здесь же может быть размещен сервер базы данных, рабочие места (компьютеры) для специалистов и т. д.

Станции управления отражают ход технологического процесса и оперативного управления. Решение этих задач посредством систем SCADA как специализированного программного обеспечения, ориентированного на обеспечение интерфейса между диспетчером и системой управления, а также коммуникацию с внешним миром, позволяет обеспечивать: автоматизированную разработку, дающую возможность создания ПО системы автоматизации без реального программирования; средства исполнения прикладных программ; сбор первичной информации от устройств нижнего уровня; обработку первичной информации; регистрацию алармов и исторических данных; хранение информации с возможностью ее пост-обработки (через интерфейсы к базам данных); визуализацию информации в виде мнемосхем, графиков и т.п.; возможность работы прикладной системы с наборами параметров, рассматриваемых как "единое целое".

Micro-SCADA — это системы, реализующие стандартные (базовые) функции, присущие SCADA-системам верхнего уровня, но ориентированные на решение задач автоматизации в определенной отрасли.

Большой объем информации, непрерывно поступающий от устройств ввода/вывода систем управления, предопределяет наличие в таких системах баз данных (БД). Основная задача БД — своевременно обеспечить пользователей всех уровней

управления требуемой информацией. Но если на верхних уровнях АСУ эта задача решена с помощью традиционных БД, то на уровне АСУТП архивирование технологических параметров реализуется посредством систем управления БД реального времени (СУБД РВ).

В системах АСУТП, выполняемых в рамках SCADA-систем, обеспечивается выполнение необходимого условия эффективной реализации диспетчерского управления, имеющего ярко выраженный динамический характер, а именно, осуществление процессов сбора, передачи, обработки, отображения, представления информации.

От диспетчера уже требуется не только профессиональное знание технологического процесса, основ управления им, но и опыт работы в информационных системах, умение принимать решение в нештатных и аварийных ситуациях и многое другое. Диспетчер зачастую становится главным действующим лицом в управлении технологическим процессом.

Динамические тренажеры и призваны решать задачи подготовки персонала по принятию решений в динамически меняющихся условиях работы, повышению надежности систем диспетчерского управления в целом.

ИСР класса SCADA позволяют подойти к созданию эффективных динамических тренажеров з позиций единого подхода реализации АСУТП с той лишь разницей, что при создании обобщенной системы управления и контроля технологическим процессом реальный производственный уровень PLC/SoftPLC (с вполне конкретными аппаратными средствами измерения, контроля, управления), а также реальный объект управления заменяются совокупностью математических моделей как технологических объектов, так и входных сигналов.

В этом случае обобщенная система управления и контроля технологическим процессом в рамках динамического тренажера может быть представлена в виде, изображенном на рис.2.

Принципиальным вопросом для реализации такого подхода является наличие полной информации о характере, параметрах и характеристиках технологического процесса, а также наличие стандартных и нестандартных сценариев развития ситуации при осуществлении диспетчерского управления.

В частности, сценарии могут составляться из списков вида: регламентное ведение технологического процесса, аварийные события и комментарии к ним; указания оператору по проверке обязательных действий; проверки запрещенных действий и т.д.

Техническая документация, необходимая для разработки тренажеров, должна включать схемы с указанием точек измерений, характеристики трубопроводов, с на-именованием арматуры; инструкции по эксплуатации; перечни измерительных приборов, диапазоны измерений, карты установок защитных средств, блокировок; инструкции по ликвидации аварийных ситуаций; протоколы работы защит, блокировок; режимные карты (или результаты испытаний); основные технические характеристики основного и вспомогательного оборудования; перечни арматуры с различными типами приводов (для ручного привода – кроме времени хода еще и время доступа); технические и технологические расчеты процессов; диаграммы основных параметров, снятых во время пуска (останова) и другие данные.

Особый вопрос – это вопрос, касающийся выбора базиса для разработки динамических тренажеров.

В ряду признанных производителей ИСР, таких как InTouch; Citect; FIX; Genesis; Sitex; Factory Link; RealFlex и других, необходимо отдельно выделить ИСР TraceMode (AdAstrA).

Его отличительная особенность – различные масштабы создаваемых АСУ: от контроллера и APM оператора до сложных распределенных систем. Кроме того, в нем реализованы возможности интегрирования данных уровня технологических процессов

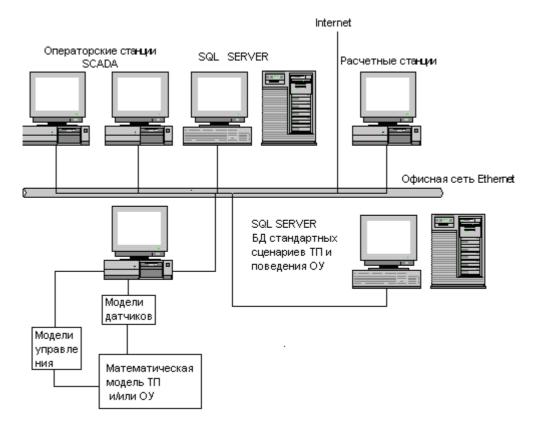


Рисунок 2 – Обобщенная схема реализации динамического тренажера ТП и ОУ

в бизнес-процессы управления производством, начиная от систем класса SOFTLOGIC (средств программирования промышленных контроллеров) и SCADA/HMI (операторского интерфейса) до систем класса MES (управления производством), EAM (управления основными фондами) и HRM (управления персоналом).

Такие возможности создают предпосылки создания и различных по уровню сложности и интеграции динамических тренажеров различных процессов и производств.

Выводы. Техническое задание на создание эффективного динамического тренажера сродни техническому заданию на создание полноценной АСУ ТП и АСУП. Одним словом эффективный динамический тренажер можно трактовать как подсистему уровня АСУ.

Для эффективной реализации динамических тренажеров различных процессов и производств по обобщенной схеме проектирования и разработки оптимально подходят интегрированные ИСР класса SOFTLOGIC/SCADA/MES/EAM/HRM, например TRACE MODE.

ЛИТЕРАТУРА

- 4. Деменков Н.П. SCADA-системы как инструмент проектирования АСУ ТП / Н.П.Деменков // Приложение к журналу «Информационные технологии». -2002. -№11. -24c.
- 5. Ляпунов С.И. Некоторые особенности развития SCADA-систем / С.И.Ляпунов, А.И.Корнеева // Промышленные АСУ и контроллеры. 2002. №11. С.37-39.
- 6. Антимиров Л.В. 2005 2006: Развитие технологий TRACE MODE / Л.В.Антимиров // Управление производством в системе TRACE MODE: двенадцатая междунар. конф.-выставка: тезисы докладов. М., 2006. С.4-13.

Поступила в редколлегию 16.12.2011.