

РОЗДІЛ «ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА. ЕЛЕКТРОТЕХНІКА»

УДК 62-83

ДЕРЕЦ А.Л., к.т.н., доцент
САДОВОЙ А.В., д.т.н., професор

Днепродзержинский государственный технический университет

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЛЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ЧЕТВЁРТОГО ПОРЯДКА, ОПТИМИЗИРОВАННОЙ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ МЕТОДОМ N-И ПЕРЕКЛЮЧЕНИЙ ДЛЯ ОТРАБОТКИ РЕЖИМА «БОЛЬШОГО ТРЕУГОЛЬНИКА»

Введение. Релейная система подчинённого регулирования (СПР) является наиболее простым техническим решением задачи ограничения координат объекта управления в переходных процессах. Метод N-и переключений [1] позволяет оптимизировать такие системы по быстродействию. Он обеспечивает синтез регуляторов с линейными функциями переключения, реализующих нелинейную фазовую траекторию за счёт перераспределения между ними функции поддержания скользящего режима на различных стадиях переходного процесса. Предпосылкой к устойчивости синтезируемых систем является сходимость их динамических траекторий, на прогнозировании которых основан расчёт параметров регуляторов. Однако в явном виде методика придания устойчивости в математическом аппарате данного метода отсутствует, что придаёт актуальность задаче исследования свойств оптимизируемых с его применением систем в статических и динамических режимах.

Постановка задачи. Для СПР четвертого порядка, настроенной на оптимизацию по быстродействию режима «трапеции», которому присуща траектория наиболее общей формы, исследование переходных режимов и оценка устойчивости выполнены в работах [2-4] на примере системы регулирования скорости электропривода с упругой связью. В режиме большого треугольника система движется по специфической траектории, для которой максимум первой производной ошибки регулирования не предопределён и является функцией скачка задающего воздействия. Для реализации такой траектории системой подчинённого регулирования требуется некоторое изменение порядка переключения регуляторов [5] по отношению к очередности их работы, устанавливаемой методом N-и переключений для режима «трапеции». Данное обстоятельство не позволяет распространить результаты работ [2, 3] на СПР, настроенную на режим «большого треугольника», и требует выполнения для такой системы отдельных исследований переходных процессов и анализа устойчивости скользящих режимов.

Результаты работы. Система дифференциальных уравнений невозмущённого движения двухмассовой электромеханической системы имеет вид

$$\left. \begin{aligned} p\Omega &= \frac{M_y}{J} = \frac{C_{ж}(k_p\omega_{дв} - \Phi_{ив})}{J} \\ pM_y &= C_{ж}(k_p\omega_{дв} - \Omega); \\ p\omega_{дв} &= \frac{M_{дв} - k_p M_y}{J_{дв}} \\ pM_{дв} &= c \cdot \frac{u - R \cdot M_{дв}/c - c \cdot \omega_{дв}}{L} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где $\Phi_{ив}$, $\Phi_{дв}$, Ω , $\omega_{дв}$, M_y , $M_{дв}$ – соответственно угловые положения и скорости исполнительного вала и вала двигателя, упругий момент и момент двигателя;

$k_p \varphi_{дв} - \varphi_{ив} = \Delta \varphi$ – угол закручивания упругого элемента; u – напряжение преобразователя; $k_p, R, L, J, J_{дв}, C_{ж}, c = k\Phi$ – параметры электромеханической системы; $p = d/dt$.

Величины первой и второй производных скорости исполнительного вала Ω линейно связаны с углом и скоростью закручивания упругого элемента соответственно. Аналогичным образом третья и четвертая производные регулируемой координаты связаны с величинами угловых ускорения и рывка исполнительного вала в системе координат, привязанной к валу двигателя. На этом основании в ряде работ, в частности [2, 3], для производных выходной величины Ω введены символы $\varphi, \omega, \varepsilon, a$, принятые для координат позиционного привода. Это позволяет обозначить вектор канонических координат как

$$\left(\Omega, p\Omega, p^2\Omega, p^3\Omega, p^4\Omega \right) = \left(\Omega, \varphi, \omega, \varepsilon, a \right). \quad (2)$$

В таких обозначениях математическое описание каскада регуляторов релейной СПР скорости электропривода с упругим передаточным устройством имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} u_{R1} = u_{R\Omega} = \varphi^* = \\ = -\varphi_{max} \cdot \text{sign} \left(\Omega - \Omega^* + K_{\Omega\varphi} \cdot \varphi + K_{\Omega\omega} \cdot \omega + K_{\Omega\varepsilon} \cdot \varepsilon \right) \\ u_{R2} = u_{R\varphi} = \omega^* = -\omega_{max} \cdot \text{sign} \left(\varphi - \varphi^* + K_{\varphi\omega} \cdot \omega + K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon \right) \\ u_{R3} = u_{R\omega} = \varepsilon^* = -\varepsilon_{max} \cdot \text{sign} \left(\omega - \omega^* + K_{\omega\varepsilon} \cdot \varepsilon \right) \\ u_{R4} = u_{R\varepsilon} = u = -U_{max} \cdot \text{sign} \left(\varepsilon - \varepsilon^* \right) \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

где u_{Ri} – сигнал i -го (считая от входа) регулятора; символом «*» отмечены заданные значения координат, как входное, так и формируемые регуляторами; индексами «max» отмечены уровни ограничений канонических координат.

Параметрический синтез регуляторов $R_\varphi, R_\omega, R_\varepsilon$ внутренних контуров данной системы подчинённого регулирования выполнен в работе [2], а аналитическое исследование их устойчивости – в работе [3] в системе обозначений (2), что обеспечивает преемственность результатов синтеза коэффициентов $K_{\varphi\omega}, K_{\varphi\varepsilon}, K_{\omega\varepsilon}$ при оптимизации по быстродействию систем более высоких порядков:

$$K_{\omega\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{max}}{2 \cdot a_{max}}, \quad K_{\varphi\omega} = \frac{\omega_{max}}{2 \cdot \varepsilon_{max}} + \frac{\varepsilon_{max}}{2 \cdot a_{max}}, \quad K_{\varphi\varepsilon} = \frac{\omega_{max}}{4 \cdot a_{max}} + \frac{\varepsilon_{max}^2}{12 \cdot a_{max}^2}. \quad (4)$$

В работе [5] методом N-i переключений получены настройки регулятора R_Ω из каскада (3). Выражения для коэффициентов обратных связей имеют вид

$$\begin{aligned} K_{\Omega\varphi} = 3T_{sa} + 2T_{se} + \frac{1}{2}T_{so}, \quad K_{\Omega\omega} = \frac{29}{12}T_{sa}^2 + \frac{35}{12}T_{sa} \cdot T_{se} + \frac{5}{6}T_{se}^2 + \frac{1}{2}T_{sa} \cdot T_{so} + \frac{1}{4}T_{se} \cdot T_{so}, \\ K_{\Omega\varepsilon} = \frac{3}{4}T_{sa}^3 + \frac{9}{8}T_{sa}^2 \cdot T_{se} + \frac{5}{12}T_{sa} \cdot T_{se}^2 + \frac{1}{6}T_{sa}^2 \cdot T_{so} + \frac{1}{8}T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{so}, \end{aligned} \quad (5)$$

где T_{sa}, T_{se}, T_{so} – расчётные интервалы стабилизации координат a, ε, ω , определенные в [2] через максимумы старших производных регулируемой координаты.

В режиме «большого треугольника» [5] длительность интервала T_{so} варьируется согласно выражению

$$T_{S\omega} = \frac{\varphi_{\max} - \varphi_{\text{PT}}}{\omega_{\max}}, \quad (6)$$

в зависимости от значения φ_{\max} , достигаемого на расчётной оптимальной по быстродействию траектории при отработке скачка задающего воздействия Ω^* и определяемого по формуле

$$\varphi_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\omega_{\max}^2}{2 \cdot \varepsilon_{\max}}\right)^2 + \Omega^* \cdot \omega_{\max} + \varphi_{\text{PT}} - \omega_{\max} \left(\frac{3 \cdot \omega_{\max}}{2 \cdot \varepsilon_{\max}} + \frac{\varepsilon_{\max}}{a_{\max}}\right)}, \quad (7)$$

где $\varphi_{\text{PT}} = a_{\max} \left(\frac{47}{24} T_{\text{sa}}^3 + 3 T_{\text{sa}}^2 \cdot T_{\text{se}} + T_{\text{sa}} \cdot T_{\text{se}}^2\right)$ – суммарный угол закручивания интервалов разгона и торможения, введённый для компактности аналитических выкладок.

Величина φ_{\max} , рассчитываемая по формуле (7), определяет также текущий уровень ограничения сигнала регулятора R_1 , соответствующий заданному значению Ω^* . В целом выражения (4)-(7) обеспечивают настройку каскада регуляторов (3) на формирование оптимального по быстродействию переходного процесса отработки Ω^* в режиме «большого треугольника».

Представим коэффициенты (4) явными функциями введённых в работе [3] постоянных времени замкнутой системы

$$T_a = \frac{\varepsilon_{\max}}{a_{\max}}, \quad T_\varepsilon = \frac{\omega_{\max}}{\varepsilon_{\max}}, \quad T_\omega = \frac{\varphi_{\max}}{\omega_{\max}}. \quad (8)$$

Постоянные времени (8) по определению являются положительными независимо от настроек системы на реализацию той или иной формы переходной траектории. Данное обстоятельство способствует упрощению анализа устойчивости скользящих режимов регуляторов каскада (3), позволяя выразить коэффициенты их характеристических уравнений через безусловно положительные величины. Так, результаты работы [3], касающиеся устойчивости контуров регулирования координат ω, φ , могут быть обоснованы подстановкой выражений (8) в формулы (4), результаты которой приведём, опустив промежуточные выкладки:

$$K_{\omega\varepsilon} = \frac{1}{2} T_a, \quad K_{\varphi\omega} = \frac{1}{2} (T_\varepsilon + T_a), \quad K_{\varphi\varepsilon} = \frac{1}{4} T_a \cdot T_\varepsilon + \frac{1}{12} T_a^2. \quad (9)$$

Вид выражений (9) свидетельствует о положительности коэффициентов уравнений

$$K_{\omega\varepsilon} \cdot p + 1 = 0, \quad K_{\varphi\omega} \cdot p^2 + K_{\varphi\varepsilon} \cdot p + 1 = 0,$$

характеризующих скользящие режимы регуляторов R_ω, R_φ каскада (3), что является необходимым и достаточным условием устойчивости систем первого и второго порядков.

Регулятор R_Ω образует с объектом управления (1) систему четвертого порядка. Однако с учетом понижения на единицу порядка линеаризованной системы в скользящем режиме проверка устойчивости её внешнего контура сводится к анализу характеристического уравнения третьего порядка вида

$$K_{\Omega\varphi} \cdot p^3 + K_{\Omega\omega} \cdot p^2 + K_{\Omega\varepsilon} \cdot p + 1 = 0. \quad (10)$$

Взаимосвязь корней кубического уравнения (10) с его коэффициентами, устанавливаемая формулами Кардано, в сочетании с громоздкими выражениями самих коэффициентов (5) является весьма сложной, что делает неоправданно трудоемкой оценку устойчивости данной системы путём определения корней уравнения (10). Поэтому проверку устойчивости скользящего режима контура регулирования, построенного на основе R_{Ω} , целесообразно выполнить с помощью косвенного алгебраического критерия Рауса-Гурвица. Для этого выразим коэффициенты (5) уравнения (10) через постоянные времени замкнутой системы (8).

Определённые в работе [2] формулы для интервалов T_{sa} , T_{se} с учётом выражений постоянных времени (8) принимают вид

$$T_{sa} = T_a, \quad T_{se} = T_{\varepsilon} - T_a. \quad (11)$$

Выражение интервала стабилизации второй производной регулируемой координаты $T_{s\omega} = T_{\omega} - T_{\varepsilon} - T_a$, справедливое для рассматриваемого в [2] режима «трапеции», должно быть переопределено для режима «большого треугольника» с учётом выведенных для данного режима в работе [5] выражений максимумов координат $\varphi(t)$, $\omega(t)$:

$$\begin{aligned} \varphi_{\max} &= a_{\max} \left(\frac{47}{24} T_{sa}^3 + 3T_{sa}^2 \cdot T_{se} + T_{sa} \cdot T_{se}^2 + T_{sa}^2 \cdot T_{s\omega} + T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{s\omega} \right), \\ \omega_{\max} &= a_{\max} \left(T_{sa}^2 + T_{sa} \cdot T_{se} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Подставим в формулу T_{ω} из (8) выражения (12)

$$\begin{aligned} T_{\omega} = \frac{\varphi_{\max}}{\omega_{\max}} &= \frac{a_{\max} \left(\frac{47}{24} T_{sa}^3 + 3T_{sa}^2 \cdot T_{se} + T_{sa} \cdot T_{se}^2 + T_{sa}^2 \cdot T_{s\omega} + T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{s\omega} \right)}{a_{\max} \left(T_{sa}^2 + T_{sa} \cdot T_{se} \right)} = \\ &= T_{s\omega} + T_{se} + 2 \cdot T_{sa} - \frac{T_{sa}^3}{24 \left(T_{sa}^2 + T_{sa} \cdot T_{se} \right)}, \end{aligned}$$

и с учётом (11) разрешим полученное уравнение относительно $T_{s\omega}$

$$T_{s\omega} = T_{\omega} - T_{\varepsilon} - T_a + \frac{1}{24} \frac{T_a^2}{T_{\varepsilon}}. \quad (13)$$

Опустив промежуточные выкладки, приведём результаты подстановки выражений (11), (13) в формулы (5):

$$\begin{aligned} K_{\Omega\varphi} &= \frac{1}{2} \left(T_a + 3 \cdot T_{\varepsilon} + T_{s\omega} + \frac{1}{24} \frac{T_a^2}{T_{\varepsilon}} \right), \\ K_{\Omega\omega} &= \frac{7}{12} T_{\varepsilon}^2 + \frac{9}{12} T_a \cdot T_{\varepsilon} + \frac{3}{32} T_a^2 + \frac{1}{4} T_a \cdot T_{\omega} + \frac{1}{4} T_{\varepsilon} \cdot T_{\omega} + \frac{1}{96} \frac{T_a^3}{T_{\varepsilon}}, \\ K_{\Omega\varepsilon} &= \frac{1}{192} T_a^3 + \frac{7}{24} T_a \cdot T_{\varepsilon}^2 + \frac{1}{24} T_a^2 \cdot T_{\omega} + \frac{1}{8} T_a^2 \cdot T_{\varepsilon} + \frac{1}{8} T_a \cdot T_{\varepsilon} \cdot T_{\omega} + \frac{1}{576} \frac{T_a^4}{T_{\varepsilon}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Составим для уравнения (10) систему неравенств с использованием определителя Гурвица и его диагональных миноров согласно [6]:

$$\begin{vmatrix} K_{\Omega\omega} & 1 & 0 \\ K_{\Omega\varepsilon} & K_{\Omega\varphi} & 0 \\ 0 & K_{\Omega\omega} & 1 \end{vmatrix} > 0; \quad \begin{vmatrix} K_{\Omega\omega} & 1 \\ K_{\Omega\varepsilon} & K_{\Omega\varphi} \end{vmatrix} > 0; \quad K_{\Omega\omega} > 0. \quad (15)$$

Положительные значения коэффициентов $K_{\Omega\varphi}$, $K_{\Omega\omega}$, $K_{\Omega\varepsilon}$ вытекают из вида выражений (14). Условие устойчивости (15) сводится к следующему неравенству:

$$K_{\Omega\omega}K_{\Omega\varphi} - K_{\Omega\varepsilon} > 0. \quad (16)$$

Подстановка в неравенство (16) коэффициентов (14), представленных явными функциями положительных постоянных времени $T_a, T_\varepsilon, T_\omega$, позволяет свести данное неравенство к виду

$$\begin{aligned} & \frac{7}{96}T_a^3 + \frac{29}{72}T_a^2 \cdot T_\varepsilon + \frac{7}{8}T_\varepsilon^3 + \frac{9}{8}T_a \cdot T_\varepsilon^2 + T_\omega \left(\frac{13}{96}T_a^2 + \frac{3}{4}T_a \cdot T_\varepsilon + \frac{2}{3}T_\varepsilon^2 + \frac{1}{96}\frac{T_a^3}{T_\varepsilon} \right) + \\ & + \frac{1}{8}T_\omega^2(T_a + T_\varepsilon) + \frac{25 \cdot T_a^4}{4608 \cdot T_\varepsilon} + \frac{T_a^5}{4608 \cdot T_\varepsilon^2} > 0, \end{aligned}$$

который однозначно свидетельствует об устойчивости скользящего режима R_Ω , возникающего после отработки режима «большого треугольника».

Заметим, что представление коэффициентов обратных связей в виде функций постоянных времени замкнутой системы (8) не придаёт выражениям (14) более компактную форму по сравнению с выражениями (5). Следовательно, с точки зрения анализа устойчивости системы данная мера облегчает применение критерия Рауса-Гурвица, но не способствует определению корней характеристического уравнения (10).

Вместе с тем, использование постоянных времени (8) позволяет развить отдельные результаты работы [5]. Так, подстановка равенств (8), (11), (13) в выражение (7) упрощает расчётную формулу максимума первой производной регулируемой координаты. Опустим промежуточные выкладки и приведём результат такой подстановки

$$\varphi_{\max} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \omega_{\max} \cdot T_\varepsilon \right)^2 + \Omega^* \cdot \omega_{\max}} - \frac{1}{2} \omega_{\max} \cdot T_\varepsilon - \frac{1}{24} a_{\max} \cdot T_a^3, \quad (17)$$

отметив, что выражение (17) допускает сокращение длительности перенастройки системы в реальном времени.

Кроме того, использование постоянных времени (8) заметно упрощает определение границ диапазона реализуемости данной формы траектории

$$[\Omega^*_{\min \Delta}, \Omega^*_{\max \Delta}], \quad (18)$$

алгоритм которого был приведён в работе [5] без представления конечных результатов. Подстановка выражений (11), (13) вместе с граничным условием реализации режима «большого треугольника» $T_{S\omega} = 0$ в выражение Ω^* , определённое в работе [5] через интервалы стабилизации канонических координат, позволяет получить расчётную

формулу нижней границы диапазона (18) в виде функции уровней ограничения канонических координат и постоянных времени

$$\Omega^*_{\min \Delta} = \omega_{\max} \left(T_a^2 + 3 \cdot T_a \cdot T_\varepsilon + 2 \cdot T_\varepsilon^2 \right). \quad (19)$$

Подстановка выражений (11), (13) вместе с граничным условием реализации режима «трапеции» $T_{S\varphi} = 0$ в выражение Ω^* , определённое в работе [2] через интервалы стабилизации канонических координат, позволяет получить расчётную формулу верхней границы диапазона (18) в виде функции уровней ограничения канонических координат и постоянных времени

$$\Omega^*_{\max \Delta} = \varphi_{\max} (T_a + T_\varepsilon + T_\omega). \quad (20)$$

Заметим, что при вычислении по формуле (20) используется не текущее значение величины φ_{\max} , получаемое согласно (17), а максимальный предустановленный уровень ограничения первой производной регулируемой координаты $\varphi_{\max} = \varphi^*_{\max}$.

На рис.1 представлен результат моделирования переходного процесса в системе управления нейтрально-устойчивым объектом четвёртого порядка с настройкой каскада регуляторов (3) по формулам (4)-(7) для случая $\Omega^* = 0,01$ и предустановленных максимумов $\omega_{\max} = 0,7$, $\varepsilon_{\max} = 20$, $a_{\max} = 1000$ при незафиксированном φ_{\max} . Данные значения подобраны из соображений придания наглядности временным диаграммам, а указанные на графиках множители при $\omega(t)$, $\Omega(t)$ служат для согласования визуальных масштабов графиков, построенных на общем поле. Сигналы регуляторов показаны в относительных единицах с кратными масштабами, визуально уменьшающими амплитуду сигнала по мере подчиненности регулятора. Соответствие диаграмм переходных процессов, приведенных на рис.1, их расчётному виду, принятому в статье [5], наряду с устойчивым функционированием регуляторов в скользящем режиме свидетельствует о корректности аналитических результатов данной работы.

Подчеркнём особенность функционирования каскада регуляторов (3) в представленном на рис.1 переходном процессе. Диаграммы управляющих сигналов демонстрируют отсутствие собственных переключений R_φ не только в скользящем режиме, что обусловлено нулевым интервалом стабилизации $\varphi(t)$ при отработке «большого треугольника», но и на этапе единичных переключений, что продиктовано специфическим выбором характерных точек высшего в иерархии управления регулятора СПР, оговоренным в статье [5]. Роль R_φ в оптимальном по быстродействию переходном процессе сводится только к изменению масштаба сигнала R_Ω с φ_{\max} на ω_{\max} в соответствии с уравнениями (3). Во избежа-

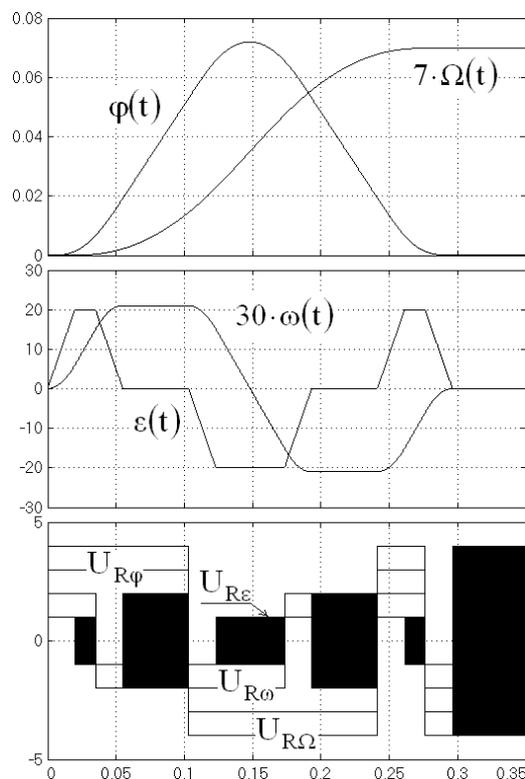


Рисунок 1 – Переходные процессы в синтезированной системе

ние непродуктивного использования мощности контроллера при отработке «большого треугольника» алгоритм регулятора R_{ϕ} может быть исключён из общего алгоритма управления СПР, описываемого системой уравнений (3).

Необходимо упомянуть, что настоящая работа, как и лежащие в её основе статьи [2]-[5], посвящены формированию релейными СПР переходных траекторий, методику расчёта которых можно считать общеизвестной. Элемент новизны представляемых результатов состоит в интеграции таких траекторий в математический аппарат метода N-i переключений [1], который обеспечивает оптимизацию замкнутой системы управления по быстродействию без явного расчёта временных диаграмм.

Выводы. Доказательство устойчивости скользящих режимов регуляторов релейной СПР четвёртого порядка, синтезированной в работе [5], позволяет исключить из процедуры самонастройки системы оптимального управления на режим «большого треугольника» какие-либо операции, связанные с проверкой устойчивости в реальном времени, что способствует рациональному использованию вычислительных ресурсов контроллера. Выполненное в контексте анализа устойчивости переопределение ключевых результатов работы [5] как функций постоянных времени замкнутой системы даёт возможность сформулировать алгоритм настройки каскада регуляторов (3) на рассматриваемый режим в виде последовательности формул (17), (14) с предварительным расчётом по формулам (8), (9), (19), (20) и проверкой принадлежности Ω^* диапазону (18). Представленные исследования выполнены для коэффициентов обратных связей, относящихся к каноническим координатам, что допускает распространение результатов данной работы на все синтезированные методом N-i переключений системы четвёртого порядка, замкнутые по старшим производным выходной величины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Релейные системы оптимального управления электроприводами / Садовой А.В., Сухинин Б.В., Сохина Ю.В., Дерез А.Л. – Днепродзержинск: ДГТУ, 2011. – 337с.
2. Садовой А.В. Параметрический синтез релейной системы подчинённого регулирования скорости электропривода с упругой связью / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Вестник КГПУ. – Кременчуг: КГПУ. – 2008. – Выпуск 3/2008(50). – Часть 1. – С.83-87.
3. Садовой А.В. Анализ устойчивости скользящего режима оптимальной по быстродействию системы четвертого порядка / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Вестник НТУ ХПИ. Серия «Электротехника, электроника и электропривод». – Харьков. – 2008. – Выпуск 30. – С.91-93.
4. Садовой А.В. Анализ характера скользящего режима оптимальной по быстродействию позиционной релейной СУЭП / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета (технические науки). – Днепродзержинск: ДГТУ. – 2008. – Выпуск 8. – С.140-144.
5. Дерез А.Л. Оптимизация по быстродействию режима «большого треугольника» релейной системы четвертого порядка методом N-i переключений / Дерез А.Л., Садовой А.В. // Вестник НТУ ХПИ. Серия «Силовая электроника и энергоэффективность». – Харьков. – 2015. – Выпуск 12 (1121). – С.96-100.
6. Юревич Е.И. Теория автоматического управления / Юревич Е.И. – Л.: «Энергия», 1969. – 375с.: ил.

Поступила в редколлегию 11.10.2016.

Днепродзержинский государственный технический университет

ФОРМИРОВАНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ВЫХОДНОГО НАПРЯЖЕНИЯ ПИ-РЕГУЛЯТОРА С НАСЫЩЕНИЕМ

Введение. Одной из приоритетных задач, связанных с успешным преодолением экономического кризиса, является совершенствование производства и его интенсификация с целью повышения качества выпускаемой продукции при одновременном снижении себестоимости и энергоемкости процесса ее производства. Решение этой задачи напрямую связано с модернизацией существующих технологических процессов в любой производственной сфере и отрасли.

Такая модернизация, наряду с совершенствованием производственных машин и установок, использованием новых материалов и технологий, создает предпосылки для уточнения существующих и разработки новых законов управления комплексами и процессами.

Анализ отечественной и иностранной научной литературы показал неослабевающий интерес к нелинейным законам управления. Одной из простейших разновидностей таких законов является классический ПИ-закон управления с ограничением [1-3]. Использование регуляторов, реализующих классический ПИ-закон управления, не только обеспечивает формирование астатических траекторий движения, но и в соответствии с [4] позволяет полностью компенсировать инерционности и внутреннюю обратную связь динамического объекта первого прядка. Однако ограничение напряжения, формируемого регулятором, приводит к возникновению в замкнутой системе достаточно больших перерегулирований, которые приводят к снижению качества процессов управления и, как следствие, ухудшению качества выпускаемой продукции. Поэтому работы, посвященные исследованию систем управления электроприводами и учитывающие ограничение на сигнал управления, являются актуальными.

Постановка задачи. Целью настоящей работы является:

- 1 – исследование траекторий движения интегральной составляющей выходного напряжения в замкнутой электромеханической системе с ПИ-регулятором;
- 2 – коррекция на основе выполненных исследований алгоритмов управления.

Результаты работы. В качестве объекта управления (ОУ) рассмотрим обобщенный электромеханический преобразователь, динамика которого описывается уравнением [1]

$$p\omega = -\frac{1}{T_m}\omega + \frac{k}{T_m}U_y, \quad (1)$$

где T_m – электромеханическая постоянная времени, k – конструктивный коэффициент, ω – скорость вращения, U_y – управляющее воздействие.

Направленное нормирование уравнения (1) и выделение траекторий фактического и программного движения позволяет описывать динамику ОУ уравнением возмущенного движения [5]

$$p\eta_1 = a_{11}\eta_1 + m_1u, \quad (2)$$

$$a_{11} = -1/T_m, \quad m_1 = 1/T_m = -a_{11}, \quad \eta_1 = y_1 - y_1^* = \frac{\omega - \omega^*}{\omega_0}, \quad (3)$$

здесь ω_0 – скорость идеального холостого хода, ω^* – желаемое значение скорости.

Синтез регулятора скорости в открытом фазовом пространстве путем решения обратной задачи динамики. Использование концепции обратных задач динамики позволяет определить передаточную функцию регулятора на основании известного математического описания фактического и желаемого движения электропривода [4].

Будем считать, что замкнутая система автоматического управления (САУ) имеет структурную схему, изображенную на рис.1.

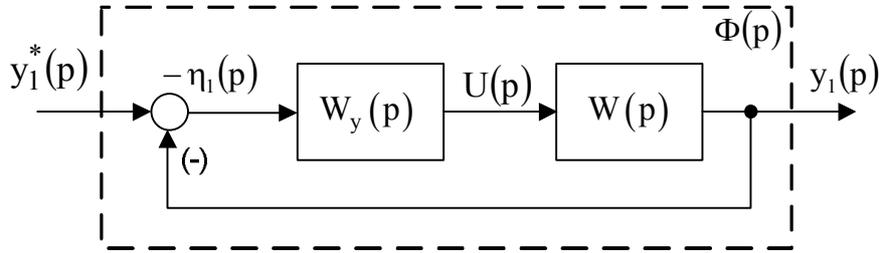


Рисунок 1 – Структурная схема замкнутой САУ

Для определения передаточной функции регулятора составим передаточную функцию ОУ

$$W(p) = \frac{y_1(p)}{U(p)} = \frac{m_1}{p - a_{11}}. \quad (4)$$

Управляющие воздействия, которые формируются искомым регулятором, обеспечивают движения замкнутой САУ по желаемым траекториям. Для рассматриваемого случая желаемую траекторию движения САУ удобно задать передаточной функцией

$$\Phi(p) = \frac{g}{p + g}. \quad (5)$$

Согласно [5] искомая передаточная функция регулятора скорости будет

$$W_y(p) = \frac{\Phi(p)}{W(p)[1 - \Phi(p)]} \quad (6)$$

или с учетом передаточных функций (4) и (5)

$$W_y(p) = \frac{g}{m_1} \left(-\frac{a_{11}}{p} + 1 \right). \quad (7)$$

Передаточная функция (7) позволяет однозначно определить алгоритм регулятора скорости

$$U = -\frac{g}{m_1} \left(-\frac{a_{11}}{p} + 1 \right) \eta_1 = -\frac{g}{m_1} \left(\frac{m_1}{p} + 1 \right) \eta_1 = -\frac{g}{p} \eta_1 - \frac{g}{m_1} \eta_1. \quad (8)$$

Синтез регулятора скорости в ограниченном фазовом пространстве с использованием модифицированного принципа симметрии. Управляющее воздействие (8) определено в открытой области, т.е. является неограниченным по модулю и поэтому при больших коэффициентах усиления g может достигать больших значений, неприемлемых для подачи на объект управления. Поэтому в работе [5] предложено вместо структурной схемы САУ, приведенной на рис.1, использовать структуру, представленную на рис.2.

Если задачу определения неизвестного алгоритма регулятора решать не в оптимизационной постановке, а с использованием аппарата передаточных функций, то эта

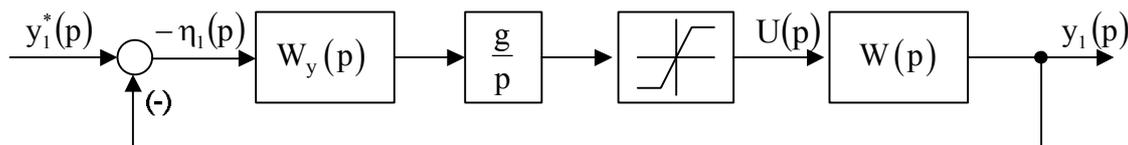


Рисунок 2 – Структурная схема замкнутой САУ, построенная в соответствии с модифицированным принципом симметрии

задача упрощается до задачи определения передаточной функции, обратной передаточной функции ОУ:

$$W_y(p) = \frac{1}{W(p)} = \frac{1}{\frac{m_1}{p - a_{11}}} = \frac{p - a_{11}}{m_1}. \quad (9)$$

На основании передаточной функции (9) и согласно структурной схеме, приведенной на рис.2, алгоритм искомого регулятора

$$U = \text{sat} \left[\left(\frac{p - a_{11}}{m_1} \right) \frac{g}{p} (y^* - y) \right] = -\text{sat} \left[\frac{g}{m_1} \eta_1 + \frac{g}{p} \eta_1 \right], \quad (10)$$

где $\text{sat}(\cdot)$ – нелинейная функция типа «насыщение».

Анализ алгоритмов (8) и (10) показывает их полную идентичность для значения выражения, стоящего в квадратных скобках выражения (10), ограниченного по модулю

$$\left| \frac{g}{m_1} \eta_1 + \frac{g}{p} \eta_1 \right| \leq U_{\max}, \quad (11)$$

где U_{\max} – напряжение насыщения регулятора, и существенное отличие в противном случае.

Анализ траекторий движения замкнутой САУ с насыщением. Траектории движения замкнутой САУ, приведенной на рис.3, в которой реализуется ограничение сигнала управления, можно разбить на два участка, которые определяются соответственно насыщенной и ненасыщенной частями нелинейности типа насыщение.

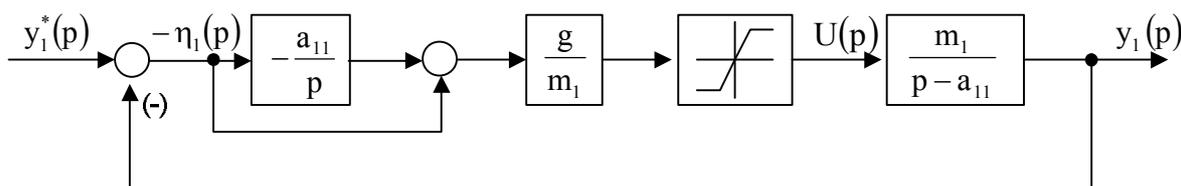


Рисунок 3 – Структурная схема исследуемой САУ

Движение на этих участках существенно отличается. При малых отклонениях управляющее воздействие не достигает уровня ограничения и обеспечивает движение, которое описывается желаемой передаточной функцией. Если в качестве желаемой выбрана передаточная функция вида (5), то в замкнутой САУ формируются асимптотические переходные процессы, а сама САУ является асимптотически устойчивой.

Для дальнейших выкладок необходимо определить передаточную функцию замкнутой САУ, в которой входной величиной является сигнал задания y_1^* , а выходной – интегральная составляющая регулятора

$$\Phi'(p) = \frac{1}{p + g}. \quad (12)$$

При больших отклонениях управляющее воздействие достигает ограничения и регулятор входит в насыщение. В этом случае на объект подается максимально возможное управляющее воздействие, которое приводит к форсированному разгону ОУ (рис.4). Поскольку этот разгон длится некоторое время, то интегральная составляющая сигнала управления (10) достигает больших значений (рис.5). Все графики переходных процессов построены для САУ со следующими параметрами: $T_m = 0,02$ с, $g = 1000$, $U_{\max} = 2$. Запуск системы осуществляется вхолостую и в момент времени $t = 0,06$ с ударно прикладывается номинальная нагрузка.

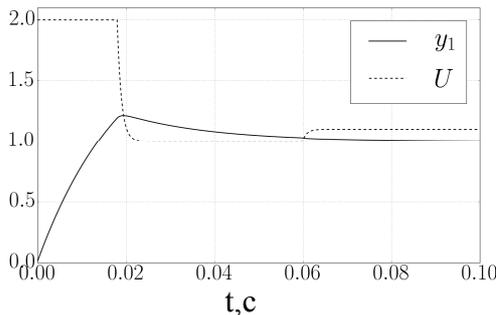


Рисунок 4 – Процесс разгона и наброса нагрузки замкнутой САУ с ограничением ПИ-регулятора

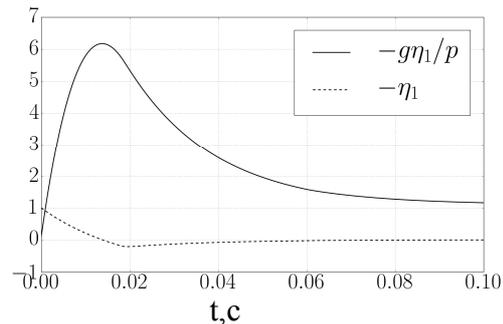


Рисунок 5 – Сигналы на входе и выходе интегратора

Анализ графиков, приведенных на рис.5, показывает, что интеграл от ошибки управления достигает максимума при нулевой ошибке управления. Определим этот максимум. Для этого запишем и исследуем следующее выражение:

$$-\frac{\eta_1}{p} = \int (y_1^* - y_1) dt. \quad (13)$$

Считая, что на вход ОУ подается постоянное управляющее воздействие, запишем выражение для выходной координаты y_1

$$y_1 = m_1 U_{\max} (1 - e^{a_{11}t}). \quad (14)$$

Подставив зависимость (14) в интеграл (13), получим

$$-\frac{\eta_1}{p} = \int (y_1^* - m_1 U_{\max} (1 - e^{a_{11}t})) dt = (y_1^* - m_1 U_{\max})t - \frac{m_1 U_{\max}}{a_{11}} e^{a_{11}t} + C, \quad (15)$$

где C – постоянная интегрирования, которая определяется из условия, что в начальный момент времени рассматриваемый интеграл имеет нулевое значение, тогда

$$-\frac{\eta_1}{p} = (y_1^* - m_1 U_{\max})t - \frac{m_1 U_{\max}}{a_{11}} e^{a_{11}t} + \frac{m_1 U_{\max}}{a_{11}}, \quad (16)$$

Приравнивание подынтегрального выражения интеграла (15) к нулю и решение получившегося уравнения позволяет определить время, при котором интегральная составляющая достигает максимума

$$t_{\max} = \frac{1}{a_{11}} \ln \left(\frac{m_1 U_{\max} - y_1^*}{m_1 U_{\max}} \right). \quad (17)$$

Подставив время t_{\max} в выражение (16), получим

$$-\frac{\eta_1}{p} = \frac{(y_1^* - m_1 U_{\max})}{a_{11}} \ln \left(\frac{m_1 U_{\max} - y_1^*}{m_1 U_{\max}} \right) + \frac{m_1 U_{\max} - y_1^*}{a_{11}}. \quad (18)$$

Анализ выражения (18) показывает, что интегральная составляющая в системе без ограничения достигает максимального значения в момент первого достижения ошибкой регулирования нулевого значения. Причем для обеспечения асимптотической устойчивости замкнутой системы значение интегральной составляющей ошибки регулирования не должно превышать значение интеграла от ошибки в установившемся режиме

$$\left(-\frac{\eta_1}{p} \right)_{\infty} = \frac{1}{g}. \quad (19)$$

Выражения (18) и (19) позволяют сформулировать следующее утверждение: для предотвращения перерегулирований в замкнутой системе с насыщением интегральная составляющая должна подчиняться неравенству

$$\left| \frac{\eta_1}{p} \right| \leq \left| \left(-\frac{\eta_1}{p} \right)_{\infty} \right|. \quad (20)$$

Неравенство (20) определяет несколько путей возможного устранения перерегулирований в замкнутой электромеханической системе.

Пути устранения перерегулирования при пуске замкнутой САУ с насыщением ПИ-регулятора. Ограничение интегральной составляющей. Простейшим способом является ограничение интегральной составляющей на уровне, который определяется выражением (19). При этом алгоритм управления (10) принимает вложенный вид

$$U = -\text{SAT} \left[\frac{g}{m_1} \eta_1 + g \text{SAT} \left(\frac{1}{p} \eta_1, \frac{1}{g} \right), U_{\max} \right]. \quad (21)$$

Нелинейная функция двух аргументов $\text{SAT}(x, U)$ является обобщением известной функции $\text{sat}(x)$ на случай сигнала ограничения, отличного от единицы

$$\text{SAT}(\eta_1, U) = \begin{cases} \eta_1 & \text{if } |\eta_1| \leq U; \\ \text{sign}(U) & \text{if } |\eta_1| \geq U. \end{cases} \quad (22)$$

Результаты математического моделирования САУ (рис.6), реализующей алгоритм (21), приведены на рис.7 и 8.

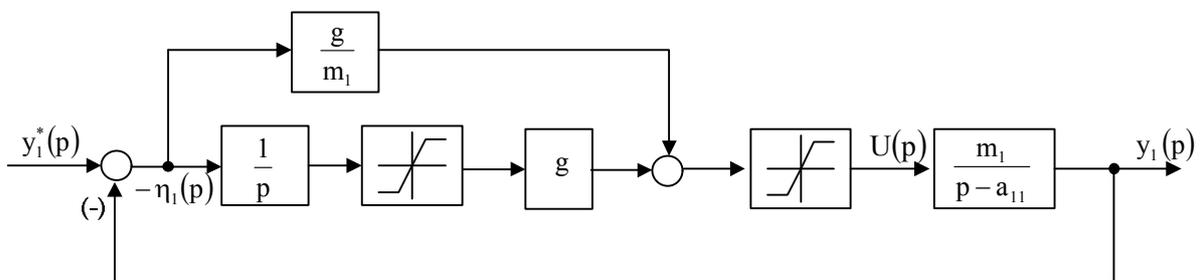


Рисунок 6 – Структурная схема исследуемой САУ, реализующей алгоритм (21)

Ограничение интегральной составляющей при больших коэффициентах усиления g приводит к практически мгновенному вхождению интегратора в насыщение. Этот

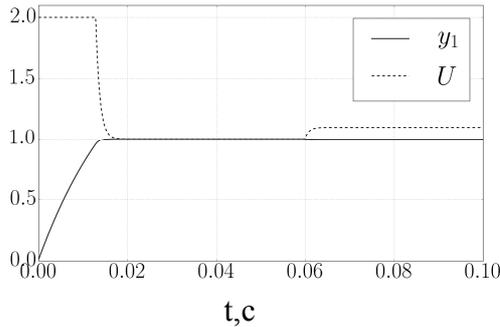


Рисунок 7 – Процесс разгона и наброса нагрузки замкнутой САУ, реализующей алгоритм (21)

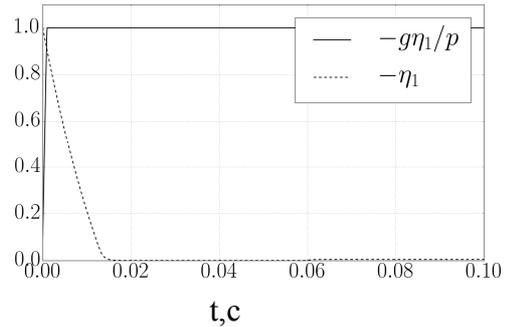


Рисунок 8 – Сигналы на входе и выходе интегратора

факт позволяет переписать алгоритм (21) следующим образом:

$$\begin{aligned}
 U &= -\text{SAT} \left[\frac{g}{m_1} \eta_1 + g \text{SIGN} \left(\eta_1, \frac{1}{g} \right), U_{\max} \right] = \\
 &= -\text{SAT} \left[\frac{g}{m_1} \eta_1, U_{\max} - 1 \right] - \text{SIGN}(\eta_1, 1).
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

Функция $\text{SIGN}(\eta_1, U)$ является обобщением функции $\text{sign}(\eta_1)$ на случай сигнала ограничения, отличного от единицы, т.е.

$$\text{SIGN}(\eta_1, U) = \begin{cases} U & \text{if } \eta_1 > 0; \\ -U & \text{if } \eta_1 < 0. \end{cases}
 \tag{24}$$

Анализ алгоритма (23) показывает, что при больших коэффициентах усиления ПИ-регулятор с насыщением превращается в параллельное включение линейного и релейного П-регуляторов с соответствующими уровнями ограничения выходных сигналов (рис.9). Поскольку для объекта первого порядка П-регулятор формирует асимптотически устойчивую траекторию, то можно утверждать, что его модификации, в том числе и вида (24), также обеспечивают асимптотическое движение ОУ (рис.10 и 11).

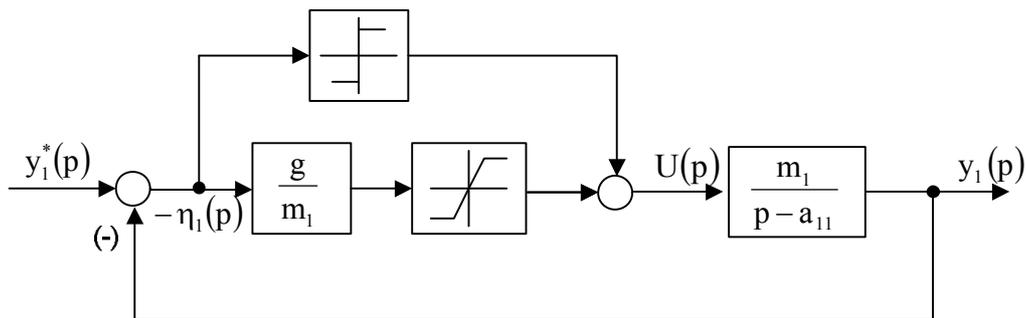


Рисунок 9 – Структурная схема САУ, реализующей алгоритм (23)

Сравнение переходных процессов, приведенных на рис.7-8 и 10-11, показывает, что динамические характеристики САУ, построенных в соответствии с алгоритмами (21) и (23), практически не отличаются.

Недостатком изложенного выше подхода является невозможность одновременного обеспечения асимптотической устойчивости системы и ее астатичности. Это объяс-

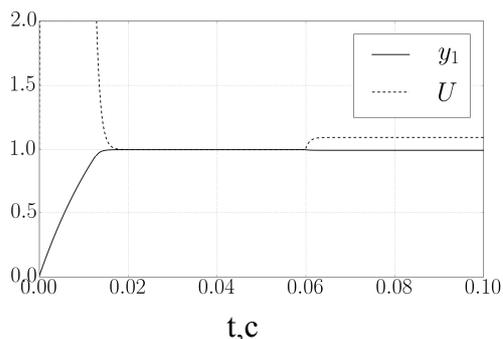


Рисунок 10 – Процесс разгона и наброса нагрузки замкнутой САУ, реализующей алгоритм (23)

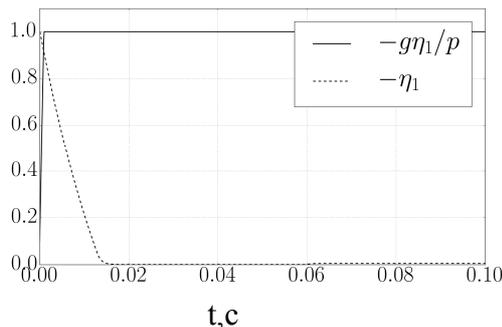


Рисунок 11 – Сигналы на входе и выходе интегратора

няется тем, что при одновременной подаче задающего и возмущающего воздействий максимальное значение интегральной составляющей управляющего воздействия в силу передаточной функции замкнутой системы по задающему (12) и по возмущающему

$$\Phi_1(p) = \frac{1}{(T_m p + 1)(T_m p + g)} \quad (25)$$

воздействиям должно быть

$$(-\eta_1 / p)_{\max} = 2 / g, \quad (26)$$

а не определяться выражением (19).

Таким образом, при ограничениях интегральной составляющей на малых значениях замкнутая система с насыщением становится статической по возмущению.

Повысить порядок астатизма по возмущению можно, если при работе системы допускаются небольшие перерегулирования. В этом случае выражение (26) может быть рекомендовано для определения уровня ограничения интегральной составляющей в алгоритме (21).

Результаты математического моделирования САУ с ограничением (26) приведены на рис.12 и 13.

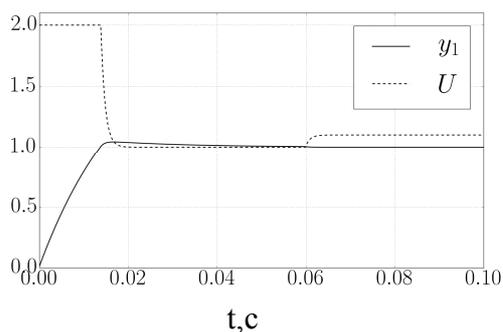


Рисунок 12 – Процесс разгона и наброса нагрузки замкнутой САУ, реализующей алгоритм (21) с ограничением интегральной составляющей на уровне $2 / g$

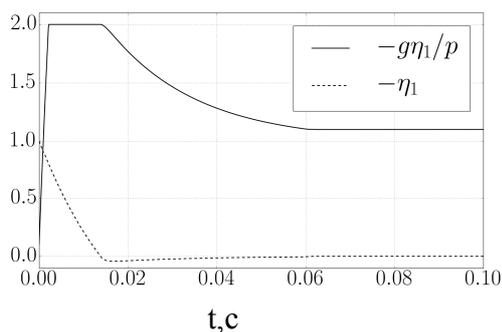


Рисунок 13 – Сигналы на входе и выходе интегратора

Такой подход позволяет не только повысить точность замкнутой САУ, но и создает предпосылки к построению системы с переключением уровня ограничения интегральной составляющей в зависимости от величины управляющего воздействия

$$U = \begin{cases} -\text{SAT}\left[\frac{g}{m_1}\eta_1 + \text{SAT}\left(\frac{g}{p}\eta_1, \frac{1}{g}\right), U_{\max}\right] & \text{if } U = U_{\max}; \\ -\text{SAT}\left[\frac{g}{m_1}\eta_1 + \text{SAT}\left(\frac{g}{p}\eta_1, \frac{2}{g}\right), U_{\max}\right] & \text{if } U < U_{\max}. \end{cases} \quad (27)$$

Результаты математического моделирования САУ с алгоритмом (27) приведены на рис.14 и 15.

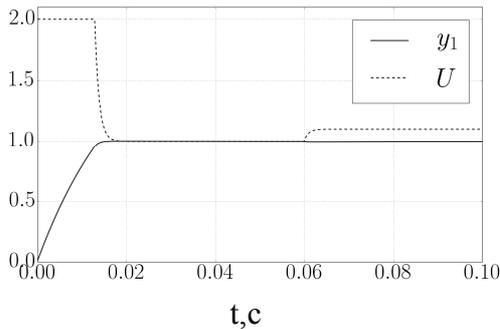


Рисунок 14 – Процесс разгона и наброса нагрузки замкнутой САУ, реализующей алгоритм (27)

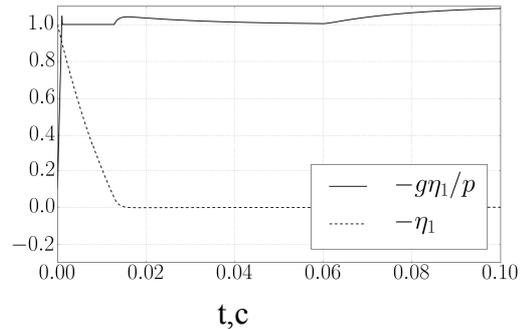


Рисунок 15 – Сигналы на входе и выходе интегратора

Анализ полученных результатов моделирования позволяет сформулировать следующее утверждение: изменение уровня ограничения интегральной составляющей в процессе функционирования системы позволяет существенно улучшить ее статические и динамические характеристики.

Пути устранения перерегулирования при пуске замкнутой САУ с насыщением ПИ-регулятора. Отключение интегральной составляющей на время разгона САУ. Одной из разновидностей алгоритма (27) является алгоритм

$$U = \begin{cases} -\text{SAT}\left[\frac{g}{m_1}\eta_1, U_{\max}\right] & \text{if } U = U_{\max}; \\ -\text{SAT}\left[\frac{g}{m_1}\eta_1 + \text{SAT}\left(\frac{g}{p}\eta_1, \frac{1}{g}\right), U_{\max}\right] & \text{if } U < U_{\max}. \end{cases} \quad (28)$$

При формировании управляющего воздействия в соответствии с алгоритмом (28) при входе регулятора в насыщение происходит отключение интегральной составляющей. Результаты математического моделирования САУ, построенной в соответствии с алгоритмом (28), показаны на рис.16-17.

Как следует из анализа приведенных переходных процессов, отключение интегральной составляющей во время разгона ОУ позволяет реализовать асимптотически устойчивую динамическую систему. Однако в этой системе наблюдается существенное увеличение времени переходного процесса, вызванное медленным достижением регулируемой координатой желаемого значения. Как следует из рис.17, это вызвано медленным ростом интегральной составляющей, который в свою очередь определяется малыми значениями отклонения η_1 , при которых начинается процесс интегрирования. Форсировать процесс интегрирования и тем самым ускорить окончание процесса разго-

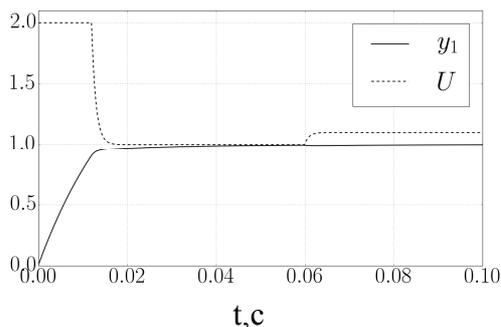


Рисунок 16 – Процесс разгона и наброса нагрузки замкнутой САУ, реализующей алгоритм (28)

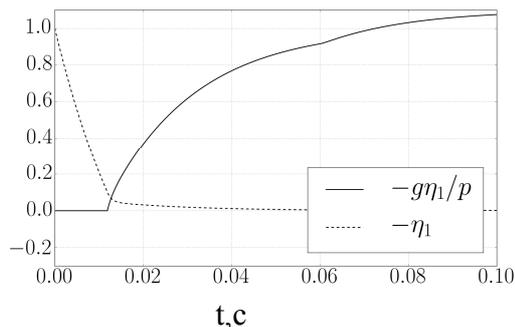


Рисунок 17 – Сигналы на входе и выходе интегратора

на САУ можно путем увеличения коэффициента усиления при интегральной составляющей

$$U = \begin{cases} -\text{SAT}\left[\frac{g}{m_1}\eta_1, U_{\max}\right] & \text{if } U = U_{\max}; \\ -\text{SAT}\left[\frac{g}{m_1}\eta_1 + g_1\text{SAT}\left(\frac{g}{p}\eta_1, \frac{1}{g}\right), U_{\max}\right] & \text{if } U < U_{\max}. \end{cases} \quad (29)$$

Соответствующие результаты моделирования приведены на рис.18-19.

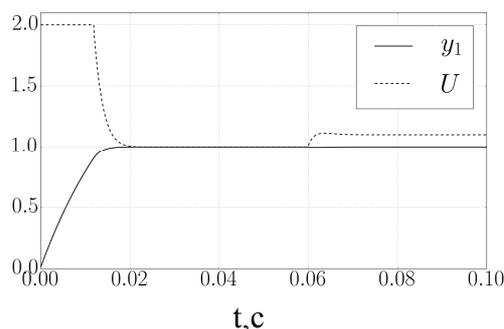


Рисунок 18 – Процесс разгона и наброса нагрузки замкнутой САУ, реализующей алгоритм (29) с отключением интегральной составляющей и форсированным интегрированием

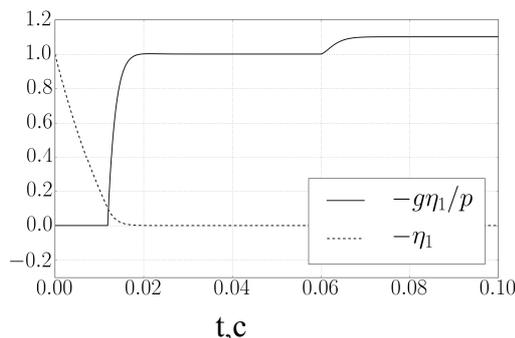


Рисунок 19 – Сигналы на входе и выходе интегратора

Приведенные графики позволяют утверждать, что увеличение коэффициента усиления интегральной составляющей в алгоритме (29) позволяет существенно улучшить статические и динамические характеристики исследуемой САУ за счет форсирования интегральной составляющей.

Пути устранения перерегулирования при пуске замкнутой САУ с насыщением ПИ-регулятора. Ослабление интегральной составляющей на время разгона САУ. Анализ приведенных выше выкладок и результатов моделирования показывает, что для исключения колебательных явлений в САУ с ПИ-регулятором, который может достигать насыщения, необходимо, чтобы интегральная составляющая удовлетворяла неравенству (20). Очевидно, что помимо ограничения интегральной составляющей обеспечить выполнение условия (20) можно путем уменьшения коэффициента усиления канала интегральной составляющей.

При этом, если максимальное значение интегральной составляющей в исследуемой САУ определяется выражением (18), то соответствующий коэффициент усиления определяется следующим образом:

$$k_1 = \left| \frac{a_{11}}{g(y_1^* - m_1 U_{\max}) \left[\ln \left(\frac{m_1 U_{\max} - y_1^*}{m_1 U_{\max}} \right) - 1 \right]} \right|. \quad (30)$$

Использование такого подхода позволяет отказаться от регуляторов со вложенными алгоритмами управления и строить регуляторы в соответствии с нижеприведенным алгоритмом

$$U = \begin{cases} -\text{SAT} \left[\frac{g}{m_1} \eta_1 + k_1 \frac{g}{p} \eta_1, U_{\max} \right] & \text{if } U = U_{\max}; \\ -\text{SAT} \left[\frac{g}{m_1} \eta_1 + \frac{g}{p} \eta_1, U_{\max} \right] & \text{if } U < U_{\max}. \end{cases} \quad (31)$$

Результаты математического моделирования САУ, в которой реализуется алгоритм (31), показаны на рис.20-21.

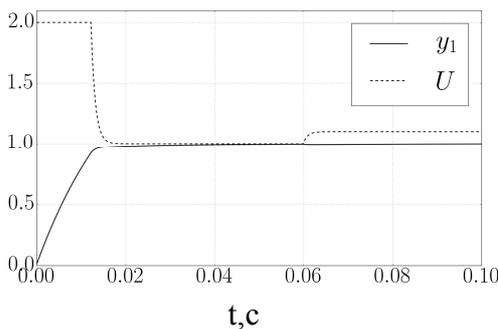


Рисунок 20 – Процесс разгона и наброса нагрузки замкнутой САУ, реализующей алгоритм (31) с ослаблением интегральной составляющей во время насыщения регулятора

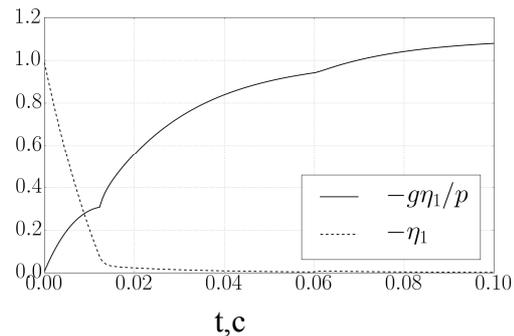


Рисунок 21 – Сигналы на входе и выходе интегратора

Анализ переходных процессов, приведенных на рис.20 и 21, показывает, что устранение перерегулирования возможно не только путем ограничения интегральной составляющей, но и уменьшением ее значения. Причем, поскольку регулятор находится в насыщении, выбор метода формирования его интегральной составляющей является несущественным. Важным является использование методов улучшения статических и динамических характеристик замкнутой САУ, в том числе базирующихся на увеличении коэффициента усиления интегральной составляющей после выхода регулятора из насыщения.

В этом случае алгоритм (31) может быть преобразован к виду

$$U = \begin{cases} -\text{SAT} \left[\frac{g}{m_1} \eta_1 + k_1 \frac{g}{p} \eta_1, U_{\max} \right] & \text{if } U = U_{\max}; \\ -\text{SAT} \left[\frac{g}{m_1} \eta_1 + g_1 \frac{g}{p} \eta_1, U_{\max} \right] & \text{if } U < U_{\max}, \end{cases} \quad (32)$$

а работа системи буде ілюструватися залежностями, показаними на рис.22 и 23.

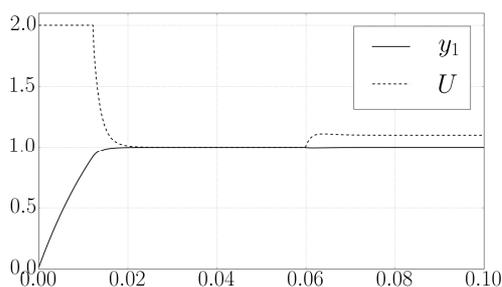


Рисунок 22 – Процесс разгона замкнутой САУ, реализующей алгоритм (32) с ослаблением интегральной составляющей во время насыщения регулятора и усилением ее при работе вне насыщения

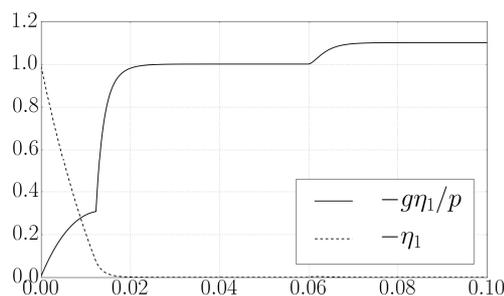


Рисунок 23 – Сигналы на входе и выходе интегратора

Обобщая приведенные в настоящем параграфе выкладки и результаты моделирования можно утверждать, что САУ с ослаблением интегральной составляющей занимают промежуточное место между САУ с ее ограничением и отключением.

Пути устранения перерегулирования при пуске замкнутой САУ с насыщением ПИ-регулятора. Определение коэффициента форсировки интегральной составляющей после выхода регулятора из насыщения. Как показали результаты выполненных исследований, для улучшения динамических и статических характеристик САУ после выхода регулятора из насыщения целесообразно повышать коэффициент усиления интегральной составляющей. Для этого последовательно с интегрирующим звеном включим усилительный элемент с коэффициентом k_1 . Соответствующая структурная схема замкнутой САУ показана на рис.24.

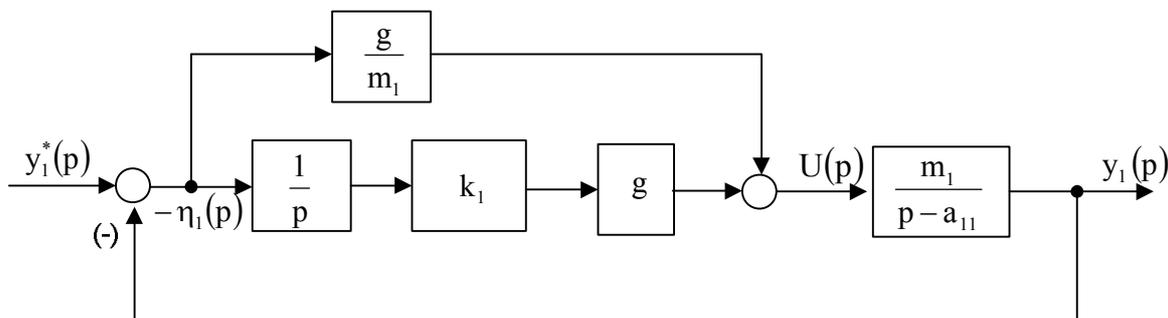


Рисунок 24 – Структурная схема замкнутой САУ после выхода регулятора из насыщения

Для определения неизвестного коэффициента форсировки на основании структурной схемы, показанной на рис.24, составим передаточную функцию САУ по задающему воздействию

$$\Phi(p) = \frac{y_1(p)}{y_1^*(p)} = g \frac{p + k_1 m_1}{p^2 + (g - a_{11})p + k_1 m_1 g} \quad (33)$$

и выполним исследование корней характеристического уравнения

$$D(\lambda) = \lambda^2 + (g - a_{11})\lambda + k_1 m_1 g = 0. \quad (34)$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2}(g - a_{11}) \pm \frac{1}{2} \sqrt{a_{11}^2 - 2a_{11}g + g^2 - 4k_1 m_1 g}. \quad (35)$$

Корни характеристического уравнения (34) подчиняются распределению Ньютона и обеспечивают замкнутой системе максимальное быстродействие асимптотически устойчивых процессов при [6]

$$a_{11}^2 - 2a_{11}g + g^2 - 4k_1m_1g = 0. \quad (36)$$

Значение коэффициента форсировки определяется путем решения уравнения (36)

$$k_1 = \frac{1}{4} \frac{(g - a_{11})^2}{m_1g}. \quad (37)$$

Анализ выражения (37) позволяет утверждать, что при $g \in (0, -a_{11}]$ коэффициент k_1 обратно пропорционален коэффициенту g . При коэффициенте $g = -a_{11}$ коэффициент форсировки достигает значения $-a_{11}/m_1$, которое является минимальным. Дальнейшее увеличение коэффициента g приводит к увеличению коэффициента k_1 .

При возникновении в замкнутой САУ скользящего режима коэффициент g_1 можно считать бесконечно большим. В этом случае значение коэффициента форсировки может быть найдено путем рассмотрения предела

$$k_1 = \lim_{g \rightarrow \infty} \frac{1}{4} \frac{(T_m g + 1)^2}{T_m g} = \infty. \quad (38)$$

САУ, исследованные выше, после выхода регулятора из насыщения можно рассматривать как линейные с постоянным коэффициентом g . Однако зависимость коэффициента форсировки k_1 от коэффициента усиления g создает предпосылки для синтеза ПИ-регулятора с переменным коэффициентом усиления интегральной составляющей в случае использования регуляторов с нелинейной активационной функцией [7].

Выводы. Приведенные выше выкладки позволяют сделать ряд выводов и заключений.

1. Формирование интегральной составляющей ПИ-регулятора с насыщением целесообразно осуществлять в два этапа. На первом, когда регулятор находится в насыщении, необходимо каким-либо из изложенных способов осуществить ограничение интегральной составляющей. Второй этап характеризуется выходом регулятора из насыщения и должен сопровождаться форсировкой интегральной составляющей.

2. При вхождении регулятора в насыщение формирование интегральной составляющей осуществляется путем ее ограничения вплоть до полного отключения. Величина ограничения определяется желаемыми траекториями движения замкнутой САУ.

3. Ограничение интегральной составляющей приводит к использованию вложенных ПИ-регуляторов.

4. Форсировка интегральной составляющей позволяет улучшить динамические и статические характеристики замкнутой САУ, а ее коэффициент может быть найден любым из известных методов классической и современной теории управления, связывающих структуру и параметры системы с ее динамическими характеристиками.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ключев В.И. Теория электропривода [Текст]/ В.И.Ключев // М.: Энергоатомиздат, 2001. – 704с.
2. Башарин А.В. Управление электроприводами [Текст] / А.В.Башарин, В.А.Новиков, Г.Г.Соколовский // Л.: Энергоиздат, 1982. – 392с.
3. Пупков К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т3. Синтез регуляторов САУ [Текст] / К.А.Пупков, Н.Д.Егупов //М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2004. – 616с.
4. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления [Текст] / П.Д.Крутько // М.: Машиностроение, 2004. – 576с.

5. Садовой А.В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами [Текст] / А.В.Садовой, Б.В.Сухинин, Ю.В.Сохина // К.: ИСИМО, 1998. – 298с.
6. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы [Текст] / Д.П. Ким // М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288с.
7. Волянский Р.С. Синтез оптимальной системы управления с нелинейной активационной функцией [Текст] / Р.С.Волянский, А.В.Садовой // Электротехнические и компьютерные системы. – 2014. – №15 (91). – С.69-71.

Поступила в редколлегию 31.10.2016.

УДК 62-83:681.513.5

КЛЮЕВ О.В., к.т.н. доцент
САДОВОЙ А.В., д.т.н., профессор

Днепродзержинский государственный технический университет

АСИНХРОННЫЙ ВЕНТИЛЬНЫЙ КАСКАД С ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ ИСТОЧНИКОМ ТОКА В РОТОРНОЙ ЦЕПИ

Введение. Преобладающим типом силового преобразователя в электроприводе (ЭП) в течение длительного периода его развития был регулируемый источник напряжения, благодаря чему естественно регулируемой координатой является скорость ЭП. Указанный тип преобразователя предопределил и назначение каналов управления электрической машиной. В асинхронном вентильном каскаде (АВК) цепь ротора стала главным каналом, поскольку управление по этой цепи позволяет формировать требуемые механические характеристики, а цепь статора – вспомогательным каналом, позволяющим, если нужно, регулировать скорость ниже номинальной ослаблением потокоцепления статора.

Однако существует теоретически равноправная концепция – использование в ЭП регулируемых источников тока [1]. Если говорить об АВК, то источник тока в роторной цепи нейтрализует действие ЭДС ротора, т.е. исключает её влияние на момент, развиваемый асинхронной машиной. Электромагнитный момент теперь однозначно определяется током источника тока и магнитным потоком машины и является естественно регулируемой в таком ЭП координатой.

Если в цепь ротора АВК последовательно подключить через диодный выпрямитель параметрический источник тока (ПИТ), то в динамических режимах и при перегрузках ЭП ток ротора будет ограничиваться на уровне расчётного тока ПИТ. При этом отпадает необходимость регулировать ток путём изменения угла открытия тиристорov инвертора и, следовательно, можно обойтись без внутреннего регулятора выпрямленного тока ротора. Таким образом, появляется возможность отказаться от классической системы подчинённого регулирования и использовать только регулятор скорости вращения ротора.

Постановка задачи. Задачей настоящей статьи является исследование на математической модели динамических режимов работы асинхронного вентильного каскада с параметрическим источником тока в роторной цепи, получившим название токопараметрического асинхронного вентильного каскада (ТПАВК).

Результаты работы. Если в роторную цепь АВК включить ПИТ, то величина выпрямленного тока I_d будет ограничиваться на расчётном для ПИТ уровне. Поэтому в системе управления достаточно ограничиться регулятором скорости, который в этом случае может быть только релейный для импульсного регулирования ЭДС ПИТ. Схема электропривода, реализующего такую идею, показана на рис.1.

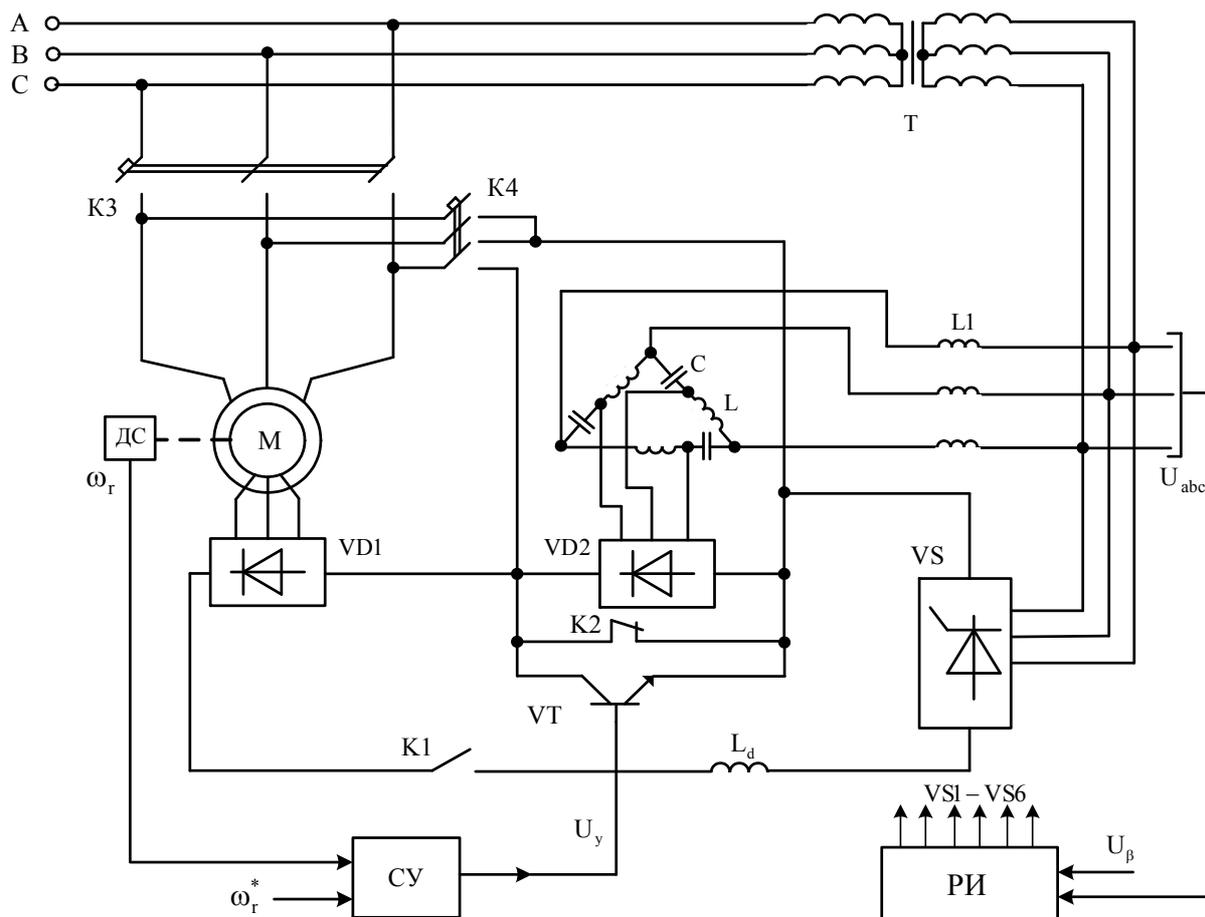


Рисунок 1 – ТПАВК с коммутацией источника тока в роторной цепи

В роторной цепи действует несколько ЭДС: выпрямленная мостом VD1 ЭДС роторных обмоток, противо-ЭДС тиристорного инвертора VS и ЭДС параметрического источника тока, выпрямляемая мостом VD2. Сигнал управления U_β выставляется неизменным и обеспечивает максимальную постоянную противо-ЭДС тиристорного инвертора при углах управления $\alpha = 165 - 170$ эл. гр., чем достигается его наибольший коэффициент мощности. В системе управления СУ достаточно использовать релейный регулятор скорости, который подаёт управляющие импульсы на базу транзистора VT, который, работая в ключевом режиме, закорачивает выход ПИТ или включает его в роторную цепь, тем самым реализуя импульсное регулирование электромагнитного момента и скорости вращения ротора.

При построении структуры системы управления электроприводом переменного тока всегда возможно уравнения электрической машины, записанные в осях координат, ориентированных по какому-либо вектору, представить в следующем виде [2]:

$$U_n = \frac{1}{k_{\text{ЭКВ}}} (T_{\text{ЭКВ}} p + 1) \xi_n + \sum_{k_n}, \quad (1)$$

где U_n – проекция вектора управляющего напряжения на ось координат; ξ_n – регулируемая переменная; $k_{\text{ЭКВ}}$, $T_{\text{ЭКВ}}$ – эквивалентные коэффициент усиления и постоянная времени, зависящие от параметров ЭП; \sum_{k_n} – некоторая функция, зависящая в общем

случае от переменных машины $\bar{\Psi}_s, \bar{\Psi}_r, \bar{I}_s, \bar{I}_r, \omega, \omega_k$ и характеризующая влияние перекрестных связей на каналы управления.

Возможность получения соотношения (1) является основной для синтеза САУ, поскольку позволяет для любой из регулируемых переменных получить идентичные и простые по структуре схемы регуляторов. Из формулы (1) следует, что при условии введения в сигнал управления U_n компенсирующего сигнала \sum_{kn} передаточная функция объекта представляется аperiодическим звеном первого порядка [2].

Поскольку система управления АВК с диодной роторной группой вентилей одноканальная, то динамику процесса управления удобнее всего рассматривать в осях координат, ориентированных по вектору тока ротора, так как вектор управляющей ЭДС \bar{E}_y находится в противофазе к вектору тока ротора и в данной системе координат всегда расположен на действительной оси. Таким образом, в рассматриваемой схеме АВК регулируется амплитуда управляющей ЭДС $|\bar{E}_y| = E_y$, а фаза однозначно определена положением вектора тока ротора в силу односторонней проводимости и неуправляемости диодов роторной группы вентилей.

Уравнения АВК в осях координат, ориентированных по вектору тока ротора, записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \omega_k &= \frac{L_m U_s \sin \delta + R_s L_m I_{sv} + \omega L_s (L_r I_r + L_m I_{su})}{(L_r L_s - L_m^2) I_r}; & d\delta/dt &= \omega_0 - \omega_k; \\ \frac{dI_{sv}}{dt} &= \frac{(\omega - \omega_k)(L_r I_r + L_m I_{su})}{L_m}; \\ \frac{dI_{su}}{dt} &= \frac{-L_r' U_s \cos \delta + L_m E_y + R_r L_m I_r - R_s L_r' I_{su} + L_m^2 \omega I_{sv}}{L_r' L_s - L_m^2} + \omega_k I_{sv}; & (2) \\ \frac{dI_r}{dt} &= \frac{L_m U_s \cos \delta - L_s E_y - L_m L_s \omega I_{sv} - R_r L_s I_r + R_s L_m I_{su}}{L_r' L_s - L_m^2}; \\ M_\omega &= \frac{3}{2} N L_m I_r I_{sv}; & \frac{d\omega}{dt} &= \frac{N}{J} (M_\omega - M_c), \end{aligned}$$

где $L_r' = L_r + L_d$.

Выделяем из системы (2) уравнения движения и модуля тока ротора

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{3N^2 L_m}{2J} I_{sv} I_r - \frac{N}{J} M_c; & (3) \\ \frac{dI_r}{dt} &= -\frac{R_r L_s}{L_r' L_s - L_m^2} I_r - \frac{L_m L_s}{L_r' L_s - L_m^2} \omega I_{sv} + \frac{R_s L_m}{L_r' L_s - L_m^2} I_{su} + \frac{L_m U_s \cos \delta}{L_r' L_s - L_m^2} - \frac{L_s}{L_r' L_s - L_m^2} E_y. \end{aligned}$$

Если следовать изложенному выше подходу, то исходную для синтеза регулятора скорости систему уравнений можно составить следующим образом: во втором уравнении системы (3) не учитывать слагаемые перекрестных связей с переменными I_{su} ,

$U_{su} = U_s \cos \delta$ и принять проекцию I_{sv} постоянной. В результате линеаризации приходим к следующей системе уравнений:

$$p\Delta\omega = a_{12}\Delta I_r;$$

$$p\Delta I_r = a_{21}\Delta\omega + a_{22}\Delta I_r + b_2\Delta E_y, \quad (4)$$

где коэффициенты равны: $a_{11} = \frac{\partial f_1}{\partial \omega} = 0$; $a_{12} = \frac{\partial f_1}{\partial I_r} = \frac{3N^2 L_m}{2J} I_{sv}$; $b_1 = \frac{\partial f_1}{\partial E_y} = 0$;

$$a_{21} = \frac{\partial f_2}{\partial \omega} = -\frac{L_m L_s}{L'_r L_s - L_m^2} I_{sv}; a_{22} = \frac{\partial f_2}{\partial I_r} = -\frac{R_r L_s}{L'_r L_s - L_m^2}; b_2 = \frac{\partial f_2}{\partial E_y} = -\frac{L_s}{L'_r L_s - L_m^2}.$$

Применяя к системе уравнений (4) методику синтеза регуляторов, изложенную в [3], получаем следующий алгоритм управления регулятора скорости:

$$U_{pc} = -\text{sign} \left[-\frac{3N^2 L_m}{2J} I_{sv} \frac{L_s}{L'_r L_s - L_m^2} \right] \text{sign} \left[\frac{R_r L_s}{L'_r L_s - L_m^2} \eta_1 + p\eta_1 \right] = \text{sign}(I_{sv}) \text{sign}(\eta_1 + T_r p\eta_1) = \\ = -\text{sign}(I_{sv}) \text{sign}(-\eta_1 - T_r p\eta_1) = -\text{sign}(I_{sv}) \text{sign}(\omega^* - \omega - T_r p\omega), \quad (5)$$

где $T_r = \frac{L'_r L_s - L_m^2}{L_s R_r}$ – постоянная времени цепи выпрямленного тока ротора.

Для определения в алгоритме (5) проекции тока I_{sv} не обойтись без датчика положения ротора и координатных преобразований, что существенно усложняет систему управления. Поэтому исследуем знак проекции тока статора I_{sv} , используя уравнения (2), записанные для установившегося режима работы.

В статике $\omega_k = \omega_0$, и третье уравнение системы (2) принимает вид

$$0 = \frac{(\omega - \omega_0)}{L_m} (L_r I_r + L_m I_{su}) \Rightarrow L_r I_r + L_m I_{su} = 0. \quad (6)$$

Тогда первое уравнение системы (2) примет вид

$$\omega_0 = \frac{L_m U_s \sin \delta + R_s L_m I_{sv}}{(L_r L_s - L_m^2) I_r}. \quad (7)$$

В установившемся режиме работы

$$M_c = \frac{3}{2} N L_m I_r I_{sv} \Rightarrow I_r = \frac{2M_c}{3N L_m I_{sv}}. \quad (8)$$

После подстановки значения I_r из (8) в (7) приходим к уравнению

$$(3NR_s L_m^2) I_{sv}^2 + (3NL_m^2 U_s \sin \delta) I_{sv} - 2M_c \omega_0 (L_r L_s - L_m^2) = 0. \quad (9)$$

Значение тока получаем как решение этого уравнения

$$I_{sv} = \frac{-3NL_m U_s \sin \delta + \sqrt{9N^2 L_m^2 U_s^2 \sin^2 \delta + 24NR_s M_c \omega_0 (L_r L_s - L_m^2)}}{6NR_s L_m}. \quad (10)$$

Из выражения (10) видно, что $I_{sv} > 0$ при любых значениях $0 \leq \delta \leq \pi$ и моментах нагрузки M_c . Из проведенного анализа знака тока I_{sv} следует, что алгоритм регулятора скорости (5) можно упростить до следующего выражения

$$U_{pc} = -\text{sign}(\omega^* - \omega - T_r p\omega). \quad (11)$$

С использованием закона управления регулятора скорости (11) проводится исследование переходных процессов в системе ЭП по схеме на рис.1. Для этого создана математическая модель ТПАВК в программе MATLAB 7.0.1 на основе пакета расширения SimPowerSystem. В электроприводе использована асинхронная машина типа 4AK160S4Y3 с паспортными данными: $P_n = 1 \text{ кВт}$, $U_{лн} = 380 \text{ В}$, $n_c = 1500 \text{ об/мин}$, $U_2 = 305 \text{ В}$. Для обеспечения при моделировании конечного значения частоты коммутации ключа VT в регуляторах применяются релейные элементы гистерезисного типа.

В таком случае алгоритм прямого релейного управления (11), реализуемый блоком системы управления (СУ), запишется так:

$$U_y = \begin{cases} -\text{sign}\left[\omega_r^* - \omega_r - T_r p\omega_r - \Delta\omega_r/2\right], & \text{при } p(\omega_r^* - \omega_r - T_r p\omega_r) > 0; \\ -\text{sign}\left[\omega_r^* - \omega_r - T_r p\omega_r + \Delta\omega_r/2\right], & \text{при } p(\omega_r^* - \omega_r - T_r p\omega_r) < 0. \end{cases} \quad (12)$$

Проведено математическое моделирование различных режимов работы ТПАВК, схема которого представлена на рис.1. На рис.2 и 3 изображены графики переходных процессов: скорость вращения вала ротора асинхронной машины ω_r , модуль потокосцепления статора Ψ_s , выпрямленный ток в цепи ротора I_d , электромагнитный момент M_e , ток в фазе A статора I_{sA} , токи в фазных обмотках ротора I_{abc} .

Изначально выход ПИТ (диодный мост VD2) закорочен контактом K2, а контакт K1 разомкнут. Сигнал управления U_y отрицательный и транзистор VT закрыт. Далее замыкаются контакты K3, статорные обмотки подключаются к сети и асинхронная машина возбуждается – происходит нарастание потокосцепления статора в виде угасающих колебаний модуля вектора потокосцепления Ψ_s . Появляется ЭДС на выходе моста VD1, и работает система управления тиристорами VS1-VS6, обеспечивая максимальную противо-ЭДС $E_{дн}$. В момент времени 0,2с замыкается контакт K1 и одновременно размыкается контакт K2 при закрытом транзисторе VT, образуется замкнутый контур в схеме ротора с последовательно включенным ПИТ, возникает электромагнитный момент и начинается пуск АМ с насыщенным регулятором скорости ($U_y = -1$, транзистор VT закрыт) и ограничением тока I_d параметрическим источником тока на расчётном уровне, равном $2I_{дн}$.

При подходе скорости ротора ω_r к уровню задания регулятор скорости переходит в состояние отрицательного заброса, сигнал на его выходе инвертируется и положительный импульс управления $U_y > 0$ открывает транзистор VT. При этом выход ПИТ закорачивается и его в пределе бесконечное внутреннее сопротивление вводится в цепь ротора, в результате чего выпрямленный ток I_d начинает убывать, электромагнитный момент уменьшается, ротор притормаживается и без перерегулирования его скорость достигает уровня задания с переходом регулятора скорости в скользящий режим.

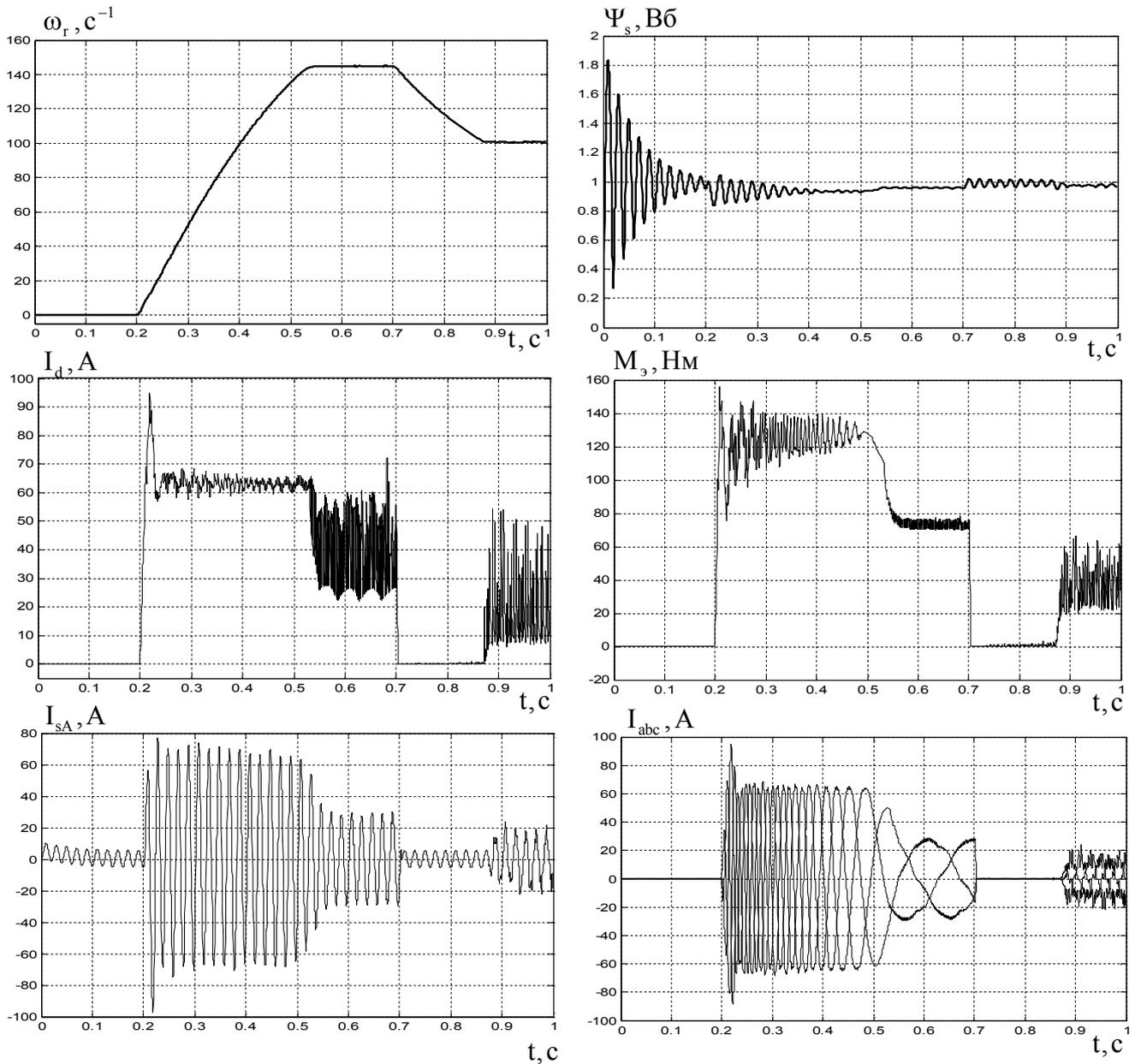


Рисунок 2 – Переходные процессы в ТПАВК с коммутацией источника тока в роторной цепи

Торможение до нулевой скорости возможно осуществить с помощью системы управления, когда транзистор VT открыт и ПИТ закорачивается. При пуске и установившейся работе ЭДС ротора и ЭДС ПИТ суммируются и обеспечивают требуемую величину тока I_d . Когда ПИТ закорачивается, его ЭДС практически равна нулю, противо-ЭДС тиристорного инвертора не уравновешивается и его наибольшая величина вводится в цепь выпрямленного тока ротора, что приводит к уменьшению тока I_d и фазных токов ротора до нуля, происходит торможение выбегом.

В схеме на рис.1 возможно реализовать динамическое торможение АВК. Для его реализации снимается сигнал управления с базы транзистора VT, что приводит к его закрытию, ПИТ нагружается роторной цепью АВК. Одновременно размыкается контакт К3 и замыкается контакт К4 (контакт К2 остаётся разомкнутым), ПИТ начинает питать статорные обмотки АМ постоянным током, т.е. при динамическом торможении

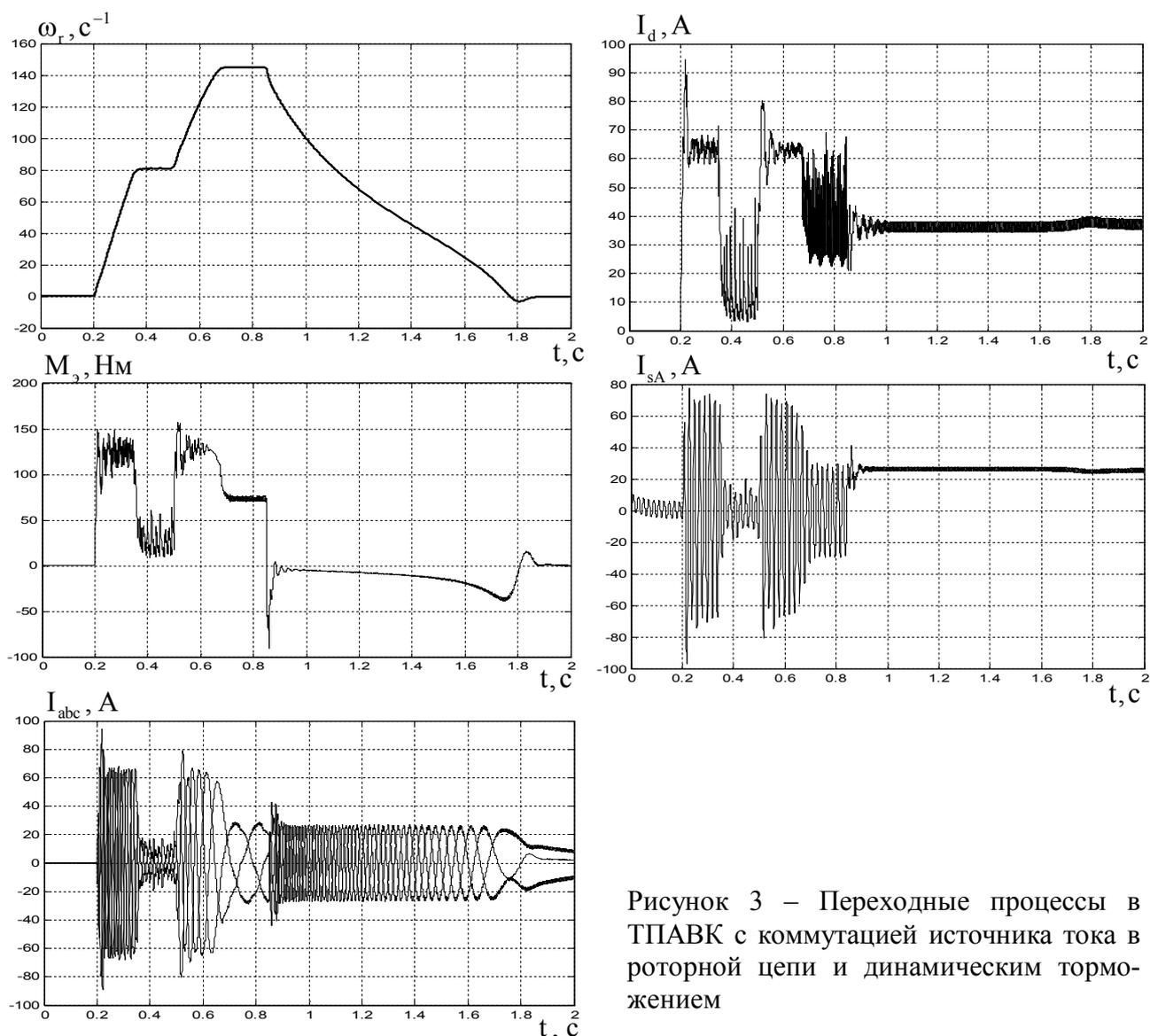


Рисунок 3 – Переходные процессы в ТПАВК с коммутацией источника тока в роторной цепи и динамическим торможением

к ПИТ параллельно подключены роторная и статорная цепи ТПАВК. ПИТ контактом К4 подключается к обмоткам статора через токоограничивающее сопротивление, поскольку ЭДС ПИТ достаточно большая, так как уравнивает ЭДС тиристорного инвертора при максимальном угле инвертирования $\alpha = 165 - 170$ эл. гр. Роторные обмотки АМ закорочены диодами моста VD1, которые находятся в открытом состоянии из-за работы ПИТ. Переходные процессы динамического торможения на рис.3 начинаются в момент времени 0,85с. Тормозной электромагнитный момент в режиме динамического торможения недостаточно большой, интенсивность торможения незначительная из-за малого активного сопротивления фазных обмоток ротора.

Для многих производственных механизмов наряду с ограничением координат возникает необходимость ограничения их производных. Например, в двухконтурной системе регулирования скорости и тока во многих случаях требуется ограничение скорости, ускорения и тока. В электроприводах турбомеханизмов ограничение пускового момента на уровне 2-3 кратного номинального и незначительном моменте нагрузки на начальном этапе пуска ЭП приводит к заметным динамическим моментам, что может привести к механическим перегрузкам и гидроударам.

Одним из способов ограничения производной координаты может служить введение в систему управления контура регулирования соответствующей производной как самостоятельной переменной. В ТПАВК возможно реализовать регулирование скорости, ускорения и ограничение тока ротора. Ограничение тока и, следовательно, электромагнитного момента, осуществляет ПИТ в цепи выпрямленного тока ротора, а регулирование скорости с подчинённым регулятором ускорения достигается с помощью системы управления переключением транзистора VT. Алгоритмы управления регуляторов в аналитической форме записываются следующим образом:

регулятор скорости

$$U_{\omega} = \begin{cases} \varepsilon_{\max}, & \text{если } \omega_r^* - \omega_r - T_r p \omega_r - \Delta \omega_r / 2 > 0 \\ \varepsilon_{\min}, & \text{если } \omega_r^* - \omega_r - T_r p \omega_r - \Delta \omega_r / 2 < 0 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \text{при } p(\omega_r^* - \omega_r - T_r p \omega_r) > 0; \\ \text{при } p(\omega_r^* - \omega_r - T_r p \omega_r) < 0, \end{array} \right\} \quad (13)$$

регулятор ускорения

$$U_y = \begin{cases} -\text{sign}[U_{\omega} - p \omega_r - \Delta p \omega_r / 2], & \text{при } p(U_{\omega} - p \omega_r) > 0; \\ -\text{sign}[U_{\omega} - p \omega_r + \Delta p \omega_r / 2], & \text{при } p(U_{\omega} - p \omega_r) < 0. \end{cases} \quad (14)$$

На рис.4 изображены графики переходных процессов разгона до скорости 140 рад/с и затем – торможения до скорости 100 рад/с. При пуске осуществляется стабилизация ускорения $\varepsilon_{\max} = 250 \text{ рад/с}^2$, а торможение идёт с замедлением по модулю в два раза меньшим, чем ускорение $\varepsilon_{\min} = -125 \text{ рад/с}^2$. Если использовать систему управления только с регулятором скорости или систему подчинённого управления с внутренним контуром регулирования выпрямленного тока ротора, то в процессе торможения ток I_d и электромагнитный момент $M_э$ спадают до нуля, контур регулирования скорости размыкается и происходит выбег АВК. При плавном торможении со стабилизацией замедления на указанном уровне $\varepsilon_{\min} = -125 \text{ рад/с}^2$ ток I_d и момент $M_э$ не обращаются в нуль, и АВК сохраняет управляемость на этом участке траектории движения. В переходных процессах, показанных на рис.4, выпрямленный ток ротора I_d не достигает расчётного тока ПИТ, равного 60А, и ограничения тока не происходит. В режимах стопорения или задания на пуск с ускорением, превышающим максимально допустимое ($\varepsilon^* > \varepsilon_{\max}$), происходит ограничение тока I_d на уровне расчётного тока ПИТ. Использование регулятора ускорения приводит к тому, что колебания потокосцепления угасают быстрее, чем в случае, когда СУ состоит только из регулятора скорости.

Выводы. При постоянстве потокосцепления, когда статор подключен непосредственно к сети, возможно управлять скоростью ТПАВК путём импульсного формирования ЭДС параметрического источника тока в роторной цепи двигателя. В СУ может использоваться только регулятор скорости, так как функцию отсечки по току выполняет ПИТ на интервалах переходных процессов, когда регулятор скорости находится в насыщении. Однако при такой структуре силовой цепи ТПАВК возможно и построение системы подчинённого регулирования координат. Поэтому рассматривается также вариант введения в состав СУ регулятора ускорения с подачей ему сигнала задания регулятором скорости таким образом, чтобы ускорения и замедления электропривода были различны по абсолютной величине. В таком случае интервалы выбега при торможении,

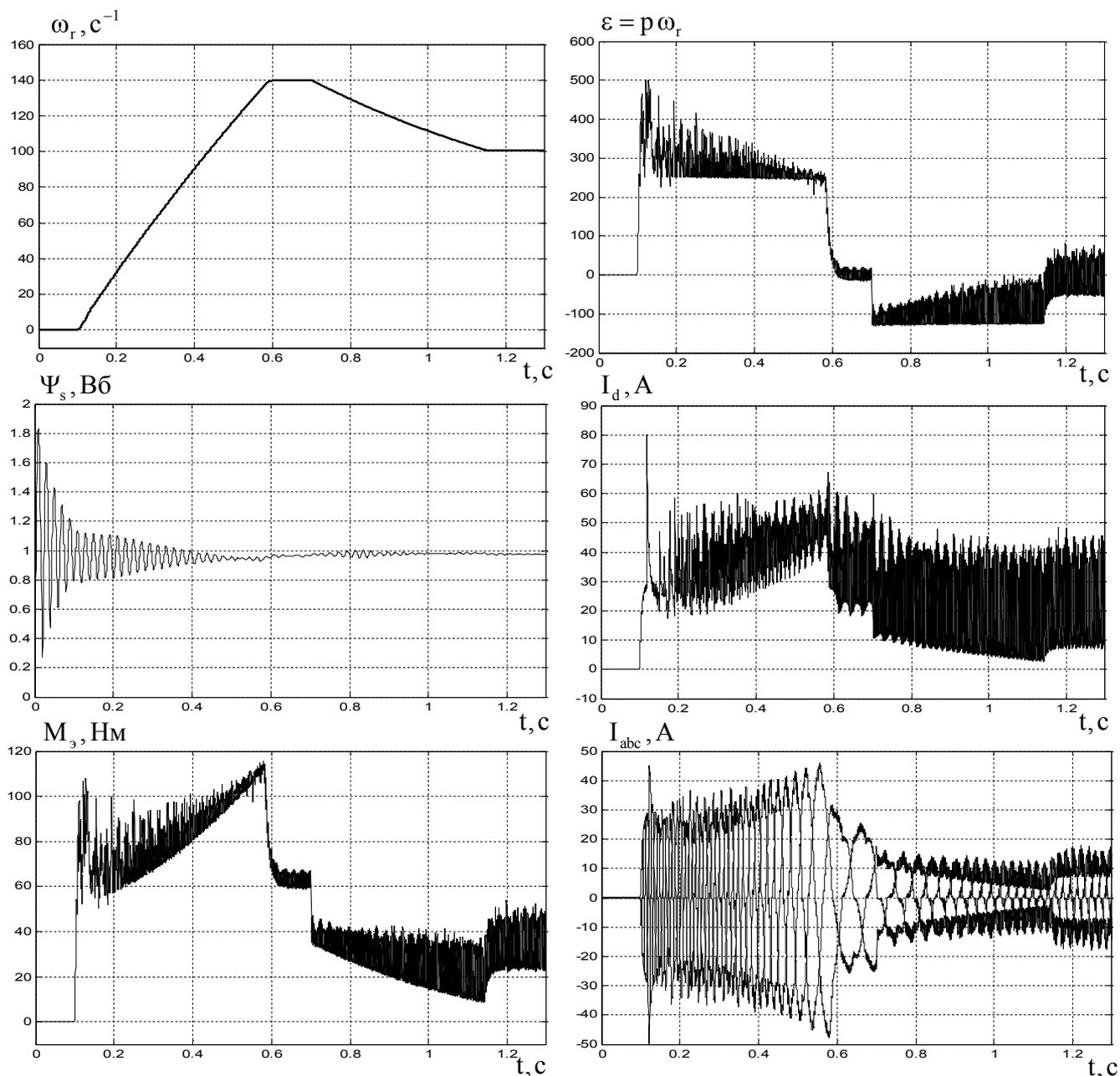


Рисунок 4 – Переходные процессы в ТПАВК со стабилизацией ускорения в переходных режимах

когда ток и, следовательно, электромагнитный момент спадают до нуля и контур регулирования скорости разрывается, предотвращаются реализацией равнозамедленного торможения ТПАВК.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильинский Н.Ф. Электроприводы постоянного тока с управляемым моментом / Н.Ф.Ильинский. – М.: Энергоиздат, 1981. – 144с.
2. Ботвинник М.М. Управляемая машина переменного тока / М.М.Ботвинник, Ю.Г.Шакарян. – М.: Наука, 1969. – 143с.
3. Садовой А.В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами / А.В.Садовой, Б.В.Сухинин, Ю.В.Сохина. – Киев: ИСИМО, 1996. – 299с.

Поступила в редколлегию 31.10.2016.

Днепродзержинский государственный технический университет

ИССЛЕДОВАНИЕ ПУСКА АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ С ИНДУКЦИОННО-ЕМКОСТНЫМ НАКОПИТЕЛЕМ ЭНЕРГИИ В ЦЕПИ РОТОРА

Введение. Для плавного пуска механизмов с большим моментом статического сопротивления или моментом инерции широко применяются асинхронные электродвигатели с фазным ротором. При этом ограничение пускового тока и создание электромагнитного момента соответствующей величины могут обеспечиваться релейно-контакторными или каскадными схемами, а также путем включения в цепи фазного ротора индукционных сопротивлений (ИС) [1]. Последние могут иметь различные конструктивные исполнения, габаритные и весовые показатели. Лучшие пусковые свойства электропривода удается получить с помощью двухкатушечной дисковой конструкции ИС при встречном (по магнитному потоку) включении упомянутых катушек [2]. В данном случае электродвигатель развивает на большей части пусковой характеристики независимый от скорости электромагнитный момент, обеспечивая тем самым постоянство ускорения и минимальное время разгона. Однако все известные конструкции индукционных сопротивлений обладают весьма узкими возможностями для вариации их параметров в пределах одного типоразмера с целью получения заданных пусковых свойств асинхронных двигателей.

Постановка задачи. Комбинация удачных конструкторских и схемных решений может открыть новые перспективы на пути совершенствования бесконтактных индукционных устройств и расширить область их использования в переходных режимах электрических машин переменного тока.

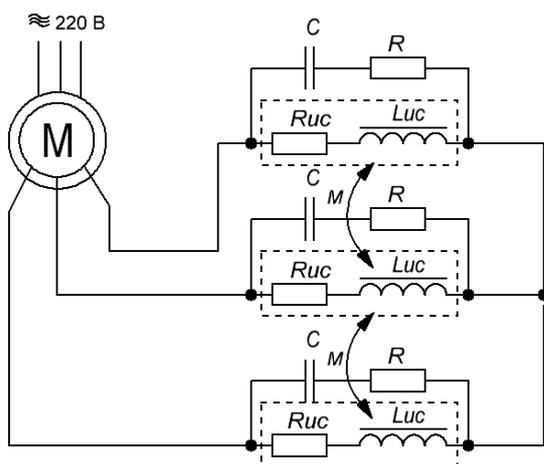


Рисунок 1 – Схема включения индукционного сопротивления с емкостной компенсацией в цепи фазного ротора

Одно из таких решений представлено на рис.1. Каждое индукционное сопротивление $Z_{ИС}$ в фазе ротора электродвигателя М зашунтировано RC-цепочкой.

Величина емкости конденсатора С рассчитывается таким образом, чтобы на заданной частоте скольжения ротора s частично или полностью компенсировать индуктивную составляющую полного сопротивления ИС. Резисторы R необходимы для ограничения тока через конденсаторы и для создания нужного момента двигателя во время резонансных явлений в фазах ротора. Поскольку величины $Z_{ИС}(s)$ и $X_C(s)$ изменяются вместе с частотой

тока ротора в противоположных направлениях, практическая область применения такой схемы лежит в диапазоне скольжений двигателя от $s = 1$ до $s = 0,5$. На вторую половину пусковой характери-

стики ($s_H \leq s < 0,5$) емкостное сопротивление $X_c(s)$ не оказывает существенного влияния.

Регулировать величину пускового момента асинхронного двигателя в представленной схеме можно несколькими способами: а) выбором соответствующей емкости конденсатора при неизменных параметрах других элементов в цепи ротора с соблюдением симметрии по фазам; б) варьированием сопротивления резисторов R с учетом их симметричного включения; в) несимметричным включением по фазам элементов как C , так и R в RC -цепях параллельно основным индукционным сопротивлениям; г) переключением RC -цепей (как симметричных, так и несимметричных по фазам) со “звезды” Y на “треугольник” Δ при условии, что ИС остаются включенными по базовой схеме Y .

Результаты работы. Аналитический расчет оптимальных значений RC -элементов в рассмотренной схеме весьма затруднен из-за существенной нелинейной зависимости ИС от величины и частоты протекающего тока. Для теоретической оценки целесообразного диапазона изменения RC -цепей схемы выполнен численный эксперимент с помощью математической модели. В её основе лежит система дифференциальных уравнений асинхронной машины в фазных координатах, представленная в матричной форме [3]:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} R_{01} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \end{bmatrix}; \\ \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} R'_{02}(i) + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (1)$$

где u_i, i_i – мгновенные значения фазных напряжений и токов; R_{01}, R'_{02} – активные сопротивления фаз статора и ротора; Ψ_i – полные потокосцепления фаз статора и ротора.

Потокосцепления статора и ротора

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} L_S + \begin{bmatrix} i_B + i_C \\ i_C + i_A \\ i_A + i_B \end{bmatrix} M_S + [C_S] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} M_{SR}; \\ \begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} L_R + \begin{bmatrix} i_c + i_b \\ i_c + i_a \\ i_a + i_b \end{bmatrix} M_R + [C_R] \begin{bmatrix} i_A(t) \\ i_B(t) \\ i_C(t) \end{bmatrix} M_{SR}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $L_S, M_S, M_{SR}, L_R, M_R, M_{SR}, C_S$ и C_R определены в [4].

Математическая модель ИС, включенного в цепь фазного ротора, построена на основе экспериментальных данных, полученных при исследовании конструкции сопротивления с ферромагнитными пластинами и центральной стенкой (рис.2).

Полное сопротивление индукционного сопротивления $Z_{ИС}$ и его составляющие $R_{ис}, X_{ис}$ могут быть представлены в виде плоскости сопротивлений в функции частоты и величины тока ротора (в диапазоне частот $f_2=10...50$ Гц, ток ротора $I_2=10...80$ А для двигателя МТВ-412-8) (рис.3).

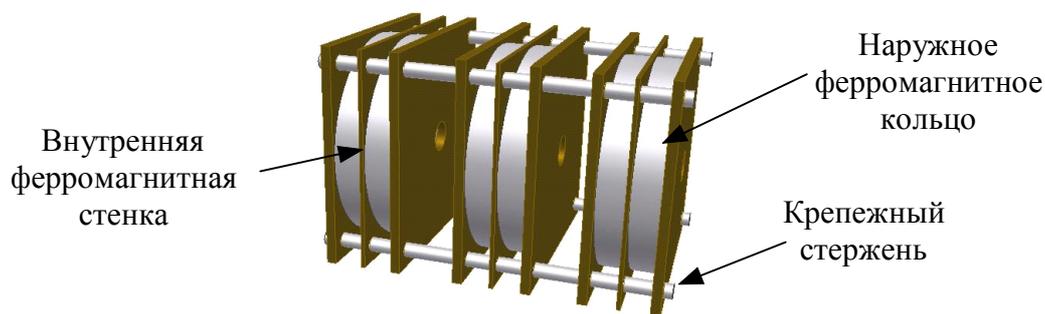


Рисунок 2 – Конструкция индукционного сопротивления с ферромагнитными пластинами и центральной стенкой

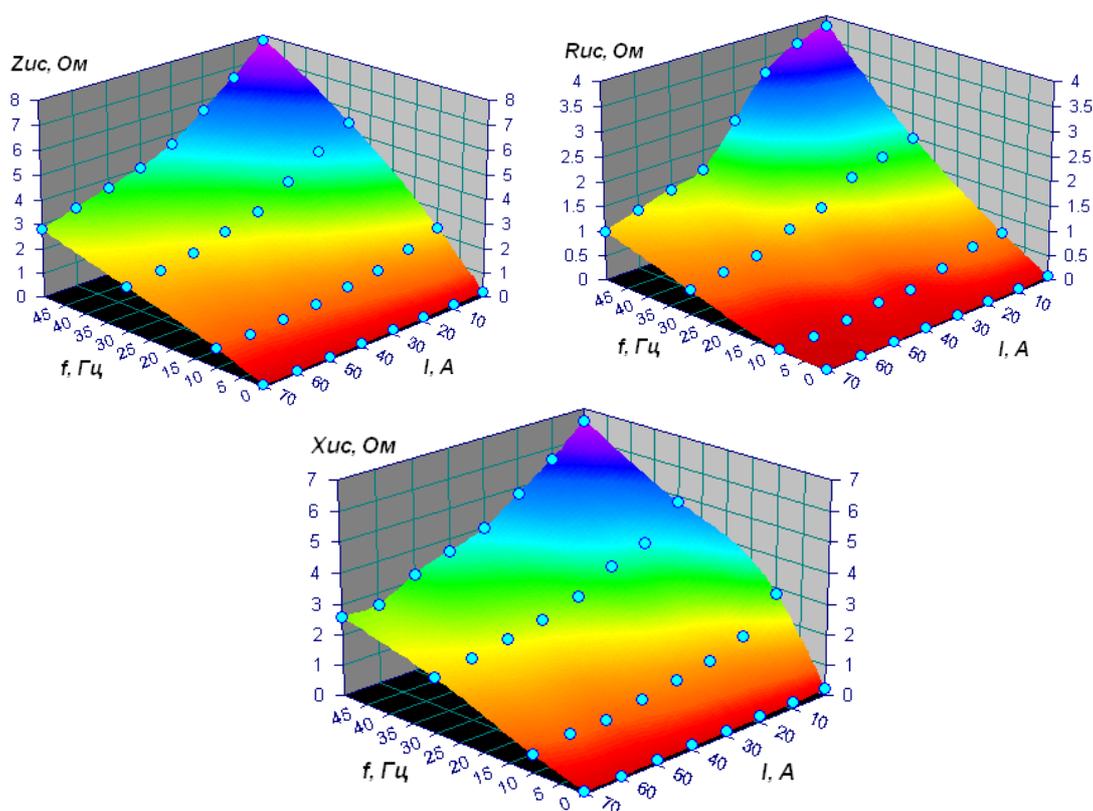


Рисунок 3 – Плоскости сопротивлений $Z_{ис} = f(I_2, f_2)$, $R_{ис} = f(I_2, f_2)$, $X_{ис} = f(I_2, f_2)$

Параметры $Z_{ис}$, $R_{ис}$, $X_{ис}$ вне указанных диапазонов изменения f_2 и I_2 находились методом экстраполяции с помощью специально подобранного аппроксимирующего полинома.

Моделирование выполнено для асинхронной машины с фазным ротором на базе кранового электродвигателя МТВ-412-8 ($P_H = 11$ кВт; $U_{1H} = 220$ В; $n_H = 720$ об/мин; $I_{1H} = 58$ А; $I_{2H} = 59$ А; $J_{\Sigma} = 1,15$ кг·м²). Схема соединения индукционных сопротивлений в фазах ротора – Y. На рис. 4 для сравнения приведены результаты математическо-

го моделирования переходного процесса пуска двигателя с индукционным реостатом (а) и с емкостной компенсацией (б) ($C = 900 \text{ мкФ}$, $R = 1 \text{ Ом}$).

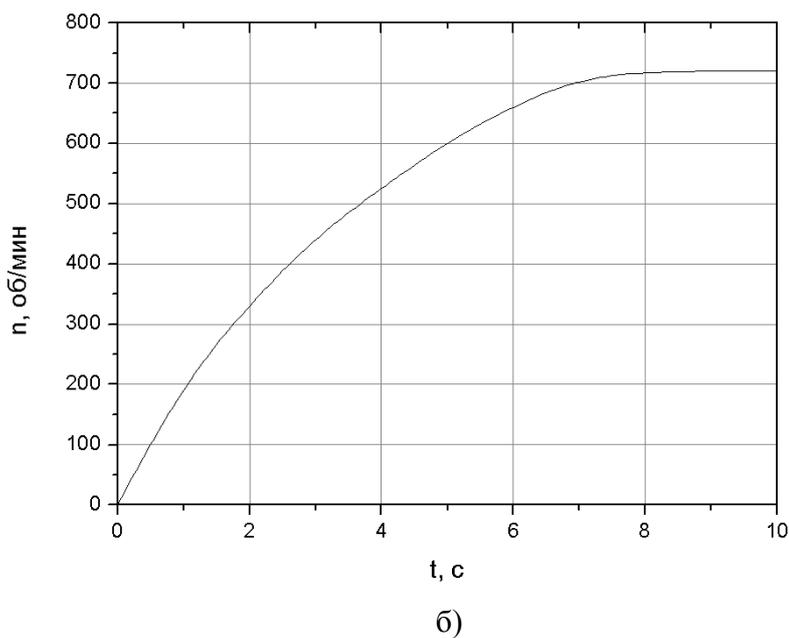
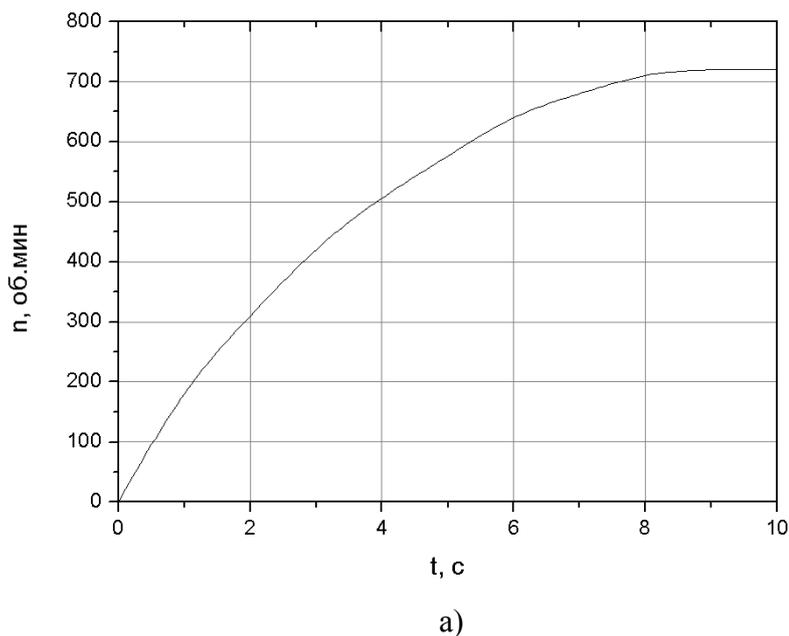


Рисунок 4 – Графики расчетных переходных процессов пуска двигателя

Для подтверждения основных теоретических положений и работоспособности предложенных схемных решений выполнено осциллографирование асинхронного пуска упомянутого выше двигателя с теми же параметрами ИС и RC - элементов, что и в численном эксперименте. Результаты опытов приведены на рис.5.

Выводы. 1. Шунтирование индукционных сопротивлений RC-элементами в цепях фазного ротора асинхронных двигателей позволяет сократить время разгона машины до рабочей скорости. 2. Предложенное схемное решение с необходимыми дополнениями может быть рекомендовано для оптимизации переходных процессов в электриче-

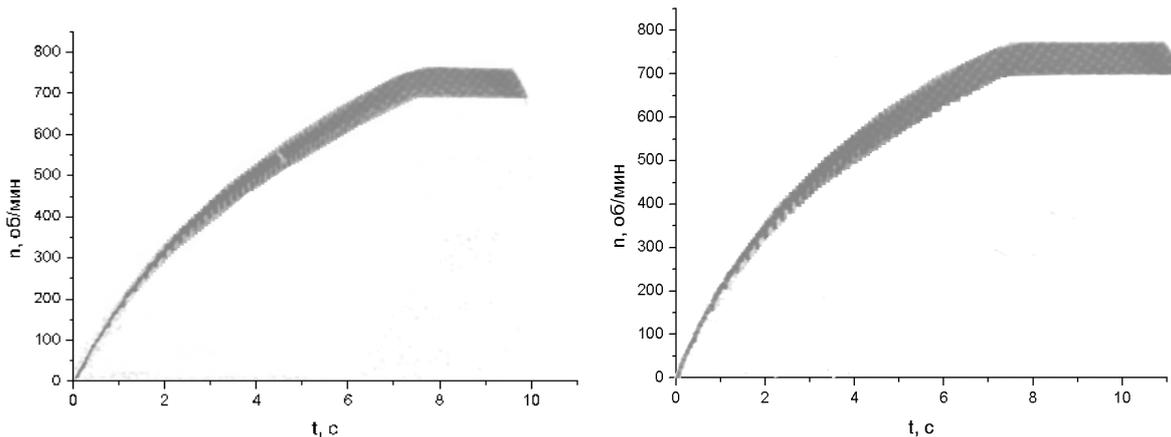


Рисунок 5 – Осциллограммы скорости при пуске двигателя

ских машинах переменного тока в тех случаях, когда использование ИС целесообразно с технической и экономической точек зрения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власов В.Г. Взрывозащищенный тиристорный электропривод переменного тока / Власов В.Г., Иванов В.Л., Тимофеева Л.И. – М.: Энергия, 1977. – 160с.
2. Качура О.В. Індукційні реостати з покращеними масогабаритними показниками для асинхронних двигунів з фазним ротором: монографія / Качура О.В., Количев С.В., С'янов О.М. – Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2011. – 209с.
3. Качура О.В. Дослідження асинхронних двигунів з нелінійними елементами у колі фазного ротора / Качура О.В., Кулик М.В., С'янов О.М. // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. Тематичний випуск “Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія й практика”. – Кременчук. – 2012. – Випуск 3/2012(19). – С.408-411.
4. Качура А.В. Проектирование электроприводов на основе совместного анализа цепевых и полевых моделей / Качура А.В., Колычев С.В., Сьянов А.М. // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – Кременчук: КДПУ. – 2006. – Вип. 3/2006(38)41. – С.17-19.

Поступила в редколлегию 05.09.2016.

УДК 621.314

БОМБИК В.С., асистент

Вінницький національний технічний університет

АНАЛІТИЧНА МОДЕЛЬ МРРТ-ФУНКЦІЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ІНВЕРТОРОМ НАПРУГИ СОНЯЧНОЇ ЕЛЕКТРОСТАНЦІЇ

Вступ. В теперішній час для досягнення необхідних параметрів якості електроенергії все частіше застосовуються мережеві багаторівневі інвертори напруги (МБІН) [1]. Зокрема такі інвертори є невід'ємною частиною сонячних електростанцій [2, 3]. Для ефективного керування таким інвертором виникає необхідність узгодження його режимів роботи з мережею для відслідковування точки відбору максимальної потужності сонячним модулем, де поздовжня та поперечна складові струму багаторівневого інвертора будуть забезпечувати напругу та потужність, яка зі сторони входу інвертора зніматиметься із сонячного модуля, а зі сторони виходу буде віддаватись в мережу.

Однією з проблем сонячних електростанцій є те, що електроенергія, яка виробляється сонячним модулем має нестабільні показники, оскільки останні залежать від ряду

факторів таких як температура навколишнього середовища, рівень освітленості та інші [4], а це в свою чергу повинно враховуватись системою керування інвертором для правильного вибору його режиму роботи. Тому для підвищення ефективності роботи інвертора застосовуються різні алгоритми для визначення точки відбору максимальної потужності сонячним модулем (*maximum power point tracking (MPPT)*) [5-8]. Відслідковування точки відбору максимальної потужності – це спосіб, який використовується для отримання максимальної потужності на виході сонячного модуля. Для MPPT використовуються цифрові пристрої, які аналізують вольт-амперну характеристику для визначення режиму роботи сонячного модуля. Пристрій для MPPT вимірює вихідні характеристики сонячного модуля, задаючи параметри і обчислює таке значення опору (навантаження), яке необхідне для отримання максимальної потужності в даних погодних умовах. Тому MPPT реалізовано в більшості алгоритмів керування МБІН для відновлювальних джерел електроенергії.

Постановка задачі. Однак підхід до обчислення MPPT різних виробників та конструкцій інверторів фотоелектростанцій відрізняється [9-11], відповідно, відрізняється і їх ефективність, що потребує додаткового дослідження. Крім того, визначення функції вольт-амперної характеристики (ВАХ) сонячного модуля в більшості випадків формуються за допомогою бази даних або нечіткої логіки при параметрах, які не внесені до баз даних, що суттєво уповільнює процес визначення допустимого навантаження, адже на систему керування інвертора крім задачі визначення точки відбору максимальної потужності сонячним модулем покладені і решта задач (діагностика, спряження з мережею, векторне ШІМ-керування вихідними ключами і т.д.), тому доцільно виконати математичний аналіз даних ВАХ сонячних модулів з метою формування уніфікованої функції, яка буде включена в структуру коду системи керування і дозволить використовувати її аргументи в режимі реального часу замість звернення до баз даних та формування нечіткого логічного висновку тощо.

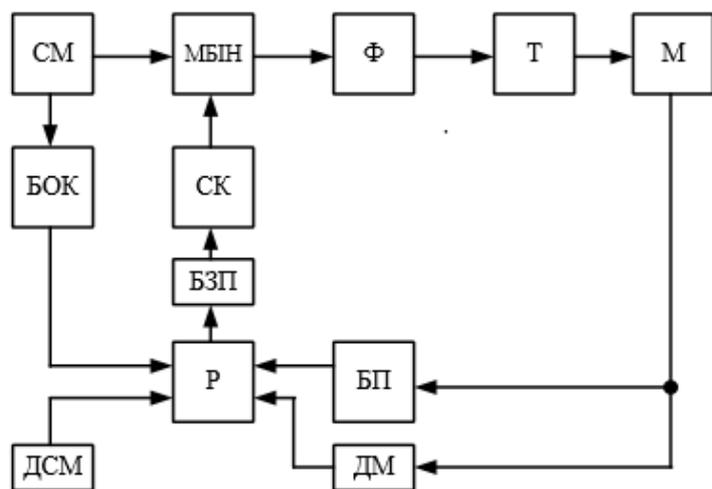


Рисунок 1 – Структурна схема системи керування мережним багаторівневим інвертором напруги

блок перетворення з abc в dq систему координат; БЗП – блок зворотного перетворення з системи dq в abc; СК – система комутації.

Блок перетворення трифазної системи струмів “a-b-c” до ортогональної “d-q”, описується системою рівнянь:

Результати роботи.

Для створення мікропроцесорного пристрою системи керування мережним багаторівневим інвертором напруги (рис.1) можна використати модель, яка описана рівняннями (1)-(4).

На рис.1: СМ – сонячний модуль; МБІН – мережний багаторівневий інвертор напруги; Ф – фільтр; Т – трансформатор; М – мережа; БОК – блок обчислення квазіекстремуму; ДСМ – датчики сонячного модуля; Р – регулятори; ДМ – датчики мережі; БП –

$$\begin{cases} I_d = \frac{2}{3} \left(i_a \cdot \cos \theta + i_b \cdot \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cdot \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right) \\ I_q = \frac{2}{3} \left(i_a \cdot \sin \theta + i_b \cdot \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cdot \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right) \end{cases}, \quad (1)$$

де θ – кут електромагнітного навантаження інвертора; $\theta = \int_0^{\pi} \Delta f dt$. (2)

i_a, i_b, i_c – струми у відповідних фазах мережі.

Блок зворотного перетворення ортогональної системи обчислених оптимальних значень струмів I_{rd} та I_{rq} до трифазної системи напруг керування плечами моста інвертора $U_{ra} - U_{rb} - U_{rc}$ працює відповідно до системи

$$\begin{cases} U_{ra} = I_{rd} \cdot \sin \theta + I_{rq} \cdot \cos \theta, \\ U_{rb} = \frac{1}{2} \cdot \left((\sqrt{3} \cdot \sin \theta - \cos \theta) I_{rq} - (\sin \theta + \sqrt{3} \cdot \cos \theta) I_{rd} \right), \\ U_{rc} = -U_{ra} - U_{rb}. \end{cases} \quad (3)$$

Регулятори описуються системою рівнянь:

$$\begin{cases} I_{q, \text{зад}} = k_p \cdot k_{\text{в.осв}} \cdot P_{\text{осв}} + k_p \cdot P_{\text{зад}} + k_u \cdot U_{\text{DC}} - k_i \cdot I_{\text{DC}}, \\ U_{rq} = k_{pq} \cdot \left(k_{rq, \text{під}} \cdot (I_{q, \text{зад}} - I_q) + \frac{1}{T_{iq}} \cdot \int_0^t (I_{q, \text{зад}} - I_q) dt + T_{dq} \cdot \frac{d(I_{q, \text{зад}} - I_q)}{dt} \right) \\ I_{d, \text{зад}} = k_{pi} \cdot \left(U_{\text{зад}} + U_{\text{DC}} \cdot k_{\text{DC, під}} - U_s \cdot k_{s, \text{під}} \cdot \left(\frac{T}{T_{\text{ref}}} \right)^2 \right), \\ U_{rd} = k_{pd} \cdot \left(k_{rd, \text{під}} \cdot (I_{d, \text{зад}} - I_d) + \frac{1}{T_{id}} \cdot \int_0^t (I_{d, \text{зад}} - I_d) dt + T_{dd} \cdot \frac{d(I_{d, \text{зад}} - I_d)}{dt} \right) \end{cases}, \quad (4)$$

де k_{pd} та k_{pq} – коефіцієнти підсилення регуляторів поздовжньої та поперечної складових струму інвертора відповідно; T_{id} та T_{iq} – постійні часу інтегрування регуляторів; T_{dd} – стала часу диференціювання каналу регулювання I_d ; U_{rd} та U_{rq} – вихідні сигнали регуляторів поздовжньої та поперечної складових струму інвертора; k_p – коефіцієнт з розмірністю провідності для приведення потужності до відповідного значення струму; $k_{\text{в.осв}}$ – ваговий коефіцієнт підсилення значення потужності, що поступає на датчик освітлення; $P_{\text{зад}}$ – задане значення потужності сонячного модуля; k_u – коефіцієнт з розмірністю провідності для приведення напруги в каналі завдання регулятора до відповідного значення струму на вході вимірювального органу регулятора; U_{DC} – напруга на виході датчика напруги сонячного модуля; k_i – коефіцієнт нахилу регульовальної характеристики; I_{DC} – значення струму яке поступає на БОК з виходу датчика струму; $k_{rq, \text{під}}$ – коефіцієнт підсилення П-складової вихідної напруги U_{rq} ; k_{pi} – коефіцієнт приведення сигналу напруги до струму; $U_{\text{зад}}$ – задане значення напруги, яке повинен підтримувати сонячний модуль; $k_{\text{DC, під}}$ – коефіцієнт підсилення напруги з виходу датчика напруги; U_s – середнє значення напруги мережі; $k_{s, \text{під}}$ – коефіцієнт підсилення значення напруги мережі; $k_{rd, \text{під}}$ – коефіцієнт підсилення П-складової напруги U_{rd} ; T – значення температури сонячної батареї; T_{ref} – різниця температур між соняч-

ною батареєю та навколишнім середовищем.

Однак також необхідно закласти в дану модель функцію, яка б описувала блок визначення точки еквзіекстремуму. Але, як правило, графік залежності потужності, яку може видати сонячний модуль на мережевий інвертор при роботі із фактичною вихідною напругою, можна побудувати тільки за статистичними даними. Тому задачами роботи, які необхідні для досягнення мети, є знаходження адекватних аналітичних моделей за заданими статистичними даними за допомогою чисельних методів аналізу даних.

Статистичні дані, які були отримані при моделюванні:

$$m = \begin{pmatrix} 0 & 50 & 100 & 150 & 200 & 250 & 300 & 350 & 400 & 403 \\ 0 & 177.5 & 350 & 562.5 & 750 & 937.5 & 1115 & 1095 & 100 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Перший рядок матриці відповідає значенням вихідної напруги сонячного модуля, а другий – значенням потужності. Статистичні дані, які характеризують залежність потужності, яку може видати сонячний модуль на мережевий інвертор при роботі із фактичною вихідною напругою, графічно представлені на рис.2.

Для апроксимації статистичних даних використаємо рівняння логарифмічної, показникової, кубічної та поліноміальної регресії, перевіримо їх адекватність та порівняємо їх між собою.

Знайдемо середні значення потужності та напруги:

$$x_c = \frac{\sum_{i=0}^n x_i}{n}, \quad (6)$$

$$y_c = \frac{\sum_{i=0}^n y_i}{n}, \quad (7)$$

де x_i та y_i – i -ті значення напруги та потужності матриці m ;

n – кількість статистичних значень.

Знайдемо значення дисперсій:

$$D_x = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (x_i - x_c)^2}{n}, \quad (8)$$

$$D_y = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (y_i - y_c)^2}{n}. \quad (9)$$

Середньоквадратичні відхилення:

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}, \quad (10)$$

$$\sigma_y = \sqrt{D_y}. \quad (11)$$

Для статистичних даних знайдені значення виразів (6)-(11) зведено в табл.1.

Таблиця 1 – Середні значення дисперсій та середньоквадратичних відхилень для вихідних статистичних даних

x_c	y_c	D_x	D_y	σ_x	σ_y
220,3	508,73	118710	177600	136,78	421,403

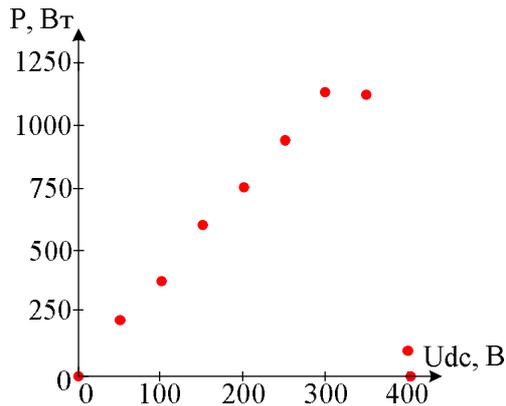


Рисунок 2 – Розкид статистичних даних, отриманих при моделюванні

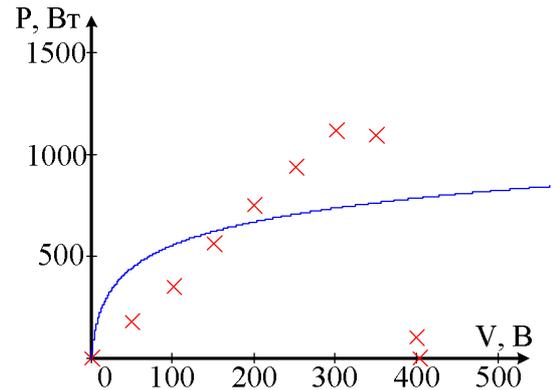


Рисунок 3 – Залежність потужності від напруги, яка описується логарифмічною регресійною моделлю

Рівняння логарифмічної регресійної моделі має вигляд:

$$y(x) = A_0 + A_1 \ln x. \quad (12)$$

де A_0, A_1 – коефіцієнти логарифмічного рівняння регресії.

Визначимо коефіцієнти логарифмічної регресії:

$$A_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n (Y_i \ln X_i) - \sum_{i=1}^n \ln X_i \cdot \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n \ln^2 X_i - \left(\sum_{i=1}^n \ln X_i \right)^2} = 79,04, \quad (13)$$

$$A_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i - \frac{b}{n} \sum_{i=1}^n \ln X_i = 148,38. \quad (14)$$

Тоді логарифмічна регресійна модель буде мати вигляд:

$$y(x) = 148,38 + 79,04 \ln x. \quad (15)$$

Побудуємо в одній системі координат залежності потужності від напруги, отримані за статистичними даними та за допомогою логарифмічної регресійної моделі (рис.3).

Рівняння показникової регресійної моделі має вигляд:

$$y(x) = A_0 \cdot A_1^x. \quad (16)$$

де A_0, A_1 – коефіцієнти показникової рівняння регресії.

Визначимо коефіцієнти показникової регресії:

$$A_1 = \exp \left(\frac{n \sum_{i=1}^n (Y_i \ln X_i) - \sum_{i=1}^n \ln X_i \cdot \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n \ln^2 X_i - \left(\sum_{i=1}^n \ln X_i \right)^2} \right) = 1, \quad (17)$$

$$A_0 = \exp \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln Y_i - \frac{\ln b}{n} \sum_{i=1}^n X_i \right) = 54,23. \quad (18)$$

Тоді логарифмічна регресійна модель буде мати вигляд:

$$y(x) = 54,23 \cdot 1^x. \quad (19)$$

Побудуємо в одній системі координат залежності потужності від напруги, отримані за статистичними даними та за допомогою показникової регресійної моделі (рис.4).

Рівняння кубічної регресійної моделі має вигляд:

$$y(x) = A_0 x^3 + A_1 x^2 + A_2 x + A_3. \quad (20)$$

де A_0, A_1, A_2, A_3 – коефіцієнти квадратичного рівняння регресії.

Задамо початкові умови рівняння для визначення коефіцієнтів кубічної регресії:

$$A_0 = 1; A_1 = 1; A_2 = 1; A_3 = 1.$$

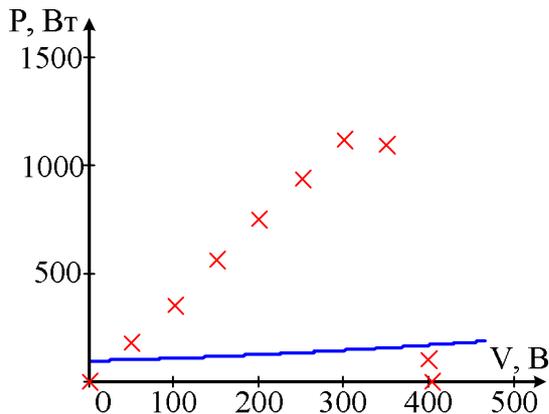


Рисунок 4 – Залежність потужності від напруги, яка описується показниковою регресійною моделлю

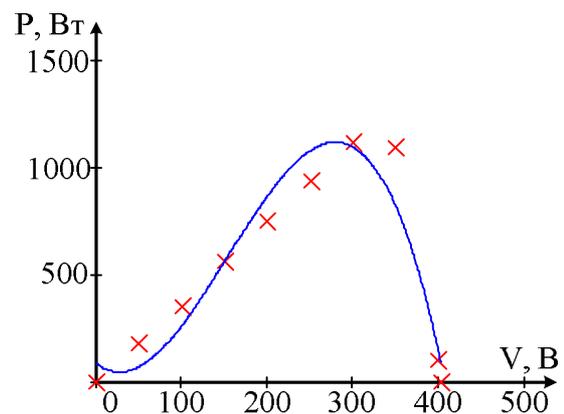


Рисунок 5 – Залежність потужності від напруги, яка описується кубічною регресійною моделлю

За допомогою методу найменших квадратів (МНК) [12] складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} A_1 \sum_{i=1}^n (x_i)^3 + A_2 \sum_{i=1}^n (x_i)^2 + A_3 \sum_{i=1}^n x_i + n \cdot A_4 = \sum_{i=1}^n y_i, \\ A_1 \sum_{i=1}^n (x_i)^4 + A_2 \sum_{i=1}^n (x_i)^3 + A_3 \sum_{i=1}^n (x_i)^2 + A_4 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n (x_i y_i), \\ A_1 \sum_{i=1}^n (x_i)^5 + A_2 \sum_{i=1}^n (x_i)^4 + A_3 \sum_{i=1}^n (x_i)^3 + A_4 \sum_{i=1}^n (x_i)^2 = \sum_{i=1}^n ((x_i)^2 y_i), \\ A_1 \sum_{i=1}^n (x_i)^6 + A_2 \sum_{i=1}^n (x_i)^5 + A_3 \sum_{i=1}^n (x_i)^4 + A_4 \sum_{i=1}^n (x_i)^3 = \sum_{i=1}^n ((x_i)^3 y_i) \end{cases} \quad (21)$$

Розв'язавши систему рівнянь, отримуємо значення коефіцієнтів регресії:

$$A_0 = -1,335 \cdot 10^{-4}; A_1 = 0,061; A_2 = -3,033; A_3 = 86,38.$$

Тоді, квадратична регресійна модель буде мати вигляд:

$$y(x) = -1,335 \cdot 10^{-4} x^3 + 0,061 x^2 - 3,033 x + 86,38. \quad (22)$$

Побудуємо в одній системі координат залежності потужності від напруги, отримані за статистичними даними та за допомогою кубічної регресійної моделі (рис.5).

Знайдемо аналітичний опис статистичних даних за допомогою поліноміальної функції. Задамо кількість членів регресії $b=5$.

Задамо початкові умови рівняння для визначення коефіцієнтів поліноміальної регресії:

$$A_0 = 1; A_1 = 1; A_2 = 1; A_3 = 1; A_4 = 1; A_5 = 1.$$

Рівномірний розподіл даних між рівняннями:

$$s = \frac{n}{b} \approx 2. \quad (23)$$

Складемо систему рівнянь для визначення коефіцієнтів регресії:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^s P_i = A_0 + A_1 \cdot \sum_{i=1}^s V_i + A_2 \cdot \sum_{i=1}^s (V_i)^2 + A_3 \cdot \sum_{i=1}^s (V_i)^3 + A_4 \cdot \sum_{i=1}^s (V_i)^4 + A_5 \cdot \sum_{i=1}^s (V_i)^5, \\ \sum_{i=s+1}^{2s} P_i = A_0 + A_1 \cdot \sum_{i=s+1}^{2s} V_i + A_2 \cdot \sum_{i=s+1}^{2s} (V_i)^2 + A_3 \cdot \sum_{i=s+1}^{2s} (V_i)^3 + A_4 \cdot \sum_{i=s+1}^{2s} (V_i)^4 + A_5 \cdot \sum_{i=s+1}^{2s} (V_i)^5, \\ \sum_{i=2s+1}^{3s} P_i = A_0 + A_1 \cdot \sum_{i=2s+1}^{3s} V_i + A_2 \cdot \sum_{i=2s+1}^{3s} (V_i)^2 + A_3 \cdot \sum_{i=2s+1}^{3s} (V_i)^3 + A_4 \cdot \sum_{i=2s+1}^{3s} (V_i)^4 + A_5 \cdot \sum_{i=2s+1}^{3s} (V_i)^5, \\ \sum_{i=3s+1}^{4s} P_i = A_0 + A_1 \cdot \sum_{i=3s+1}^{4s} V_i + A_2 \cdot \sum_{i=3s+1}^{4s} (V_i)^2 + A_3 \cdot \sum_{i=3s+1}^{4s} (V_i)^3 + A_4 \cdot \sum_{i=3s+1}^{4s} (V_i)^4 + A_5 \cdot \sum_{i=3s+1}^{4s} (V_i)^5, \\ \sum_{i=4s+1}^n P_i = A_0 + A_1 \cdot \sum_{i=4s+1}^n V_i + A_2 \cdot \sum_{i=4s+1}^n (V_i)^2 + A_3 \cdot \sum_{i=4s+1}^n (V_i)^3 + A_4 \cdot \sum_{i=4s+1}^n (V_i)^4 + A_5 \cdot \sum_{i=4s+1}^n (V_i)^5. \end{cases} \quad (24)$$

Розв'язавши систему рівнянь, отримуємо значення коефіцієнтів регресії:

$$A_0 = 1; A_1 = 2,34; A_2 = 0,04; A_3 = -4,21 \cdot 10^{-4}; A_4 = 1,76 \cdot 10^{-6}; A_5 = -2,41 \cdot 10^{-9}.$$

Тоді поліноміальна регресійна модель буде мати вигляд:

$$y(x) = 1 + 2,34x + 0,04x^2 - 4,21 \cdot 10^{-4}x^3 + 1,76 \cdot 10^{-6}x^4 - 2,41 \cdot 10^{-9}x^5. \quad (25)$$

Побудуємо в одній системі координат залежності потужності від напруги, отримані за статистичними даними та за допомогою поліноміальної регресійної моделі (рис.6).

Для перевірки отриманих регресійних моделей, за допомогою яких здійснено

апроксимацію статистичних даних, знайдемо індекс кореляції та перевіримо за критерієм Фішера кожну із функцій (15), (19), (22) та (25).

Індекс кореляції описується співвідношенням

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y(i))^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - y_c)^2}}. \quad (26)$$

Для перевірки адекватності регресійної поліноміальної функції скористаємось критерієм Фішера [13]. Табличне значення

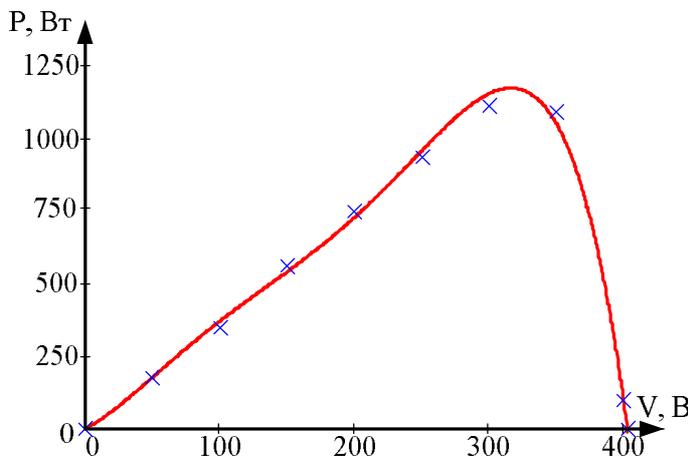


Рисунок 6 – Графіки залежності потужності від вихідної напруги, отримані за статистичними даними та за допомогою поліноміальної функції

визначається:

$$F_{\text{табл}} = F(\alpha, k_1, k_2). \quad (27)$$

де α – рівень значимості ($\alpha = 0,05$);

k_1, k_2 – ступені свободи.

$$k_1 = N, \quad (28)$$

де N – кількість параметрів біля змінних рівняння регресії.

$$k_2 = N - n - 1. \quad (29)$$

Фактичне значення критерію Фішера:

$$F_{\text{факт}} = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{k_1}{k_2} = \frac{\max(D_a, D_y)}{\min(D_a, D_y)}, \quad (30)$$

де D_a – дисперсія адекватності:

$$D_a = \frac{1}{n - b} \sum_{i=1}^n ((y_c - y(i))^2). \quad (31)$$

Для порівняння аналітичних моделей за заданими статистичними даними зведено оброблені значення індексів кореляції, фактичного та табличного значень критерію Фішера в табл.2.

Таблиця 2 – Значення коефіцієнта кореляції, ступенів свободи, фактичного та табличного значень по критерію Фішера

Функція	R	k_1	k_2	$K_{\text{табл}}$	$K_{\text{факт}}$
$y(x) = 148,38 + 79,04 \ln x$	0,45	1	8	5,32	1,98
$y(x) = 54,23 \cdot 1^x$	-	1	8	5,32	-3,91
$y(x) = -1,335 \cdot 10^{-4} x^3 + 0,061 x^2 - 3,033 x + 86,38$	0,958	3	6	4,76	22,124
$y(x) = 1 + 2,34 x + 0,04 x^2 - 4,21 \cdot 10^{-4} x^3 + 1,76 \cdot 10^{-6} x^4 - 2,41 \cdot 10^{-9} x^5$	0,999	5	4	6,26	3,646

Як видно із табл.2, найгірше описує статистичні дані показникова функція, оскільки індекс кореляції у неї менший нуля, що свідчить про те, що дана модель неадекватно описує статистичні дані. Логарифмічна функція також не підходить для аналітичного опису статистичних даних, оскільки її індекс кореляції 0,45. Функція, яка описується кубічною регресією, також не підходить для адекватного опису статистичних даних, оскільки вона не задовольняє умові критерію Фішера ($K_{\text{табл}} > K_{\text{факт}}$). Найкращою виявилась функція, яка описується поліноміальною регресійною моделлю п'ятого порядку ($K_{\text{табл}} > K_{\text{факт}}$, тобто модель є адекватною, $R = 0,999$ – що майже ідеально описує статистичні дані), однак її недоліком є чутливість.

Висновки. Було здійснено апроксимацію статистичних даних за допомогою функцій, які описуються квадратичною, кубічною та поліноміальною регресіями. Побудовано графіки залежності потужності від вихідної напруги за допомогою цих функцій, здійснено їх порівняння. Визначено індекси кореляції та перевірено адекватність кожної моделі за критерієм Фішера. Встановлено, що для адекватного опису статистичних даних найкраще підходить поліноміальна функція п'ятого порядку.

ЛІТЕРАТУРА

1. Corzine K.A. Operation and design of multilevel inverters / K.A. Corzine // University of Missouri: Rolla, 2005. – 79p.

2. Gupta A. Grid integrated solar photovoltaic system using multilevel inverter / A.Gupta, P.Gang // International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering. – 2013. – Vol. 2, Issue 8. – P.3952-3960.
3. A three-phase three-level npc inverter based grid-connected photovoltaic system with active power filtering / S.Sezen, A.Aktas, M.Ucar, E.Ozdemir // 16th International Power Electronics and Motion Control Conference and Exposition. – 2014. – Vol.16. – P.1572-1576.
4. Optimization of perturb and observe maximum power point tracking method. IEEE transactions on power electronics / N.Femia, G.Petrone, G.Spagnuolo, M.Vitelli. – 2005. – Vol. 20, No. 4. – P.963-973.
5. Babaa S.E. Overview of Maximum Power Point Tracking Control Methods for PV Systems / S.E.Babaa, M.Armstrong, V.Pickert // Journal of Power and Energy Engineering. – 2014. – № 2. – P.59-72.
6. Review of the Maximum Power Point Tracking Algorithms for Stand-Alone Photovoltaic Systems / V.Salas, E.Olias, A.Barrado, A.Lazaro // Solar Energy Materials and Solar Cells, 90. – P.1555-1578.
7. Zainudin H.N. Comparison study of maximum power point tracker techniques for PV systems / H.N.Zainudin, S.Mekhilef // Proceedings of the 14 th International Middle East Power Systems Conference (MEPCON'10). – 2010. – P.750-755.
8. Evaluation of maximum power point tracking methods for grid connected photovoltaic systems / G.M.S.Azevedo, M.C.Cavalcanti, K.C.Oliveira, F.A.S.Neves, Z.D.Lins // IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference. – 2008 – P.1456-1462. Ref.:https://www.researchgate.net/publication/224323740_Evaluation_of_Maximum_Power_Point_Tracking_Methods_for_Grid_Connected_Photovoltaic_Systems
9. Tey K.S. Modified incremental conductance MPPT algorithm to mitigate inaccurate responses under fast-changing solar irradiation level / K.S.Tey, S.Mekhilef // Solar Energy. 2014 – P.333–342. Ref.: <http://dx.doi.org/10.1016/j.solener.2014.01.003>
10. Gomathy S. Design and implementation of Maximum Power Point Tracking (MPPT) algorithm for a standalone PV system / S.Gomathy, S.Saravanan, S.Thangavel // Elixir Electrical Engineering. – 2012. – P.11110-11114. Ref.: <http://www.elixirpublishers.com>
11. Kumar K.K. Implementation of MPPT algorithm for solar photovoltaic cell by comparing short-circuit method and incremental conductance method / K.K.Kumar, R.Bhaskar, H.Koti // The 7th International Conference Interdisciplinarity in Engineering. Procedia Technology. – 2014. – No. 12. – P.705-715.
12. Мокін Б.І. Математичні методи ідентифікації електромеханічних процесів: навч. посіб. / Б.І.Мокін., В.Б.Мокін, О.Б.Мокін // Вінниця: УНІВЕРСУМ, 2005. – 300с.
13. Руденко В.М. Математична статистика: навч. посіб. / В.М.Руденко. – К.: Центр учбової літератури, 2012. – 304с.

Надійшла до редколегії 07.11.2016.