

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Дніпровський державний технічний університет
(ДДТУ)

К. С. КРАСНІКОВ
С. Є. САМОХВАЛОВ
В. П. ПІПТЮК

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
КОВШОВОГО ДОВЕДЕННЯ РОЗПЛАВУ
ДРОТОМ І КУСКОВИМ МАТЕРІАЛОМ**

Монографія

Кам'янське
«ДДТУ»
2017

УДК 519.6:[531.3+536.2+532.5]:669.1

ББК в6:34.327

К78

Рецензенти:

О. І. Михальов — д.т.н., проф., завідувач кафедри інформаційних технологій і систем Національної металургійної академії України;

О. А. Рядно — д.т.н., проф., професор кафедри прикладної математики та інформатики Університету митної справи та фінансів

Рекомендовано до друку вченою радою Дніпровського державного технічного університету (протокол № 2 від 23.02.2017 р.)

Красніков К. С.

К78 Математичне моделювання ковшового доведення розплаву дротом і кусковим матеріалом : монографія / К. С. Красніков, С. Є. Самохвалов, В. П. Піптюк. — Кам'янське : ДДТУ, 2017. — 120 с.

ISBN 978-966-175-149-0

Монографію присвячено побудові математичних моделей теплофізичних процесів у ковші, які враховують рух і плавлення дроту та гранули, гідродинаміку розплаву з перемішуванням домішки під час його продування аргоном. Застосовано рівняння Лагранжа другого роду, рівняння теплопровідності і рівняння Нав'є-Стокса, які розв'язуються чисельними методами, зокрема методом кінцевих різниць і методом розщеплення за фізичними факторами.

Взаємозв'язок задач руху твердих тіл (у тривимірній постановці), теплообміну всередині тіл (у одно- і двовимірній постановці), гідродинаміки багатофазного середовища (у тривимірній постановці), а також велика кількість технологічних параметрів для налаштування математичної моделі дозволяють різносторонньо розглядати і оцінювати розвиток процесу у часі, що є важливим для пошуку раціональних режимів означеного металургійного процесу.

Для наукових та інженерно-технічних працівників, викладачів, аспірантів і студентів технічних ВНЗ.

УДК 519.6:[531.3+536.2+532.5]:669.1

ISBN 978-966-175-149-0

ББК в6:34.327

© К. С. Красніков, С. Є. Самохвалов,

В. П. Піптюк, 2017

© ДДТУ, 2017

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ.....	4
ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД ВІТЧИЗНЯНИХ І ЗАКОРДОННИХ ДЖЕРЕЛ.....	7
1.1. Рух порошкового дроту.....	7
1.2. Плавлення дроту у розплаві.....	9
1.3. Гідродинаміка розплаву сталі.....	11
1.4. Рух гранули в розплаві.....	12
1.5. Плавлення гранули.....	13
1.6. Висновки.....	15
РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ ДРОТУ У РОЗПЛАВІ.....	16
2.1. Перелік використаних наближень.....	16
2.2. Загальний опис кінематики і динаміки дроту.....	17
2.3. Врахування напружень згинання і кручення дроту.....	21
2.4. Врахування дії дна і стінки ковша на рух дроту.....	27
2.5. Врахування гідродинамічного опору з боку розплаву.....	29
2.6. Вибір узагальнених координат і отримання рівнянь руху.....	30
2.7. Чисельні результати.....	59
2.8. Висновки.....	66
РОЗДІЛ 3 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПЛАВЛЕННЯ ПОРОШКОВОГО ДРОТУ І ПОДАЛЬШОГО УСЕРЕДНЕННЯ ПОРОШКУ У РОЗПЛАВІ.....	68
3.1. Плавлення дроту.....	68
3.2. Задача руху розплаву з усередненням порошку.....	72
3.3. Чисельні дослідження.....	88
3.4. Висновки.....	92
РОЗДІЛ 4 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАСВОЄННЯ ДОМІШКИ У РОЗПЛАВІ.....	93
4.1. Несиметричне плавлення кускової домішки.....	93
4.2. Дифузійне розчинення надтугоплавкого матеріалу.....	100
4.3. Рух кускової домішки у розплаві.....	101
4.4. Перевірка результатів моделювання.....	106
4.5. Висновки.....	110
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....	111
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	113

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ

- t — вісь часу
 Δt — крок за часом
 \vec{r}_k — радіус вектор k -го стрижня
 $\vec{\tau}_k$ — одиничний вектор, який визначає напрямок k -го стрижня
 \vec{n}_k — один. вектор, який визначає орієнтацію k -го стрижня навколо $\vec{\tau}_k$
 κ_k — коефіцієнт пружності згинання у з'єднанні k -го і $(k-1)$ -го стрижней
 χ_k — коефіцієнт пружності кручення у з'єднанні k -го і $(k-1)$ -го стрижней
 θ_k — зенітний кут k -го стрижня для визначення вектора $\vec{\tau}_k$
 φ_k — азимутальний кут k -го стрижня для визначення вектора $\vec{\tau}_k$
 ψ_k — азимутальний кут φ_k^n k -го стрижня для визначення вектора \vec{n}_k
 T — поле температури всередині дроту або гранули
 \vec{u} — поле швидкості розплаву
 p — поле тиску
 a — поле газовмісту
 c — поле концентрації домішки
 v — кінематична в'язкість
 γ — кут нахилу стінки ковша (конусність)
 ∇ — оператор градієнта
 $\nabla \cdot$ — оператор розбіжності
 $\nabla \times$ — оператор ротору
 ∇^2 — оператор Лапласа

ВСТУП

Обробка сталі в агрегатах ківш—піч отримала широке розповсюдження у світі (за період 2000—2013 років об'єм обробленої у ковші сталі збільшився у 7 раз) завдяки різноманітним можливостям по досягненню високих показників якості готової продукції. Металургійна промисловість України використовує, крім інших, такі технології позапічної обробки сталі (далі процеси), як введення порошкового дроту (більше половини обробок) та кускового матеріалу (гранули) у металевий розплав. Поширення технологій обробки сталі на підприємствах металургійної промисловості зумовлює конкуренцію і пошук ефективних технологічних умов для зменшення собівартості та підвищення конкурентоспроможності продукції. Визначення раціональних технологічних параметрів у промислових і лабораторних експериментах є коштовним і потребує спеціального обладнання, а також має обмеження через високу температуру розплаву, його непрозорість. Складність пошуку ефективних режимів процесів обумовлена також великою кількістю технологічних параметрів.

На допомогу вчені (М. І. Нікітенко, Ф. В. Недопьокін, В. В. Білоусов, І. О. Павлюченков, Е. А. Чичкарев та ін.) залучають математичні моделі означених процесів для чисельних дослідів на комп'ютері. Чисельні експерименти на математичних моделях значно дешевші за фізичне моделювання, можуть враховувати велику кількість параметрів, через розвиненість математичної фізики здатні достатньо точно розкривати перебіг подій у реальному промисловому процесі і завдяки розвитку обчислювальної техніки широко використовуються у наш час.

Враховуючи вищезазначене, можна зробити висновок про актуальність розробки математичних моделей вищезазначених процесів і дослідження чисельних результатів їх роботи, що дозволить одержати інструмент пошуку раціональних режимів доведення сталі порошковим дротом та гранулою у сталерозливному ковші під час продування інертним газом.

Монографію підготовлено на основі дисертації, захищеної К. С. Красніковим під керівництвом С. Є. Самохвалова. У постановці задач, як технолог, приймав участь В. П. Піптюк.

Послідовність етапів дослідження:

1) Виконання огляду літератури з метою пошуку існуючих математичних моделей і розв'язків задач по темі, виявити недоліки в них.

2) Розв'язання задачі руху порошкового дроту у тривимірній постановці з урахуванням: внутрішніх напружень скруту та згину; нахилу ковша; гідродинамічного опору розплаву; зміни коефіцієнту пружності під впливом температури.

3) Розв'язання задачі теплообміну в одновимірній постановці з урахуванням намерзання корки розплаву на поверхні порошкового дроту та швидкості дроту відносно розплаву.

4) Розв'язання задачі гідродинаміки розплаву у тривимірній постановці з урахуванням перемішування домішки у розплаві і продування його аргоном.

5) Розв'язання задачі руху гранули у тривимірній постановці з урахуванням гідродинамічного опору розплаву.

6) Розв'язання задачі несиметричного плавлення гранули на межі поділу фаз шлак-сталь у двовимірній постановці з урахуванням намерзання корки розплавів і дифузійного розчинення гранули.

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД ВІТЧИЗНЯНИХ І ЗАКОРДОННИХ ДЖЕРЕЛ

У поточному розділі проведено огляд літературних джерел з метою пошуку недоліків і переваг в існуючих математичних моделях.

У роботі [1] надано загальну схему агрегатів ківш-піч для доведення дротом та гранулою, складовими якої є: трайб-апарат для введення дроту; воронка подачі кускових матеріалів; шар розплаву шлаку; розплав сталі під час продування; фурма продування; стінки й дно ковшу; направляюча труба.

1.1. Рух порошкового дроту

Моделювання руху порошкового дроту має багаторічну історію і свій розвиток. У роботі [2] автор розділив процес занурення дроту на два етапи, на яких по різному визначається зміна кута дроту для моделі: середня температура оболонки є нижчою ніж $1200\text{ }^{\circ}\text{C}$ — сила пружності дроту протидіє деформаціям; коли температура оболонки стає більшою ніж $1200\text{ }^{\circ}\text{C}$, оболонка стає абсолютно пластичною. Модель дозволяє оцінити відхилення рухомого дроту від вертикальної осі.

У роботах [3] і [4] надано двовимірну постановку задачі, дріт представлено ланцюгом стрижней, наведено рівняння Лагранжа другого роду, узагальненими координатами обрано зенітні кути сферичної системи координат для кожного стрижня, але не надано формули для енергії, сил гідродинамічного опору, координат центрів мас стрижней, виражених через узагальнені координати. Надано інформацію про комп'ютерну реалізацію моделі, результати роботи якої наведено у вигляді рисунків і

таблиць проведених досліджень. Роботи не мають повного математичного опису математичної моделі руху.

У роботі [5] було зроблено спробу побудувати тривимірну математичну модель руху дроту, використовуючи рівняння Лагранжа другого роду: узагальненими координатами обрано кути сферичної системи координат, представлено формулу для визначення сили опору рухові дроту з боку розплаву сталі, надано опис впливу температури матеріалу дроту на його пружність (хоча формули для цієї залежності не показано). Містяться суттєві помилки в визначенні потенційної та кінетичної енергій.

У роботі [6] наведено модель руху, яка дозволяє приблизно оцінити глибину занурення та траєкторію руху дроту з урахуванням плавлення. Модель враховує силу Архімеда, силу тяжіння та швидкість введення дроту, але не враховує сили пружності при згині дроту, сили гідродинамічного опору з боку розплаву, модель більш схожа на модель руху частинки у розплаві (вплив сусідніх ланок не враховано). Використовуючи розрахунки на цій моделі можна отримати наближену двовимірну траєкторію руху.

У роботі [7] наведено детальний опис тривимірної математичної моделі, представлено формули координат центрів мас стрижнів, виражених через кути сферичної системи координат, формули кінетичних, потенційних енергій та сил гідродинамічного опору, показано шлях отримання системи рівнянь руху з урахуванням сил Архімеда, тяжіння, пружності (з урахуванням залишкової деформації), гідродинамічного опору з боку розплаву, а також враховано зміну довжини частини дроту зануреної у розплав. Однак існують неточності у визначенні сили гідродинамічного опору з боку розплаву і в рівняннях руху. Введено обмеження на різниці кутів сусідніх стрижней — вони повинні бути достатньо малими.

Автори роботи [8] пропонують інноваційний метод введення порошкового дроту, при якому дріт при введенні стискається спеціальним пристроєм через деякий визначений інтервал — таким чином потрапляючи у розплав, дріт може розпадатися на частини, що обумовлює врахування вільного руху таких частин.

1.2. Плавлення дроту у розплаві

У роботі [9, с. 180] можна ознайомитися з конструкцією порошкового дроту. Зокрема він має тонку оболонку (0,35—0,4 мм) з низьковуглецевої сталі, замкове з'єднання, ребро жорсткості, які збільшують пружність, а також середню густину дроту. Максимальний діаметр частинок порошку сягає 2,5 мм, а означає, що порошок легко розчиняється або плавиться у розплаві, тому можна вважати, що утворюється одразу розчинена фаза порошку в момент його потрапляння у розплав. У роботі [10] наведено деякі особливості трайб-апарату (подача двох дротів одночасно) та наповнювача порошкового дроту (маса — близько 100 г/метр, усього — близько 300 кг).

Авторами засвідчено [9, с. 204], що при досягненні середньої по перерізу оболонки температури 600 °С дріт починає втрачати пружність і динаміка її поведінки нагадує рух частинки у розплаві. Розраховуючи таким чином траєкторію руху кінця дроту автори вводять значне припущення, бо не враховують динаміку руху всього дроту і різну температуру уздовж дроту, а також застосовують однакове рівняння як для руху кінця дроту (наближено стрижня), так і для розрахунку траєкторії руху частинок наповнювача й часу повного їх розчинення в розплаві.

У [9, с. 207] надано розрахункову товщину корки розплаву, яка становить 1,3 мм, і фактичну товщину після вимірювання —

1,5 мм (при температурі чавуну 1300 °С та 1400 °С і швидкості вводу 3 м/с). Також наведено особливості використання дроту наповненим магнієм, який є летким реагентом для обробки розплаву чавуну [9, с. 208].

Задача плавлення порошкового дроту розв'язувалась закордонними вченими. Наприклад, у роботі [11] представлено математичну модель, у якій враховано, що порошковий дріт спочатку проходить крізь шлаковий шар із появою шлакової кірки, після чого дріт потрапляє до сталевого розплаву, де створюється сталева кірка. Автори наводять фізико-хімічні властивості розплавів шлаку та сталі [11, с. 1160]. Також наведено емпіричну формулу для розрахунку критерію Нуссельта, який враховує швидкість вводу дроту через критерій Рейнольдса. На рисунках показано відповідність результатів моделювання показникам із літературних джерел.

Автор у роботі [2] врахував розрив оболонки дроту під тиском газу всередині, якщо у вигляді наповнювача застосовуються магній, кальцій та ін. Причому розрив відбувається до досягнення ліквідусу оболонки. Наведено формули для розрахунку тиску всередині дроту та опору деформації сталевій кірці разом із кіркою чавуну.

В основу моделі плавлення з рухомими межами фазового переходу в роботі [12] покладено розв'язок задачі Стефана. Отримано формулу для розрахунку коефіцієнта тепловіддачі для турбулентного обтікання дроту. Взаємодію із шаром шлаку не враховано. Наведено залежність засвоєння СК-30 від швидкості вводу дроту різних діаметрів.

У роботі [13, с. 98] надано емпіричне рівняння для знаходження коефіцієнту тепловіддачі у випадках плавлення алюмінієвого дроту та порошкового дроту з наповнювачем. Також представлено таблиці тривалості плавлення порошкового дроту в залежності від швидкості вводу, від наповнювача, температури розплаву, діаметру дроту [13, с. 105].

1.3. Гідродинаміка розплаву сталі

Для уявлення розмірів тіла розплава у просторі ковша скористуємося детальним описом продування металу інертними газами у роботі [14, с. 106]. Донне продування є найпоширеним, хоча можливе використання фурми занурення або подачі газу через стінку ковша [14, с. 113].

Сітковий метод розв'язання задач гідродинаміки розплаву широко використовується. У роботі [13, с. 56] задачу руху розплаву автори зводять до двовимірної, приймаючи, що ківш має циліндричну форму, а струмінь металу падає в центр його дна. Використовується трьохпараметрична модель турбулентності. Наведено огляд полів швидкостей на рисунках. Враховано масоперенесення рідкої фази речовини у розплаві [13, с. 74]. Таким чином модель дозволяє отримати тривалість усереднення домішки в розплаві без врахування стисливості.

У своїй задачі [15, с. 158] автори наводять рівняння руху розплаву і використовують трьохетапний метод Білоцерковського для чисельного розв'язку. Автор дисертаційної роботи [16] також використовує наведену модель.

Автори робіт [17], [18] застосовують декомпозицію Гемгольца векторного поля на дві частини і формулюють задачу на рух розплаву як знаходження соленоїдальної частини поля швидкості, отриманого без урахування поля тиску, що є в результаті аналогом трьохкрокового методу розщеплення Білоцерковського.

Автор роботи [19] детально описує вивід рівняння Нав'є-Стокса, реалізує математичну модель у комп'ютерній програмі і наводить порівняння точності, стійкості і якості різних методів розрахунку даного рівняння, що дає можливість оцінити метод центральних різниць як один з найкращих.

Автори роботи [20] при розв'язанні задачі на рух нестисливої рідини у двовимірній постановці використовують

метод, який ґрунтується на методі розщеплення за фізичними факторами Білоцерковського. Надано результати розв'язку задачі про течію на початковій ділянці у плоскому каналі. Цей метод далі використовується [21] для моделювання поля швидкості в зоні прямокутної каверни. Наведено рисунки полів швидкості.

Автори роботи [1, с. 167] приводять тривимірну задачу гідродинаміки розплаву з урахуванням переносу тепла і газорідинної фази під час продування через дві невісьсиметричні фурми. Задача розв'язується у наближенні вихор-функція току, що збільшує кількість рівнянь, а також не дозволяє враховувати стисливість. Турбулентні ефекти руху розплаву не враховано.

У роботі [22, с. 57] поетапно представлено рівняння для розв'язку задачі тривимірного руху розплаву у циліндричних координатах із урахуванням стисливості, турбулентних явищ. Також представлено аналіз результатів моделювання, використовуючи ілюстрації. У роботі [23] наведено опис математичної моделі гідродинаміки розплаву у циліндричних координатах. У роботах [24] і [25] надано детальну різницеву схему.

1.4. Рух гранули в розплаві

У роботі [13, с. 66] автори побудували модель руху куска домішки (сфери), врахувавши сили тяжіння, Архімеда, гідродинамічного опору з боку розплаву, удар із стінками ковшу, але у двовимірному просторі, що звужує область використання.

Витання мікродомішки у розплаві розглянуто у роботі [22, с. 66]. Задача руху куска феросплаву розв'язано у тривимірній постановці в циліндричній системі координат із врахуванням сил опору та Архімеда.

У роботі [26] пропонується розв'язок двовимірної задачі руху в'язкої нестисливої рідини. Надано чисельні результати

експериментів з обтіканням циліндру та аеродинамічного профілю у вигляді рисунків.

Автор роботи [16] формулює математичну модель траєкторії руху зливку у циліндричних координатах за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду. Модель враховує сили тяжіння, Архімеда, сили опору поступальному та обертальному рухів зливка. Не наведено опису «ефектових захоплень зливку розплавом сталі» [16, с. 10], які враховані третім доданком у дисипативних силах, діючих на зливков.

1.5. Плавлення гранули

У роботах [27],[28] автор пропонує комбінований метод сіток із явним виділенням меж фаз при твердненні зливку, який був використаний у роботі [29]. При всіх перевагах методу його недоліком можна вважати складність розв'язку задач Стефана у багатовимірній постановці через необхідність правильно враховувати рух набору точок, який відповідає межі поділу фаз сталь-шлак.

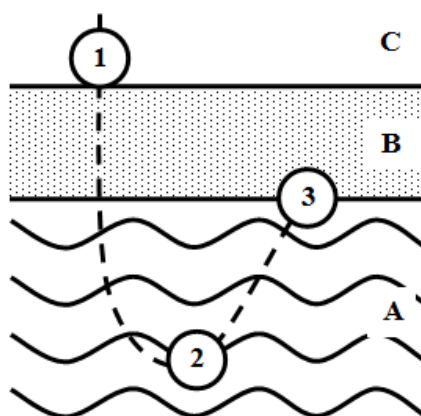


Рис. 1.1. Рух домішки при введенні у розплав.

Зміна граничних умов для задачі плавлення/розчинення гранули.

A — сталь, B — шлак, C — повітря.

У роботі [13, с. 59] металургами надано опис введення куска у ківш із розплавом. Процес плавлення або розчинення домішки у вигляді гранули може відбуватися не тільки всередині розплаву сталі, але й на границі фаз шлак-сталь. У роботі [13, с. 14] представлено модель одновимірного плавлення домішки у середині розплаву сталі, яка не придатна для моделювання плавлення на границі шлак-сталь (на цій границі яскраво виражена несиметричність граничних умов). Наведено розрахунок коефіцієнта масовіддачі для дифузійного розчинення речовини у розплаві сталі, яке відбувається коли температура плавлення речовини є вищою ніж температура розплаву [13, с. 37].

У роботі [30] представлено розв'язок двовимірної задачі плавлення методом скінченних об'ємів із використанням методу Дюзимбера і детальним описом алгоритму розрахунку. Недоліком є нехтування появи кірки розплаву, що зменшує область застосування до речовин з низькою теплопровідністю. Не має кількісних або графічних результатів розрахунків для оцінювання розв'язку задачі.

У роботах [31], [32], [33] і [34] автори використали метод скінченних об'ємів для двовимірної задачі теплопровідності всередині гранули, появу кірки розплаву врахували методом Дюзимбера за допомоги точки, яка рухається в залежності від плавлення або намерзання розплаву. Тобто форму кірки заздалегідь встановлено ідеальним колом, що є досить суттєвим припущенням на межі поділу фаз сталь-шлак, враховуючи несиметричність граничних умов.

У роботі [16] автор наводить одновимірну модель плавлення зливуку циліндричної форми з рухливою границею поділу фаз і з урахуванням появи шлакової кірки. Одного виміру не достатньо для адекватного відтворення плавлення на краях зливуку — кінці циліндру повинні округлюватися під час плавлення.

1.6. Висновки

Грунтуючись на огляді літератури, можна зробити наступні висновки:

1) Точка вивільнення домішки у просторі розплаву визначається у процесі руху дроту, причому двовимірної постановки задачі руху не достатньо і у роботах застосовується тривимірна постановка. З огляду літератури маємо моделі, в яких рух дроту враховано дуже приблизно. Існують і тривимірні моделі, але вони потребують вдосконалення як у частині виправлення помилок, так і у частині врахування граничних умов і додаткових явищ: вільний рух відплавленої частини дроту, залежність пружності дроту від температури. Враховуючи виняткову ефективність обробки сталі саме дротом, можна зробити висновок про актуальність і необхідність розв'язання тривимірної задачі руху дроту, як частину моделі зазначеного процесу;

2) Врахування динаміки плавлення дроту необхідно для визначення моментів вивільнення і маси домішки, яка потрапляє у розплав, при чому достатньо одновимірної постановки задачі плавлення;

3) Існує необхідність врахування тривимірної гідродинаміки розплаву в математичній моделі процесу ковшової обробки сталі через можливість несиметричного розташування фурм продування;

4) Задачу плавлення кускової домішки необхідно розв'язувати для визначення часу плавлення корки та моменту, коли домішка потрапляє у розплав. В існуючих моделях плавлення кускової домішки визначення рухомої межі намерзання корки точкою не є достатнім для адекватного відтворення форми корки в несиметричних умовах, зокрема, на межі розділу фаз сталь-шлак. Координати точки потрапляння у розплав речовини домішки можна визначати у процесі руху куска домішки.

РОЗДІЛ 2

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ ДРОТУ У РОЗПЛАВІ

Під час технологічного процесу порошковий дріт проходить через направляючу трубу, яка розташована у верхній частині ковша. У поточному розділі розглядається рух частини дроту, яка виходить із нижнього кінця направляючої труби або рухається вільно у розплаві. Траєкторію руху дроту можна приблизно передбачити тільки поблизу направляючої труби, а всередині рухомого розплаву і під дією високої температури вона є невідомою і її визначення є складною практичною задачею, враховуючи різноманітність технологічних умов процесу. Однак передбачити траєкторію можна, якщо визначити сили, діючі на модель дроту, отримати і розв'язати рівняння руху.

2.1. Перелік використаних наближень

У математичній моделі важливо врахувати основні чинники зміни руху дроту: трайб-апарат, направляюча труба, рухомий розплав сталі, внутрішні напруження дроту, ківш. Нижче наведено як їх вплив буде враховуватися:

1) Вплив трайб-апарату і направляючої труби на рух дроту враховано такими величинами: швидкістю введення дроту, точкою кінця труби і кутами її нахилу;

2) Сам дріт замінюється системою пружно з'єднаних стрижнів однакової довжини. Момент інерції навколо вісі стрижня нехтується через його малий радіус і малу кутову швидкість. Внутрішні напруження металевого дроту враховуються силами пружності на згин і кручення в з'єднаннях стрижней, при цьому