

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
Дніпродзержинський державний технічний університет

*С.Є. САМОХВАЛОВ, О.С. КОСУХІНА*

**ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ  
В РОЗРАХУНКАХ  
МЕТАЛУРГІЙНИХ  
АГРЕГАТІВ**

*Монографія*

**Дніпродзержинськ**  
**2009**

УДК 536:621.746

Самохвалов С.Є., Косухіна О.С. **Чисельні методи в розрахунках металургійних агрегатів.** — Дніпродзержинськ, видавництво ДДТУ, 2009, 103 с.

В книзі на основі методів розщеплення по фізичним факторам для чисельного розв'язку задач гідродинаміки та тепломасопереносу наведені приклади розрахунку конкретних процесів із області сталеплавильного виробництва.

Для наукових та інженерно-технічних працівників, викладачів, аспірантів і студентів технічних вузів.

**Рецензенти:** \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Видається по рішенню Вченої ради ДДТУ**  
(протокол № \_\_\_\_ від \_\_\_\_\_)

**ISBN**

© Самохвалов С.Є.,  
Косухіна О.С., 2009  
© ДДТУ, 2009 р.,

## **ВСТУП**

Важливою задачею розвитку промисловості України є ресурсозбереження при виробництві сталі, а також підвищення якості металопродукції та забезпечення її конкурентоспроможності на світовому ринку. Значне місце при цьому займають конверторний спосіб виплавки та ківшова обробка сталі.

Питання дослідження реальної картини газогідродинамічних закономірностей киснево-конверторних процесів представляє собою дуже важливу з теоретичного та практичного боку задачу.

В наш час при виплавці сталі застосовуються різні варіанти конверторних процесів. Великого розповсюдження одержали комбіновані процеси з донним перемішуванням розплаву нейтральними газами. Не зважаючи на підвищений інтерес до них, ряд питань залишається нез'ясованим. Так, невідомими залишаються величини і напрямки макропотоків розплаву у конверторній ванні, розподіл в ній газової фази та температурних полів при різних режимах продування та розташуванні донних фурм. В останні роки в силу економічних умов, що склалися, та особливостей ціноутворення в більшості конверторних цехів країн СНД намітилася тенденція значного скорочення кількості металевого лому, який використовується як основний охолоджувач конверторної ванни. Це вимушує шукати і застосовувати інші охолоджувачі, які можуть замінити металевий лом для корегування температурного режиму операції, зокрема, окалину та обкатиші. Це приводить до того, що для відпрацювання режимів присадки вказаних охолоджувачів потрібні дослідження динаміки їх засвоєння.

Для підвищення механічних властивостей вуглецевої сталі використовується мікролегування металу такими елемен-

тами, як ніобій та ванадій. Однак і ванадій і ніобій мають дуже велику коштовність, тому для мікролегування сталі масового призначення, можуть рекомендуватися бор та титан, коштовність яких значно нижче.

В зв'язку з цим постає необхідність в створенні нових підходів та технологічних рішень при конвертуванні металу з використанням шлакоутворювальних охолоджувачів в умовах комбінованого продування та при мікролегуванні металу у сталерозливному ковші під час наповнення та донного продування металу аргоном.

Проведення експериментів в промислових умовах завжди пов'язано з великими матеріальними витратами, особливо в металургії, де існують додаткові труднощі, обумовлені великими температурами та непрозорістю середовищ. Фізичне ж моделювання з використанням прозорих середовищ може дати лише приблизне уявлення про якісні характеристики процесів через труднощі зберігання критеріїв подібності і нелінійність законів, які їх описують. Цих недоліків позбавлене математичне моделювання, доступність використання якого обумовлене, крім усього іншого, сучасним розвитком обчислювальної техніки

Визначальними процесами, що впливають на технологічні параметри при виробництві сталі є тепломасопереносні процеси в металургійних агрегатах. Особливістю тепломасопереносних процесів в металургії є той факт, що їх необхідно розглядати в багатофазних середовищах, які перетерплюють фазові перетворення. Це призводить до їх ефективної стисливості, а, значить, до несоленоїдальності руху таких середовищ.

Експериментальні дослідження в області вивчення газогідродинамічних процесів у конверторній ванні дозволили визначити, зокрема, існування на поверхні розплаву зон інтенсивного виходу газу, які значно впливають на перебіг гідродина-

мічних та тепломасопереносних процесів і повинні враховуватися в розрахунках .

В процесі наповнення замкнених об'ємів згори, спостерігається захоплення струменем металу повітря, яке істотно впливає на гідродинаміку розплаву, а значить і на перебіг тепломасопереносних процесів, і тому також повинно враховуватися при розрахунках.

Знання з математики, необхідні для читання цієї книги, обмежуються об'ємом трьох курсів технічного вищого навчального закладу. Тому дана книга може бути використана в учбовому процесі в курсах з математичного моделювання металургійних процесів.

В даній книзі розглянуто приклади чисельного дослідження гідродинамічних та теплофізичних процесів у багатофазних середовищах на основі розплаву сталі на різних етапах технології виробництва сталі: у конверторі при верхньому та комбінованому продуванні, а також сталерозливному ковші під час наповнення та продування аргоном при мікролегуванні металу.

Автори виражають подяку співробітникам кафедри прикладної математики Дніпродзержинського державного технічного університету за допомогу та корисні обговорення, а також інженеру-програмісту Самсоновій Л.В. за допомогу у підготовці рукопису до друку.

## Розділ 1

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ТА ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ У КОНВЕРТОРНІЙ ВАННІ В УМОВАХ КОМБІНОВАНОГО ПРОДУВАННЯ

Не дивлячись на підвищений інтерес до використання комбінованого продування конверторної ванни [1] ряд питань, які відносяться до цього процесу залишається нез'ясованим. Очевидні експериментальні труднощі їх вивчення вимагають використання методів чисельного моделювання. В роботі [2] цими методами вивчалось перемішування конверторної ванни при комбінованому продуванні. В ній, як і в [1], не моделювалася динаміка двофазної газорідинної області. Крім того, вона не включалася в розрахункову область, а швидкість розплаву розраховувалася лише в повністю рідинній частині. Розмір і форма газорідинної області, а також швидкість потоків на границі газорідинної і рідинної областей задавалися на основі емпіричних даних [1,2]. Такий підхід, виключає можливість чисельного дослідження перемішування в залежності від розташування донних фурм, а також не дає можливості вивчить розподіл газової фази і температурних полів в об'ємі конвертора через відсутність загальної математичної моделі цих процесів.

Із-за стисливості, яка обумовлена присутністю джерел і стисливістю газової фази, а також через міжфазний рух виникають труднощі, які пов'язані з моделюванням динаміки газорі-

динного середовища. В результаті цього середовище, яке розглядається, вважається несоленоїдальним. Несолоноїдальність не допускає застосування звичайних чисельних методів, так як газорідинне середовище в загальному випадку не має рівняння стану.

Побудова математичної моделі гідродинамічних та теплофізичних процесів у конверторній ванні під час комбінованого продування використовує два припущення. Перше припущення полягає в тому, що задача, яка розглядається, циліндрично-симетрична. Це оправдується завдяки розташуванню верхньої фурми по осі симетрії конвертора і нижніх донних фурм, розташованих осьосиметрично по колу. Велика кількість нижніх донних фурм (8—10) дозволяє це припущення прийняти за вірне. Друге припущення полягає в тому, що впливом теплових процесів на гідродинамічні можна знехтувати. При звичайних режимах продування конвертора та наповнення та продування сталерозливного ковша, які використовуються на практиці, в ємностях виникає досить інтенсивний рух розплаву. В результаті температурні поля в об'ємі розплаву мають невеликі градієнти. Через це можна розглядати окремо гідродинамічну, а потім на її основі теплову задачу.

В даному випадку використовується чисельний метод, який вперше був опублікований в роботі [3] для загального випадку багатофазного середовища. В даному розділі розглядається його конкретизація для газорідинних середовищ  $\alpha$  в “вакуумному” наближенні. Тобто густиною газової фази  $\rho'$  в рівнянні з густиною розплаву  $\rho_0$  можна знехтувати. Крім того, із другого припущення витікає, що в умовах, які розглядаються, густина газової фази залежить лише від тиску  $p$ , а температура  $T$  і інші параметри  $\xi$ , які входять в рівняння стану газу  $\rho' = \rho'(p, T, \xi)$ , вважаються фіксованими.

### 1.1. Гідродинаміка розплаву в об'ємі конвертора під час комбінованого продування

Динаміка газорідного середовища описується наступною системою рівнянь. По-перше, це рівняння Нав'є-Стокса для випадку несоленоїдального руху середовища газ-розплав:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = R(\vec{v}, \alpha) - \vec{\nabla} \tilde{p}, \quad (1.1)$$

де  $\vec{v}$  — барицентрична швидкість газорідного середовища,  $\alpha$  — коефіцієнт об'ємного газовміщення,  $\tilde{p}$  — тиск, який поділений на  $\rho_0$ ,  $\vec{\nabla} \tilde{p}$  — сила, яка обумовлена тиском,  $t$  — час процесу,  $R(\vec{v}, \alpha)$  — традиційна права частина у випадку несоленоїдальності для рівняння Нав'є-Стокса, яка буде розглянута нижче. Рівняння (1.1) повинно бути доповнено до повної системи рівнянь рівнянням для знаходження тиску (умова несоленоїдальності):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \Phi(\vec{v}, \alpha) \quad (1.2)$$

та рівнянням переносу газової фази в “вакуумному” наближенні відносно  $\alpha$ :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{v}) + \Phi(\vec{v}, \alpha). \quad (1.3)$$

В останньому рівнянні перший доданок враховує конвективний перенос, а другий зміну  $\alpha$  відносно джерела. Як було вже відмічено, в задачі продування конвертора всі фактори несоленоїдальності вагомі. В околі донних фурм діє джерело газової фази  $\psi$ , пов'язане з нагнітанням аргону. Крім того, в наслідок великої густини розплаву неможливо знехтувати стисливістю газової фази, а в наслідок відносно великої глибини ванни неможливо знехтувати і дифузійною швидкістю газової



фази. Тому розглянемо детальніше  $R(\vec{v}, \alpha)$  із формули (1.1) і  $\Phi(\vec{v}, \alpha)$  із формул (1.2) і (1.3):

$$R(\vec{v}, \alpha) = -(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} + v_e \Delta \vec{v} + (1 - \alpha) \vec{g}, \quad (1.4)$$

$$\Phi(\vec{v}, \alpha) = \psi - \alpha \frac{d'(\ln \rho')}{dt} - \vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{w}), \quad (1.5)$$

де  $v_e$  — ефективний коефіцієнт в'язкості,  $\vec{g}$  — прискорення вільного падіння,  $\psi$  — об'ємне джерело газової фази,  $\vec{w}$  — дифузійна швидкість газової фази.

В рівнянні (1.4) перший доданок враховує конвективний перенос, а другий доданок відповідає за проявлення в'язких напрямлень. В формулі (1.5) перші два доданки характеризують стисливість газової фази, використовуючи при цьому субстанційну похідну газової фази, тобто складають ефективне джерело газової фази, третій доданок відповідає за рух газової фази і включає в себе дифузійну швидкість.

Тоді, враховуючи зроблені припущення, можемо записати таку рівність:

$$\frac{d'(\ln \rho')}{dt} = \xi \frac{d'p}{dt},$$

де  $\xi = \frac{\partial(\ln \rho')}{\partial p}$ . Розглядаючи політропний процес в одиничному

об'ємі, тобто  $\rho' = C \cdot p^{1/\gamma}$ , де  $C = 1$  і  $\gamma = \frac{1}{3}$ , маємо:

$$\xi = \frac{\partial(\ln \rho')}{\partial p} = \frac{\partial(\ln \rho^{1/\gamma})}{\partial p} = \frac{\partial\left(\frac{1}{\gamma} \ln \rho\right)}{\partial p} = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\partial(\ln \rho)}{\partial p} = \frac{1}{\gamma p}.$$

Так як  $\frac{d'p}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \vec{v} \vec{\nabla} p$  — субстанційна похідна від тиску, а  $\vec{v} = \vec{v} + \vec{w}$  і,  $p = \tilde{p} + gh$ , то нехтуючи динамічною складовою тиску в зрівнянні з статичною, а це оправдано для режимів течії, які реалізуються при продуванні [4], одержимо:

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{v}, \alpha) &= \psi - \alpha \xi \frac{d'p}{dt} - \vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{w}) = \\ &= \psi - \alpha \xi \left( \frac{\partial(\rho_0 gh)}{\partial t} + (\vec{v} + \vec{w}) \vec{\nabla} \cdot (\rho_0 gh) \right) - \vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{w}). \end{aligned}$$

Враховуючи, що в останній формулі

$$\frac{\partial(\rho_0 gh)}{\partial t} = 0 \quad \text{і} \quad \vec{\nabla}(\rho_0 gh) = \rho_0 g$$

маємо:

$$\Phi(\vec{v}, \alpha) = \psi - \alpha \xi \rho_0 \vec{g} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) - \vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{w}). \quad (1.6)$$

Дифузійна швидкість газової фази, яка входить в цей вираз, має колективну складову  $\vec{w}^c$  і турбулентну  $\vec{w}^t$ . Колективна складова  $\vec{w}^c = -w^c \vec{g}/g$  може бути знайдена по одній з емпіричних формул [5], або може задаватися безпосередньо, виходячи з експериментальних даних. Турбулентна складова  $\vec{w}^t$  може бути визначена через ефективний коефіцієнт турбулентної дифузії газової фази ( $D_e$ ) наступним співвідношенням:

$$\alpha \vec{w}^t = -D_e \vec{\nabla} \alpha.$$

За розрахункову область візьмемо прямокутник, що є половиною осьового перерізу конвертора з виділеною реакційною зоною у вигляді лунки. Вісь симетрії буде розміщено зліва. Припустимо, що реакційної зони інтерполюється по заданому радіусу  $R_{\text{л}}$  і глибині  $H_{\text{л}}$  кубічною параболою.

Розглянемо розстановку граничних умов. На твердих поверхнях, вільній поверхні і вісі симетрії для швидкостей вибираємо умови вільного ковзання.

$$\vec{n} \cdot \vec{\nabla} v_{\parallel} = 0, \quad (1.7)$$

де  $\vec{n}$  — одиничний вектор нормалі до поверхні. На границі реакційної зони задамо швидкість розплаву. Вона визначається за допомогою коефіцієнта  $K_p$  передачі імпульсу від газового потоку до розплаву і задається як дотична до поверхні. Коефіцієнт  $K_p$  знаходиться за допомогою експериментальної інформації [6] про швидкість поверхневих слоїв метала в районі реакційної зони і уточнюється в чисельних експериментах. Граничні умови для тиску вибираємо по методу розщеплення за фізичними факторами стандартним чином [7]. Для коефіцієнта газозміщення на твердих поверхнях і осі симетрії прийmemo умову непротікання,  $\alpha = 0$ , а на вільній поверхні і осі симетрії — умову вільного протікання.

## 1.2. Побудова розрахункової схеми

Розіб'ємо часову вісь на невеликі кроки за часом  $\tau$ . Якщо розглядати метод розщеплення за фізичними факторами для несоленоїдального руху газорідного середовища [8] на кожному часовому крокові  $\tau$ , то можна відщепити доданок з тиском в рівнянні (1.1):

$$\tilde{\vec{v}} = \vec{v}^n + \tau R(\vec{v}, \alpha), \quad (1.8)$$

$$\vec{v}^{n+1} = \tilde{\vec{v}} - \tau \vec{\nabla} \tilde{p}. \quad (1.9)$$

Для одержання рівняння для тиску використаємо рівняння (1.2), при цьому будемо вимагати його точного виконання на  $n + 1$  часовому шарі:

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{v}^{n+1} = \Phi(\bar{v}^{n+1}, \alpha^{n+1}). \quad (1.10)$$

Якщо взяти дивергенцію від обох частин формули (1.9) і врахувати (1.10) на  $n + 1$ -му часовому шарі, то одержимо рівняння Пуасона. Дійсно,

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{v}^{n+1} = \bar{\nabla} \cdot \tilde{v} - \tau \bar{\nabla} \cdot \tilde{p},$$

але

$$\bar{\nabla} \cdot \tilde{p} = \Delta \tilde{p}.$$

В результаті одержимо:

$$\Delta \tilde{p}^{n+1} = \left[ \bar{\nabla} \cdot \tilde{v} - \Phi(\bar{v}^{n+1}, \alpha^{n+1}) \right] / \tau. \quad (1.11)$$

Вибираючи в рівнянні (1.8) явну схему розрахунку, а в рівнянні (1.3) — неявну та враховуючи (1.11) для визначення характеристик руху середовища одержимо наступну систему рівнянь:

$$\text{I. } \tilde{v} = \bar{v}^n + \tau R(\bar{v}^n, \alpha^n); \quad (1.12)$$

$$\text{II. } \alpha^{n+1} = \alpha^n + \tau \left[ -\bar{\nabla} \cdot (\alpha^{n+1} \bar{v}^{n+1}) + \Phi(\bar{v}^{n+1}, \alpha^{n+1}) \right]; \quad (1.13)$$

$$\Delta \tilde{p}^{n+1} = \left[ \bar{\nabla} \cdot \tilde{v} - \Phi(\bar{v}^{n+1}, \alpha^{n+1}) \right] / \tau; \quad (1.14)$$

$$\bar{v}^{n+1} = \tilde{v} - \tau \bar{\nabla} \tilde{p}^{n+1}. \quad (1.15)$$

Для явних розрахунків на першому етапі знайдемо проміжну швидкість  $\tilde{v}$  без врахування динамічного тиску  $\tilde{p}$ . Ця

швидкість в загальному випадку не задовольняє рівнянню (1.2). В неявних розрахунках на другому етапі розрахуємо газовміщення  $\alpha^{n+1}$  і тиск  $\tilde{p}^{n+1}$ . За допомогою тиску  $\tilde{p}^{n+1}$  проміжна швидкість  $\tilde{v}$  “підправляється” до значення  $\tilde{v}^{n+1}$ , а воно вже буде задовольняти рівнянню (1.2), так як із умови його виконання було знайдено рівняння для тиску.

Крім того, на другому етапі необхідно розв’язувати систему взаємопов’язаних рівнянь (1.13) — (1.15). Для цього будемо використовувати метод ітерацій. Щоб уникнути необхідності розв’язувати на кожному ітераційному крокові рівняння Пуасона (1.14) замінимо його відповідним еволюційним рівнянням:

$$\tilde{p} = \tilde{p} + \omega \{ \Delta \tilde{p} - [\vec{\nabla} \cdot \tilde{v} - \Phi(\tilde{v}, \alpha)] / \tau \}, \quad (1.16)$$

де  $\omega$  — деякий параметр еволюції, який забезпечує збіжність еволюційного процесу (1.16) [3]. Тоді всі рівняння другого етапу будемо розв’язувати в єдиному ітераційному циклі, а це в свою чергу, ще більш раціональніше, чим розглядати їх окремо, бо дозволяє значно скоротити час розрахунку. Відмітимо, що при  $\omega$ , близькому до нуля, умова збіжності очевидно виконується, хоча швидкість збіжності в цьому випадку невелика. При зростанні  $\omega$  швидкість збіжності збільшується, але при досягненні  $\omega$  певного значення схема починає розбігатися.

В результаті всіх цих перетворень одержимо схему розщеплення за фізичними факторами для несоленоїдального руху газорідного середовища:

$$\text{I. } \tilde{v} = \tilde{v}^n + \tau R(\tilde{v}^n, \alpha^n); \quad (1.17)$$

$$\alpha^{n+1,0} = \alpha^n, \tilde{p}^{n+1,0} = \tilde{p}^n, \tilde{v}^{n+1,0} = \tilde{v}^n; \quad (1.18)$$

$$\text{II. } \alpha^{n+1,k+1} = \alpha^n + \tau \left[ -\vec{\nabla} \cdot \left( \alpha^{n+1,k}, \vec{v}^{n+1,k} \right) + \Phi \left( \vec{v}^{n+1,k}, \alpha^{n+1,k} \right) \right]; \quad (1.19)$$

$$\tilde{p}^{n+1,k+1} = \tilde{p}^{n+1,k} + \omega \left[ \Delta \tilde{p}^{n+1,k} - \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{v} - \Phi \left( \vec{v}^{n+1,k}, \alpha^{n+1,k} \right) \right) / \tau \right]; \quad (1.20)$$

$$\vec{v}^{n+1,k+1} = \vec{v} - \tau \vec{\nabla} \tilde{p}^{n+1,k+1}. \quad (1.21)$$

Запишемо останній різницевий варіант схеми (1.17 — 1.21). Для цього перш за все визначимося з системою координат, в якій будемо розписувати нашу схему. В двовимірному випадку зупинимося на циліндричній системі координат. Компоненти швидкості середовища в цій системі координат мають наступний вигляд:

$$\vec{v} = u \vec{e}_r + w \vec{e}_z.$$

Використовуючи наступні скорочення:

$$\partial r = \frac{\partial}{\partial r}; \quad \partial z = \frac{\partial}{\partial z},$$

І опускаючи індекси, що вказують на відношення до часових слоїв, запишемо схему (1.17 — 1.21) у наступному вигляді:

**I етап:**

$$\tilde{u} = u + \tau \left\{ -\frac{1}{r} \partial r (ru^2) - \partial z (uw) + \partial_r \left( \frac{v_e}{r} \partial_r (ru) \right) + \partial_z (v_e \partial_z u) \right\}, \quad (1.22)$$

$$\tilde{w} = w + \tau \left\{ -\partial_z w^2 - \frac{1}{r} \partial_r (ruw) + \frac{1}{r} \partial_r (v_e r \partial_r w) + \partial_z (v_e \partial_z w) \right\}. \quad (1.23)$$

В формулах (1.22) та (1.23) вважається, що горизонтальна та вертикальна складові швидкості  $u$  та  $v$  розглядаються на  $n$ -му часовому шарі.

$$\alpha^{n+1,0} = \alpha^n, \quad \tilde{p}^{n+1,0} = \tilde{p}^n, \quad \tilde{v}^{n+1,0} = \tilde{v}^n. \quad (1.24)$$

**II етап:**

$$\begin{aligned} & \alpha^{n+1,k+1} = \alpha^n + \\ & + \tau \left\{ -\frac{1}{r} \partial_r (r \alpha^{n+1,k} u^{n+1,k}) - \partial_z (\alpha^{n+1,k} w^{n+1,k}) + \Phi(\tilde{v}^{n+1,k}, \alpha^{n+1,k}) \right\}, \end{aligned} \quad (1.25)$$

$$\tilde{D} = \frac{1}{r} \partial_r (r \tilde{u}) + \partial_z \tilde{w}, \quad (1.26)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{p}^{n+1,k+1} = \tilde{p}^{n+1,k} + \\ & + \omega \left[ \frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r \tilde{p}^{n+1,k}) + \partial_z^2 \tilde{p}^{n+1,k} - (\tilde{D} - \Phi(\tilde{v}^{n+1,k}, \alpha^{n+1,k})) / \tau \right], \end{aligned} \quad (1.27)$$

$$u^{n+1,k+1} = \tilde{u} - \tau \partial_r \tilde{p}^{n+1,k+1}, \quad (1.28)$$

$$w^{n+1,k+1} = \tilde{w} - \tau \partial_z \tilde{p}^{n+1,k+1}. \quad (1.29)$$

Реалізуємо праві частини рівнянь (1.22) — (1.29) в різницево-му вигляді на шаховій рівномірній сітці. Розіб'ємо розрахункову область на елементарні комірки прямими, які паралельні координатним прямим з постійними вздовж кожної із координатних прямих кроками  $dr, dz$ . Тоді розрахункова область буде обрамлятися з усіх сторін одним шаром комірок, а тому безпосередньо до неї будуть відноситися комірки, для яких  $i = 2, MI - 1$ ;  $j = 2, \dots, MJ - 1$ . Для полегшення розстановки

граничних умов застосовуємо ще шар заграничних комірок. В наших позначеннях одержимо:

$$\begin{aligned} dr &= R/(MI - 2), \\ dz &= H/(MK - 2), \end{aligned} \quad (1.30)$$

де  $R$  — радіус конвертора, а  $H$  — його висота. Тиск  $\tilde{p}$  задаємо в центрі комірок, а компоненти швидкості  $u$  та  $w$ , а також в'язкість задамо на границі комірок.

Введемо наступні позначення:

– довжини до стінок відповідних комірок

$$\begin{aligned} r'_i &= dr \cdot (i - 1), \\ z'_k &= dz \cdot (k - 1); \end{aligned} \quad (1.31)$$

– довжини до центрів комірок:

$$\begin{aligned} r_i &= (i - 1,5) \cdot dr, \\ z'_k &= (j - 1,5) \cdot dz. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Тоді в цих позначеннях на шаховій сітці схема (1.22 — 1.29) буде реалізована у наступному вигляді:

**I етап:**

$$\begin{aligned} \tilde{u}'_{i',j} &= u'_{i',j} + \tau \left\{ - \left( r'_{i'+1} \cdot u'^2_{i'+1,j} - r'_{i'-1} \cdot u'^2_{i'-1,j} \right) / (r'_{i'+1} - r'_{i'-1}) / r'_{i'} - \right. \\ &\quad \left. - \left[ (uw)_{i',j'} - (uw)_{i',j'-1} \right] / (z_{j'} - z_{j'-1}) + \right. \\ &\quad \left. + v^r_{i',j} \left[ \left( r'_{i'+1} \cdot u'_{i'+1,j} - r'_{i'} \cdot u'_{i',j} \right) / (r'_{i'+1} - r'_{i'}) / r_{i+1} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left( r'_{i'} \cdot u'_{i',j} - r'_{i'-1} \cdot u'_{i'-1,j} \right) / (r'_{i'} - r'_{i'-1}) / r_i \right] / (r_{i+1} - r_i) + \right. \\ &\quad \left. + \left[ v^z_{i',j'} \cdot (u'_{i',j+1} - u'_{i',j}) / (z_{j+1} - z_j) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - v^z_{i',j'-1} \cdot (u'_{i',j} - u'_{i',j-1}) / (z_j - z_{j-1}) \right] / (z_{j'} - z_{j'-1}) \right\}; \end{aligned} \quad (1.33)$$



Фігуруючі тут швидкості, які задані в кутах розрахункової сітки, можуть бути виражені наступним чином:

$$w_{i',j'} = w_{i,j'} + \frac{r_{i'} - r_i}{r_{i+1} - r_i} (w_{i+1,j'} - w_{i,j'}),$$

$$w_{i',j} = \frac{1}{2} (w_{i',j'} - w_{i',j'-1}).$$

Вважаючи, що турбулізація рівномірна, покладемо  $v = const$ .

Тоді

$$v_{i',j}^r = v + b \cdot (r_{i+1} - r_i) \cdot |u_{i',j}|,$$

$$v_{i',j'}^z = v + b \cdot (z_{j+1} - z_j) \cdot |w_{i,j} + w_{i+1,j}|/2$$

$$v_{i',j'-1}^z = v + b \cdot (z_j - z_{j-1}) \cdot |w_{i,j-1} + w_{i+1,j-1}|/2$$

де  $b$  — сіткове число Рейнольдса.

$$\begin{aligned} \tilde{w}_{i,j'} &= w_{i,j'} + \tau \left\{ - (w_{i,j'+1}^2 - w_{i,j'-1}^2) / (z_{j'+1} - z_{j'-1}) - \right. \\ &\quad \left. - (r_{i'} \cdot (uw)_{i',j'} - r_{i'-1} \cdot (uw)_{i'-1,j'}) / (r_{i'} - r_{i'-1}) / r_i + \right. \\ &\quad \left. + \left( v_{i',j'}^r \cdot r_{i'} \frac{w_{i+1,j'} - w_{i,j'}}{r_{i+1} - r_i} - v_{i'-1,j'}^r \cdot r_{i'-1} \frac{w_{i,j'} - w_{i-1,j'}}{r_i - r_{i-1}} \right) / (r_{i'} - r_{i'-1}) / r_i + \right. \\ &\quad \left. + v_{i,j'}^z \left[ \frac{w_{i,j'+1} - w_{i,j'}}{z_{j+1} - z_{j'}} - \frac{w_{i,j'} - w_{i,j'-1}}{z_{j'} - z_{j'-1}} \right] / (z_{j+1} - z_j) + \right. \\ &\quad \left. + \left( 1 - \frac{\alpha_{i,j'+1}^n + \alpha_{i,j}^n}{2} \right) \cdot g \right\}, \end{aligned} \quad (1.33)$$

де в кутах розрахункової сітки маємо:

$$u_{i',j'} = u_{i',j} + \frac{z_{j'} - z_j}{z_{j+1} - z_j} (u_{i',j+1} - u_{i',j}),$$

$$u_{i,j'} = \frac{1}{2} (u_{i',j'} - u_{i'-1,j'}),$$

а для компонент коефіцієнта в'язкості  $\nu$ :

$$\nu_{i',j'}^r = \nu + b \cdot (r_{i+1} - r_i) \cdot |u_{i,j} + u_{i,j+1}| / 2,$$

$$\nu_{i'-1,j'}^r = \nu + b \cdot (r_i - r_{i-1}) \cdot |u_{i-1,j} + u_{i-1,j+1}| / 2,$$

$$\nu_{i,j'}^z = \nu + b \cdot (z_{j+1} - z_j) \cdot |w_{i,j}|.$$

В чисельних розрахунках значення  $\nu$  та  $b$  задавалися наступним чином:  $\nu = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $b = 0,5$ .

**II етап:**

$$\begin{aligned} \alpha_{i,j}^{n+1,k+1} = & \alpha_{i,j}^{n,k} + \tau \left\{ - \left[ r_{i'} \cdot u_{i',j}^{n+1,k} \cdot (\alpha_{i+1,j}^{n+1,k} + \alpha_{i-1,j}^{n+1,k}) / 2 - \right. \right. \\ & \left. \left. - r_{i'-1} \cdot u_{i'-1,j}^{n+1,k} \cdot (\alpha_{i,j}^{n+1,k} + \alpha_{i-1,j}^{n+1,k}) / 2 \right] / r_i / (r_{i'} - r_{i'-1}) - \right. \\ & \left. - \left[ (\alpha_{i,j+1}^{n+1,k} + \alpha_{i,j}^{n+1,k}) / 2 \cdot w_{i,j'}^{n+1,k} - (\alpha_{i,j}^{n+1,k} + \alpha_{i,j-1}^{n+1,k}) / 2 \cdot w_{i,j'-1}^{n+1,k} \right] / (z_{j'} - z_{j'-1}) + \right. \\ & \left. + \Phi(\bar{\nu}^{n+1,k}, \alpha^{n+1,k}) \right\}. \end{aligned} \quad (1.35)$$

$$\tilde{D}_{i,j} = \frac{(r_{i'} \cdot \tilde{u}_{i',j} - r_{i'-1} \cdot \tilde{u}_{i'-1,j})}{(r_{i'} - r_{i'-1}) \cdot r_i} + \frac{(\tilde{w}_{i,j'} - \tilde{w}_{i,j-1})}{(z_{j'} - z_{j'-1})}, \quad (1.36)$$

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{i,j}^{n+1,k+1} &= \tilde{p}_{i,j}^{n+1,k} + \\ + \omega &\left\{ \left( r_{i'} \cdot \frac{(\tilde{p}_{i+1,j}^{n+1,k} - \tilde{p}_{i,j}^{n+1,k})}{r_{i+1} - r_i} - r_{i'-1} \cdot \frac{(\tilde{p}_{i,j}^{n+1,k} - \tilde{p}_{i-1,j}^{n+1,k})}{r_i - r_{i-1}} \right) / (r_{i'} - r_{i'-1}) / r_i + \right. \\ &\left. + \frac{(\tilde{p}_{i,j+1}^{n+1,k} - 2\tilde{p}_{i,j}^{n+1,k} + \tilde{p}_{i,j-1}^{n+1,k})}{(z_{j+1} - z_j)^2} - (\tilde{D}_{i,j} - \Phi) \right\}; \end{aligned} \quad (1.37)$$

$$\begin{aligned} u_{i',j}^{n+1,k+1} &= \tilde{u}_{i',j} - \tau \frac{(\tilde{p}_{i+1,j}^{n+1,k+1} - \tilde{p}_{i,j}^{n+1,k+1})}{r_{i+1} - r_i}; \\ w_{i,j'}^{n+1,k+1} &= w_{i,j'} - \tau \frac{(\tilde{p}_{i,j+1}^{n+1,k+1} - \tilde{p}_{i,j}^{n+1,k+1})}{(z_{j+1} - z_j)}. \end{aligned} \quad (1.38)$$

### 1.3. Теплообмін у конверторній ванні під час комбінованого продування

Розрахунок поля температур у відповідності конвективно-го теплопереносу в газорідному середовищі проводиться після завершення гідродинамічного розрахунку по схемі (1.17) — (1.21) з використанням одержаних полів швидкостей і об'ємних газовміщень [3]:

$$(1 - \alpha) \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T \right) = \vec{\nabla} \cdot \left\{ a \left[ 2 \frac{(1 - \alpha)}{(2 + \alpha)} \right] \vec{\nabla} T \right\}, \quad (1.39)$$

де  $a$  — коефіцієнт температуропроводності розплаву. Другий доданок лівої частини рівняння (1.39) описує процес конвективного переносу і містить швидкість руху розплаву, яка знаходить-

ся при гідродинамічному розрахунку. Саме таким чином в моделі безпосередньо пов'язуються теплоперенос, рух середовища в конверторі та розподіл температур. Права частина рівняння (1.39) описує процес теплопровідності в розплаві металу.

Для чисельного розв'язку рівняння (1.21) використовується явна різницева схема з апроксимаційними доданками у виразі для ефективного коефіцієнта температуропроводності [3]. В циліндричних координатах у двовимірному випадку будемо мати:

$$T^{n+1} - T^n = -\tau(u\partial_r T + w\partial_z T) + \frac{2a}{1-\alpha} \tau \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{1-\alpha}{2+\alpha} \partial_r T \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1-\alpha}{2+\alpha} \partial_z T \right) \right\}. \quad (1.40)$$

Скінчено-різницевий варіант цієї схеми на шаховій сітці має наступний вигляд:

$$T_{i,j}^{n+1} = T_{i,j}^n - \tau \left( \frac{u_{i',j} + u_{i'-1,j}}{2} \cdot \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i-1,j}^n}{2(r_{i'} - r_{i'-1})} + \frac{w_{i,j'} + w_{i,j'-1}}{2} \cdot \frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j-1}^n}{2(z_{j'} - z_{j'-1})} \right) + \frac{2a}{1-\alpha_{i,j}} \tau \left( \frac{1}{r_i} \left\{ r_{i'} \frac{1-\alpha_{i,j}}{2+\alpha_{i,j}} \cdot \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{r_{i+1} - r_i} - r_{i'-1} \frac{1-\alpha_{i-1,j}}{2+\alpha_{i-1,j}} \cdot \frac{T_{i,j}^n - T_{i-1,j}^n}{r_i - r_{i-1}} \right\} / (r_{i'} - r_{i'-1}) + \left\{ \frac{1-\alpha_{i,j}}{2+\alpha_{i,j}} \cdot \frac{T_{i,j+1}^n - T_{i-1,j}^n}{z_{j+1} - z_j} - \frac{1-\alpha_{i,j-1}}{2+\alpha_{i,j-1}} \cdot \frac{T_{i,j}^n - T_{i,j-1}^n}{z_{j+1} - z_j} \right\} / (z_{j'} - z_{j'-1}) \right). \quad (1.41)$$

Прийнято, що тепловий потік через стінки і днище конвертора визначається виразом [6]:

$$q_{\phi} = (\lambda_{\phi} / \delta)(T_{\phi} - T_{\kappa}) , \quad (1.42)$$

де  $\lambda_{\phi}$  — теплопровідність футерівки конвертора,  $\delta$  — її товщина,  $T_{\phi}$  і  $T_{\kappa}$  — температури внутрішньої поверхні футерівки і кожуха конвертора. Крім того прийнято, що тепловий потік відсутній на границі з шлаком. В реакційній зоні дії кисневих струменів на металевий розплав тепловіддача від високо нагрітих газометалічних об'ємів, що виходять із границь вторинної реакційної зони, моделюється за допомогою теплового потоку:

$$q_p = K_T (T_r - T_p) , \quad (1.43)$$

де  $K_T$  — коефіцієнт тепловіддачі від газометалевих об'ємів вторинної реакційної зони до основного об'єму металу;  $T_r$  — температура розплаву на границі вторинної реакційної зони з основною ванною металу;  $T_p$  — температура вторинної реакційної зони.

Відмітимо, що коефіцієнт  $K_T$ , як і  $K_p$ , підбирається в чисельних експериментах на основі експериментальних даних по динаміці нагріву метала.

#### **1.4. Аналіз результатів розрахунку**

Алгоритм розрахунку гідродинамічних та теплопереносних процесів у конверторній ванні при комбінованому продуванні реалізований у вигляді пакету програм, розроблених у інтегрованому середовищі Borland Delphi 7.0. На основі розрахунків для умови досліджуваного 60-кг конвертора [9] була доведена адекватність даної моделі. Радіус робочого простору конвертора дорівнював  $R = 0,14$  м, а глибина металевої ванни

$H = 0,14$  м. Рідкий чавун з початковою температурою  $T_0 = 1380^\circ\text{C}$  продувався на протязі 12 хвилин киснем зверху. Температура факела складала  $T_p = 1650^\circ\text{C}$  [9].

На рис. 1.1 представлені результати розрахунку полів швидкостей і температур, які виникають в об'ємі конвертора через 6 хвилин після початку продування. Стрілки вказують напрямки швидкостей, а лінії — ізотерми, що відповідають визначеним температурам (цифри у кривих). В результаті геометричних особливостей задачі в даному випадку, зокрема, відносно великої глибини метала, яка дорівнює радіусу конвертора, в об'ємі розплаву утворюються два тороїдальні вихорі. Вони обертаються в протилежні сторони: верхній обертається (в площині рисунка) за годинниковою стрілкою, нижній — проти.

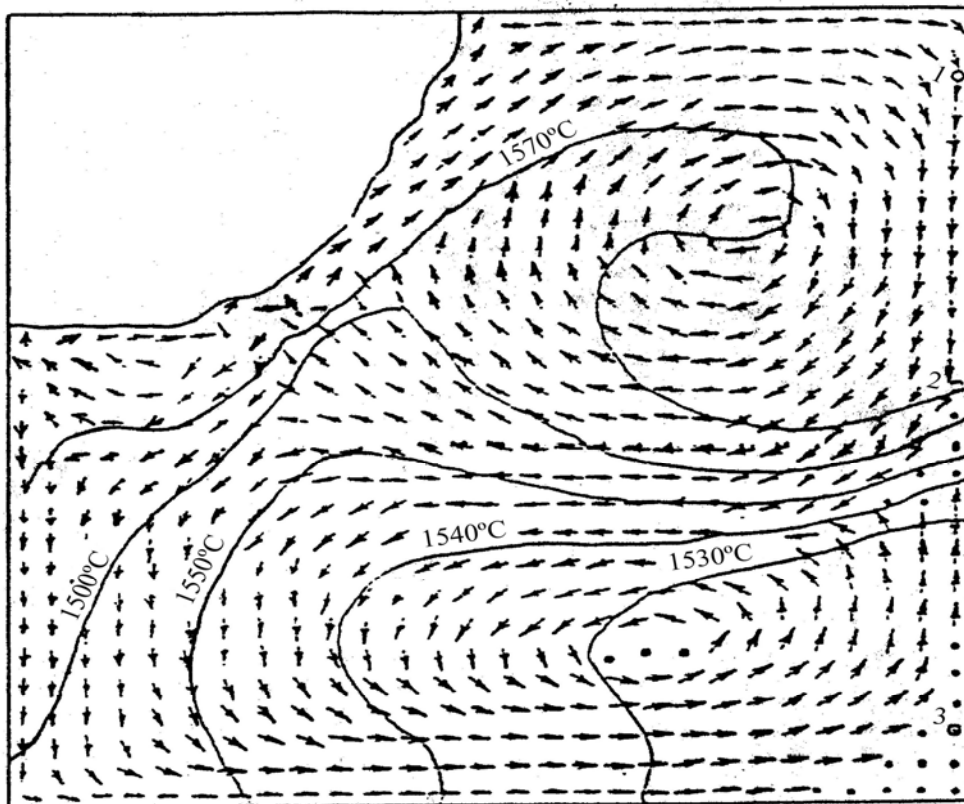


Рис. 1.1. Теплофізичні поля в об'ємі дослідного конвертора через 6 хвилин після початку продування

В результаті цього метал у конверторі в значній мірі розшаровується на два об'єми: верхній, який контактує з реакційною зоною і більш нагрітий, і нижній, більш холодний. Це видно, як із розташування ізотерм на рис. 1.1. так і із графіків на рис. 1.2. Останній дозволяє судити про динаміку процесу нагрівання металу в конверторі в трьох різних точках, які відмічені на рис. 1.1 цифрами 1, 2 і 3. Суцільними лініями на рис. 1.2 зображені розрахункові температури, а пунктирними — температури, які одержані в експериментах [6, 19]. Порівняння їх говорить про добру відповідність розрахунків з експериментом, а це дозволяє приступити до розрахунків гідродинамічних та теплових процесів у реальному 160-т конверторі.

В цьому випадку розміри розрахункової області визначаються радіусом  $R = 2,57$  м і глибиною металу  $H = 1,1$  м. Розміри лунки реакційної зони в режимі глибокого проникнення визначаються величинами  $R_{\text{л}} = 0,825$  м і  $H_{\text{л}} = 0,9$  м. Початкова температура розплаву  $T_0 = 1380^\circ\text{C}$ , температура вторинної реакційної зони  $T_p = 1800^\circ\text{C}$ .

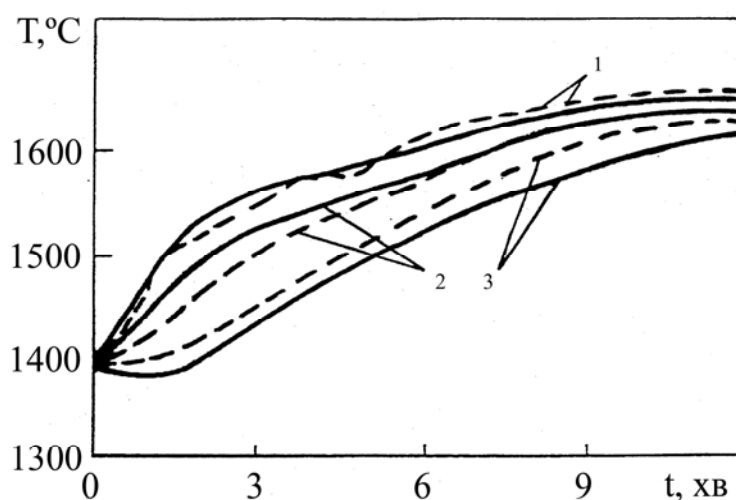


Рис. 1.2. Динаміка нагрівання металу у точках 1, 2, 3 дослідного конвертора

Результати розрахунків теплофізичних полів в об'ємі конвертора через 12 хвилин після початку продування представлені на рис. 1.3—1.5: при верхньому продуванні конверторної ванни (рис. 1.3) та при комбінованому (рис. 1.4, 1.5), з розходом газу через донні фурми  $q = 12 \text{ Нм}^3/\text{хв.}$ , які розташовані по колу з радіусом, що дорівнює радіусу реакційної зони (тобто 0,825 м).

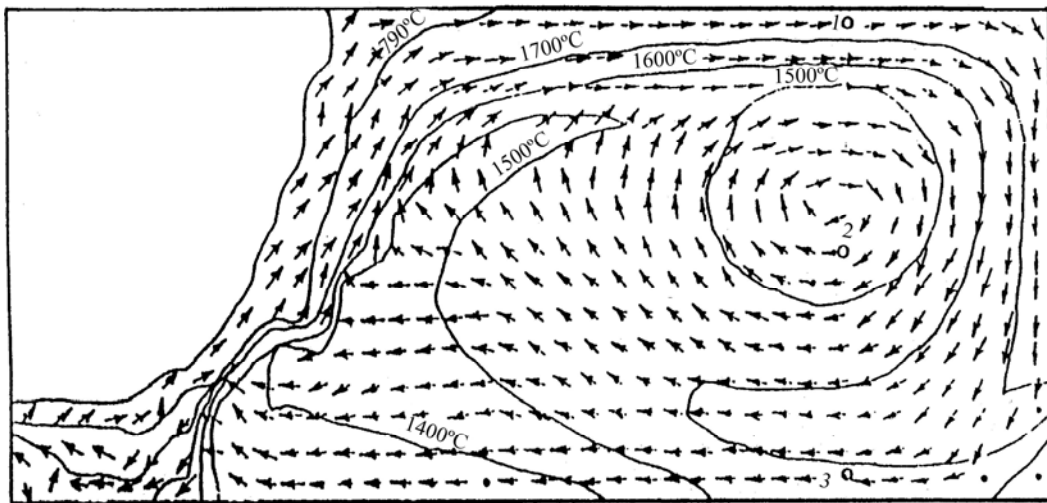


Рис. 1.3. Теплофізичні поля в об'ємі 160-т конвертора при верхньому продуванні через 12 хвилин після його початку

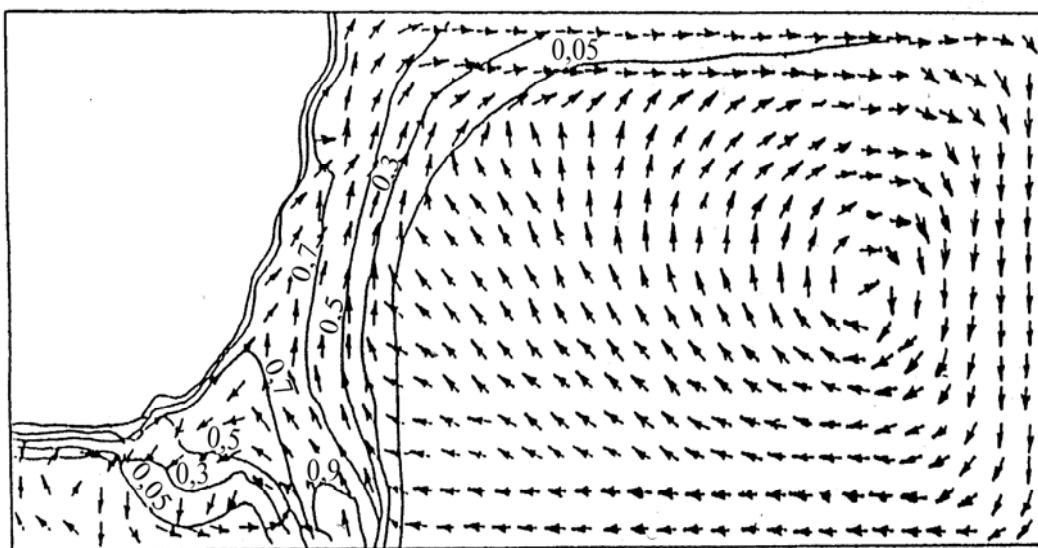


Рис. 1.4. Гідродинаміка металу в 160-т конверторі при комбінованому продуванні



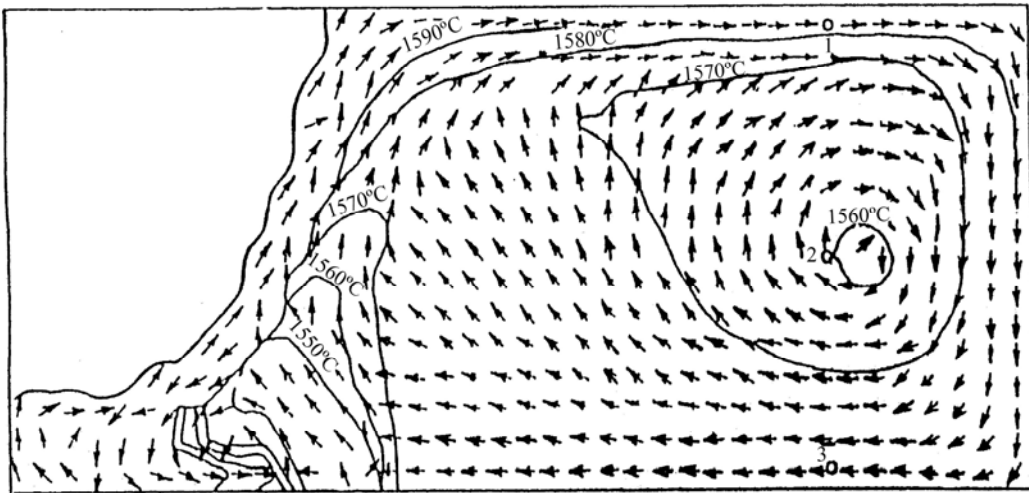


Рис. 1.5. Теплофізичні поля в об'ємі 160-т конвертора при комбінованому продуванні через 12 хвилин після її початку

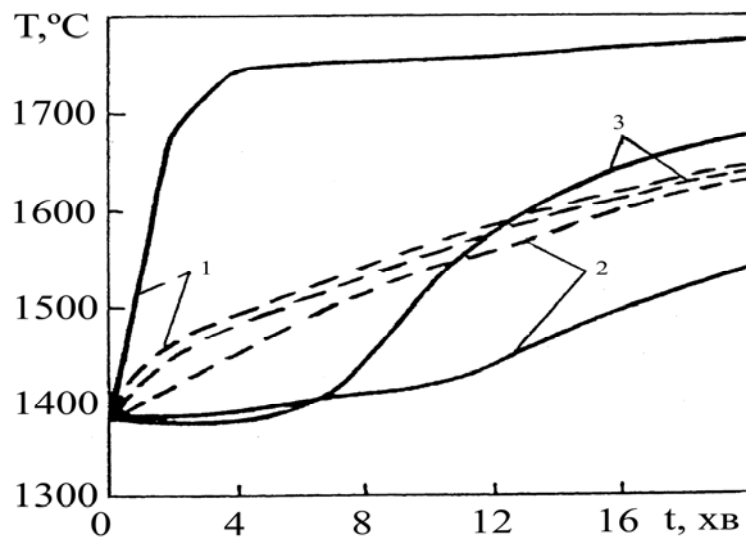


Рис. 1.6. Динаміка нагрівання металу у виділених точках 160-т конвертора: (суцільні лінії — при верхньому продуванні, пунктирні при комбінованому)

Для реального конвертора, на відміну від дослідного, через його геометричні параметри розшарування металу на два об'єми не утворюється і існує тільки один глобальний вихор, який обертається за годинниковою стрілкою. Не дивлячись на це, при верхньому продуванні різниця температур металу в різ-

них містах конвертора дуже значна і визначається, в основному, гідродинамікою розплаву.

В цьому випадку метал, який контактує з реакційною зоною, зразу ж попадає в верхні шари ванни, а потім вздовж стінок опускається до дна конвертора. Тоді практично на всьому продовженні плавки найменш нагрітим залишається розплав на середніх рівнях метала, особливо в центрі глобального тороїдального вихору, як видно із розташування ізотерм на рис. 1.3. Динаміку зміни температур по ходу плавки в трьох виділених точках, які відмічені на рис. 1.3, можна прослідити по графікам, які зображені на рис. 1.6 суцільними лініями.

У випадку комбінованого продування в глобальному тороїдальному вихорі інтенсивність руху метала значно зростає (рис. 1.4). В результаті цього центр вихору трохи зміщується вниз. Крім того, під реакційною зоною утворюється другий вихор, який обертається проти годинникової стрілки (в площині рисунка). На рис. 1.4 показано також лінії ізоконцентрації газової фази. Під дією потоків розплаву газ, який поступає із донних фурм, відхиляється в напрямку до реакційної зони. Поле температур із рис. 1.5 в цьому випадку більш однорідне по об'єму конвертора (приблизно на порядок), чим в попередньому випадку.

Про це свідчить також зображені на рис. 1.6 пунктирними лініями графіки змінних температур з часом в трьох помічених на рис. 1.5 точках.

Таким чином, на основі побудованої і перевіреної на адекватність математичної моделі гідродинамічних та теплофізичних процесів у конверторній ванні в період верхнього та комбінованого продування виконано чисельне моделювання, результати якого показують більшу на порядок однорідність температурного поля по об'єму конверторної ванни при комбінованому дутті по зрівнянню з верхнім.

## **Розділ 2**

# **ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МАСОПЕРЕНОСНИХ ПРОЦЕСІВ У КОНВЕРТОРНІЙ ВАННІ ПРИ ПРИСАДЦІ СИПУЧИХ ОХОЛОДЖУВАЧІВ**

Для відпрацювання режимів присадки сипучих охолоджувачів, що використовуються через дефіцит металевого лому, велику допомогу можуть принести результати попередніх чисельних досліджень їх динаміки засвоєння.

В даному розділі з використанням гідродинамічної та теплової обстановки у конверторі, яка була одержана в розділі 1 методом чисельного моделювання досліджуються процеси масопереносу окалини та обкатишів, а також результати їх плавлення в умовах верхнього та комбінованого продування.

### **2.1. Математична модель масопереносних процесів у конверторній ванні**

В роботі [3] був розроблений метод колективного описання руху часток в рідині, який можна використовувати для описання руху часток окалини та обкатишів. Для його застосування необхідно, щоб густини часток окалини або обкатишів в розплаві (їх кількість в одиничному об'ємі) були незначні (менше  $\approx 0,2$ ), що і припускається в подальшому. Ці умови відповідають реальним умовам плавки. В результаті цих припущень

рух часток, а також їх перетворення можуть розглядатися окремо для кожної частки, тобто вони не залежать від руху і перетворень інших часток, а рухаються лише під впливом розплаву. Вплив інших часток буде розглядатися через характеристики середовища в цілому. В цьому випадку нема необхідності слідкувати за кожною часткою окремо, достатньо прослідкувати за динамікою ансамблю дисперсних часток.

Тоді однією із основних характеристик такого ансамблю є об'ємна густина  $\beta$ -часток твердої дисперсної фази в розплаві. В кожний визначений момент часу просторовий розподіл часток ансамблю визначається середньою швидкістю твердої фази та ефективним коефіцієнтом дифузії. Відмітимо, що середня швидкість твердої фази характеризує конвективний перенос розподілу часток в просторі, а ефективний коефіцієнт дифузії характеризує динаміку розкидання часток турбулентними вихорами і іншими неоднорідностями течії.

На практиці частки фази  $\beta$  мають відносно невеликий розмір, який не перевищує 0,015 м. А це, в свою чергу, приводить до достатньо великого значення сили опору, яка виникає при переміщені часток у розплаві. В цьому випадку швидкістю часток відносно розплаву, тобто міжфазною швидкістю твердої ( $\beta$ ) і рідинної (розплаву) фаз можна знехтувати. Таким чином, дане припущення дозволяє звести гідродинамічну частину задачі до одношвидкісної. Це означає, що можна розглядати динаміку лише одного поля швидкостей середовища в цілому. З врахуванням першого припущення про малість об'ємної долі дисперсної фази, маємо можливість відщепити гідродинамічну частину задачі і використати результати гідродинамічного розрахунку, одержаного в розділі 1. Тоді на фоні гідродинамічних полів, які були одержані, можна вивчати тільки процеси масо-переносу, що і будемо робити далі..

В ході продування крім окалини або обкатишів у конвертор подаються також шлакоутворювальні — вапно і плавковий шпат. В роботі [10] методом чисельного моделювання детально вивчався процес утворення рафінованого шлаку із шлакоутворювальної суміші вапна і плавкового шпату у ковші. В даному розділі досліджується процес плавлення та усереднення результатів плавлення окалини і (або) обкатишів у конверторі, при цьому динаміка шлакоутворення не розглядається. Крім того, припускається відсутність механічного впливу на фазу  $\beta$  з боку шлакоутворювальних. Також припускається, що лише шлакоутворювальні присадки виявляють тепловий вплив в місті їх подачі за рахунок початкового прогріву кусків до температури розплаву і плавлення плавкового шпату. Теплом, яке пов'язане з дифузійним плавленням вапна в плавковому шпаті можна знехтувати. Тоді, все це разом і забезпечує можливість не розглядати динаміку шлакоутворення в контексті даної задачі.

Розглянемо ще рідинну фазу продуктів плавлення твердої домішкової фази  $\beta$ . Позначимо об'ємну густину її через  $\eta$ . В рамках розв'язку даної задачі не будемо цікавитися подальшим перетворенням фази  $\eta$  (такими, наприклад, як дисоціація оксидів заліза), а також детальною структурою фази  $\eta$ . Будемо вважати, що  $\eta$  це сума всіх без винятків продуктів плавлення фази  $\beta$ , а теплові ефекти взаємного перетворення компонентів фази  $\eta$  між собою ефективно враховуються теплом фазового перетворення.

Таким чином, масопереносні процеси, які вивчаються, за часом можна описати системою рівнянь [3]:

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\beta \vec{v}) = \vec{\nabla} \cdot (D_b \vec{\nabla} \beta) + \Phi \quad (2.1)$$

– рівняння переносу маси твердої фази та

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\eta \vec{v}) = \vec{\nabla} \cdot (D_h \vec{\nabla} \eta) - \frac{\rho_b^0}{\rho_h^0} \Phi \quad (2.2)$$

– рівняння переносу рідинної фази продуктів плавлення фази  $\beta$ , де  $\vec{v}$  — швидкість середовища в цілому (яка вважається відомою),  $D$  — коефіцієнт ефективної дифузії,  $\rho^0$  — істинні густини фаз (індекси  $b$  і  $h$  відносяться до фаз  $\beta$  і  $\eta$  відповідно),  $\Phi$  — об'ємне джерело твердої фази, яке визначає кінетику фазового перетворення.

Теплова сторона процесу, що розглядається, описується рівнянням:

$$C_e \frac{dT}{dt} = \vec{\nabla} \cdot (\lambda'_e \vec{\nabla} T) + L_e \frac{\rho_b^0}{\rho_0} \Phi + \theta, \quad (2.3)$$

де  $C_e$  — ефективна теплоємність середовища;  $\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T$  — субстанційна похідна від температури  $T$  середовища;  $\lambda'_e$  — ефективна теплопровідність середовища, яка поділена на середню густину середовища  $\rho_0$ ;  $L_e$  — ефективна питома теплота фазового перетворення, яка враховує, у відповідності з нашим припущенням, крім теплоти плавлення фази  $\beta$  також тепловий ефект від розчинення і хімічних реакцій фази  $\eta$ ;  $\theta$  — джерело, яке враховує тепловий вплив від введення шлакоутворювальних, причому:

$$\theta = [(C_b + \varphi C_c)(T_b^0 - T_p) + \varphi L_c] \psi, \quad (2.4)$$

де  $C_b$  і  $C_c$  — теплоємності твердого вапна і шпату;  $\varphi$  — доля шпату в шлакоутворювальних присадках;  $L_c$  — питома теплота плавлення шпату;  $T_b^0$  — початкова температура кусків шлакоутворювальних;  $T_p$  — температура розплаву;  $\psi$  — масове джерело шлакоутворювальних присадок в місті їх введення, яке дозволяє описати інтенсивність їх подачі.

В формулі (2.4), перший доданок в квадратних дужках враховує тепло, яке йде на нагрів шлакоутворювальних, що попадають у розплав, до температури розплаву. Другий доданок враховує тепло, яке йде на плавлення шпату.

Для замикання системи рівнянь необхідно визначитися з кінетикою фазових перетворень. Як вже було відмічено, в формули (2.1 — 2.3) входить об'ємне джерело твердої фази  $\Phi$ , що її визначає. Для конкретизації випадку обкатишів припустимо, що вони мають сферичну форму радіуса  $R$  і плавляться при температурі  $T_f$ . Тоді різницю між квазірівноважною температурою середовища  $T$  та температурою фазових перетворень  $T_f$  позначемо, як  $\Delta_f T = T - T_f$ . Ця різниця буде визначати ступінь відхилення середовища від рівноважного стану та швидкість перебігу фазового перетворення. Тоді кінетика фазового перетворення у випадку обкатишів (швидкість зменшення радіусу добавки), визначається співвідношенням [11]:

$$\frac{dR}{dt} = -K\Delta_f T. \quad (2.5)$$

Для всього об'єму  $V$  будемо мати:

$$\frac{dV}{dt} = -\sqrt[3]{48\pi^2} V^{1/3} K\Delta_f T,$$

тобто,

$$\frac{dV}{dt} = -\sqrt[3]{3(4\pi^2)} V^{1/3} K\Delta_f T. \quad (2.6)$$

В цьому випадку кінетичний коефіцієнт  $K$  виражається через теплофізичні характеристики твердої частки  $L$ ,  $\rho_b^0$  і коефіцієнт тепловіддачі від часток до розплаву  $a_T$  формулою:

$$K = a_T / (L\rho_b^0). \quad (2.7)$$

Враховуючи наступне співвідношення:

$$a_T = Nu\lambda_e/(2R), \quad (2.8)$$

одержимо

$$K = Nu\lambda_e/(2RL\rho_b^0). \quad (2.9)$$

Критерій  $Nu$  в нашому випадку може бути розрахований за формулою [12]:

$$Nu = \sqrt{\left(2 + 0,386(\text{Re } P_r)^{1/2}\right)^2 + \left(2 + 0,45(G_r P_r)^{1/2}\right)^2},$$

де  $Nu$ ,  $\text{Re}$ ,  $P_r$  та  $G_r$  — числа Нуссельта, Рейнольдса, Прандтля та Грасгофа.

Припустимо, що в одиничному об'ємі знаходиться  $N$  часток твердої фази, тоді підсумовуючи по всім часткам, які знаходяться в одиничному об'ємі, рівняння (2.6) і, враховуючи, що  $\beta = NV$ , одержуємо:

$$\frac{d\beta}{dt} = \Phi = -K'\beta^{1/3} \Delta_f T, \quad (2.5)$$

$$K' = \sqrt[3]{3(4\pi N)^2} Nu\lambda_e/2L\rho_b^0. \quad (2.6)$$

Критерій  $Nu$  будемо підбирати в чисельних експериментах. Це пов'язано з тим, що частки окалини мають нерегулярну форму і, в основному, складаються із плоских порівняльно малих (1—2 мм і менше) пластинок з гострими ламаними краями і дуже різноманітними фракційним складом.

Для рівнянь (2.1) і (2.2) на всіх границях розрахункової області граничні умови вибираються умовами непротікання фаз  $\beta$  і  $\eta$ . Як уже відмічалось подача фази  $\beta$  в розплав ефективно враховується джерелом  $\Phi$ . Для рівняння (2.3) крайові умови вибираються умовами другого роду:

$$\vec{n} \cdot \vec{\nabla} T|_S = q/\lambda, \quad (2.7)$$



причому у випадку наявності теплоізолюючого шлакового шару,  $q = 0$ .

Поставлена задача розв'язується чисельно по явній різницевій схемі з використанням апроксимаційних доданків для ефективних коефіцієнтів дифузії і теплопровідності.

## **2.2. Аналіз одержаних результатів**

Алгоритм розрахунку масопереносу окалини та обкатишів у конверторній ванні при комбінованому продуванні реалізований у вигляді пакету програм, розроблених у інтегрованому середовищі Borland Delphi 7.0.

Динаміка плавлення і усереднення добавок (обкатишів і окалини) досліджувалася при різній їх кількості (в межах 800 — 4800 кг, тобто 5—30 кг на тону якісного металу), розташуванню і часу введення добавок. При визначенні джерела  $\Phi$  фази  $\beta$  з цією метою була передбачена можливість розподілу фази  $\beta$  по радіусу  $R$  при введенні в інтервал  $\Delta R$ . Прийнято, що час введення добавок складає від 30 до 40 с. Практика висипання добавок в область реакційної зони дії кисневих струменів на ванну є звичайною. Приведені в подальшому результати розрахунків відповідають саме цьому випадку. Прийнято, що  $\Delta R$  складає 0,4 м і зона, куди попадають добавки, починається на довжині 0,2 м від вісі симетрії конвертора. На всіх представлених в подальшому рисунках стрілки вказують напрямок руху розплаву, а криві — лінії ізоконцентрації фази  $\beta$  (суцільні лінії) і фази  $\eta$  (перервні лінії).

Рис. 2.1—2.3 відносяться до випадку верхнього продування, а рис. 2.4—2.5 — до комбінованого. Гідродинамічна обстановка у конверторі, як уже відмічалось, взята із попереднього розділу.

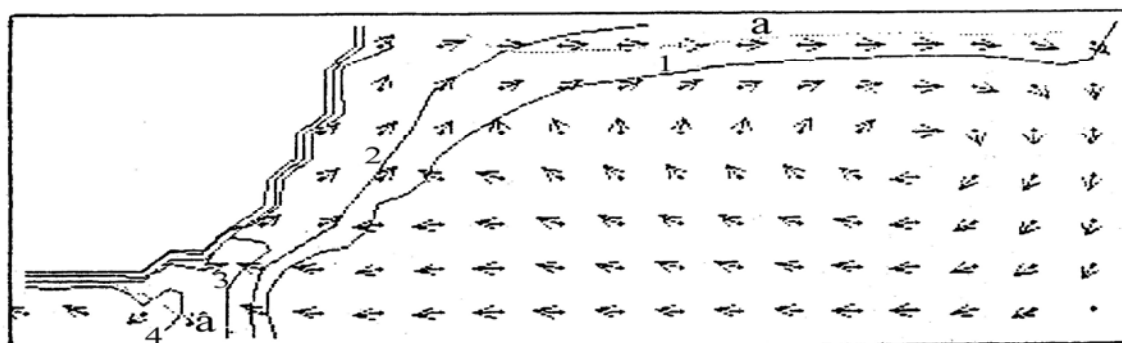
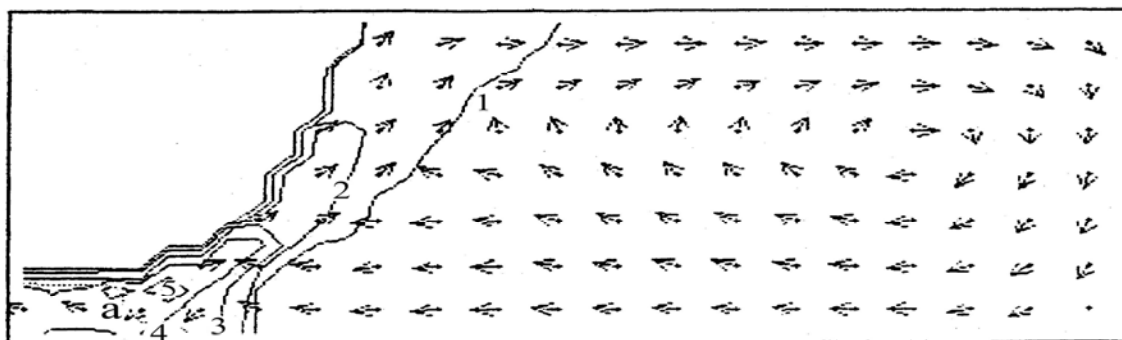


Рис. 2.1. Поля концентрацій фаз  $\beta$  і  $\eta$  в період подачі обкатишів:  
а) через 20 с після початку подачі; б) через 40 с

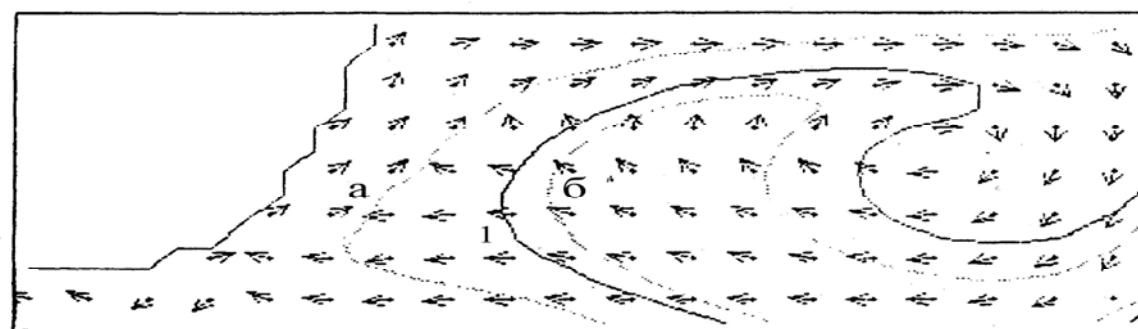
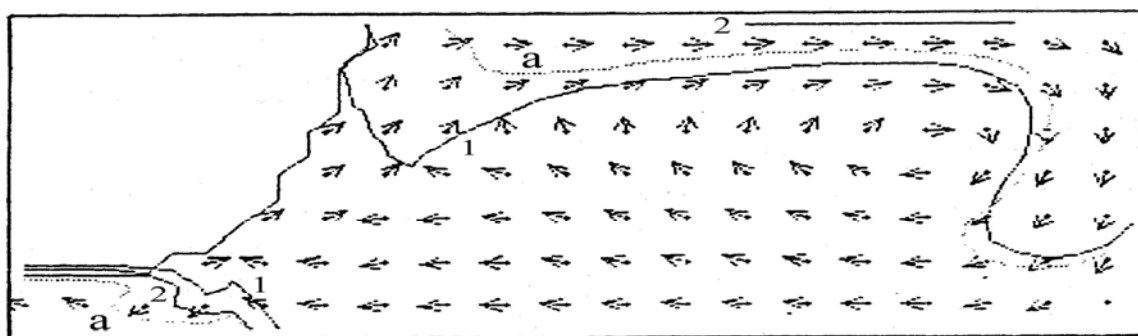


Рис. 2.2. Поля концентрацій фаз  $\beta$  і  $\eta$  після закінчення подачі  
обкатишів через: а) 60 хв; б) 110 хв після початку подачі

На рис. 2.1 показані поля  $\beta$  і  $\eta$  в період подачі обкатишів: а) через 20 с після початку подачі і б) через 40 с (практично перед самим завершенням). Стрілки вказують напрямки швидкостей, лінії — ізолінії фаз  $\beta$ : 1) – 0,05; 2) – 0,2; 3) – 1; 4) – 4; 5) – 6 % та  $\eta$ : а) –  $5 \cdot 10^{-4}$  %. Як видно із рис. 2.1, попадаючи у конвертор, обкатиші захоплюються потоками розплаву, які рухаються вздовж реакційної зони вгору, а також захоплюються у вихор, який обертається під реакційною зоною. Це визначає розподіл фази  $\beta$  в цей період. Одночасно з рознесенням фази  $\beta$  протікає її плавлення, а в результаті цього утворюється фаза  $\eta$ . На рис. 2.1,а з'являється ізолінія концентрації фази  $\eta$  в нижній частині конвертора (під реакційною зоною), там процес плавлення проходить найбільш інтенсивно, а на рис. 2.1,б уже і в верхній частині.

Після того, як подача обкатишів завершена (рис. 2.1) лінії — ізолінії фаз  $\beta$ : 1) – 0,05; 2) – 0,2 % та  $\eta$ : а) –  $5 \cdot 10^{-4}$  %; б) –  $2 \cdot 10^{-4}$  %, вони розподіляються на дві частини. Перша захоплюється у глобальний вихор і розташовується по всьому об'єму конвертора, а друга, навпаки, залишається в районі дії локального вихору під реакційною зоною. Плавлення фази  $\beta$  приводить до двох випадків. По-перше, йде зменшення її кількості. Так до 110 с (рис. 2.2,б) вона взагалі пропадає із області під реакційною зоною. А, по-друге, кількість фази  $\eta$  зростає і вона займає все більший об'єм.

На рис. 2.3 лінії — ізолінії фаз  $\beta$ : 1) – 0,05; 2) – 5 % та фази  $\eta$ : а) –  $5 \cdot 10^{-4}$  %; б) – 0,05 %, при подачі окалини, картина масопереносних процесів дещо інша. Окалина має практично на порядок менші характерні розміри. Із-за цього її плавлення проходить значно швидше і проходить практично в області її по-

дачі — помітні кількості окалин не встигають розповсюджуватися потоками розплаву. На рис. 2.3,а вже на 20 с після початку подачі з'являються ізолінії фази  $\eta$ , яка розповсюджується від місця плавлення фази  $\beta$  по об'єму конвертора потоками розплаву, які сходять у реакційній зоні. Ці потоки в подальшому створюють глобальний вихор. Після закінчення подачі окалин (рис. 2.3,б) її залишки достатньо швидко розплавляються і починається етап звичайного масопереносу фази  $\eta$  по об'єму конвертора.

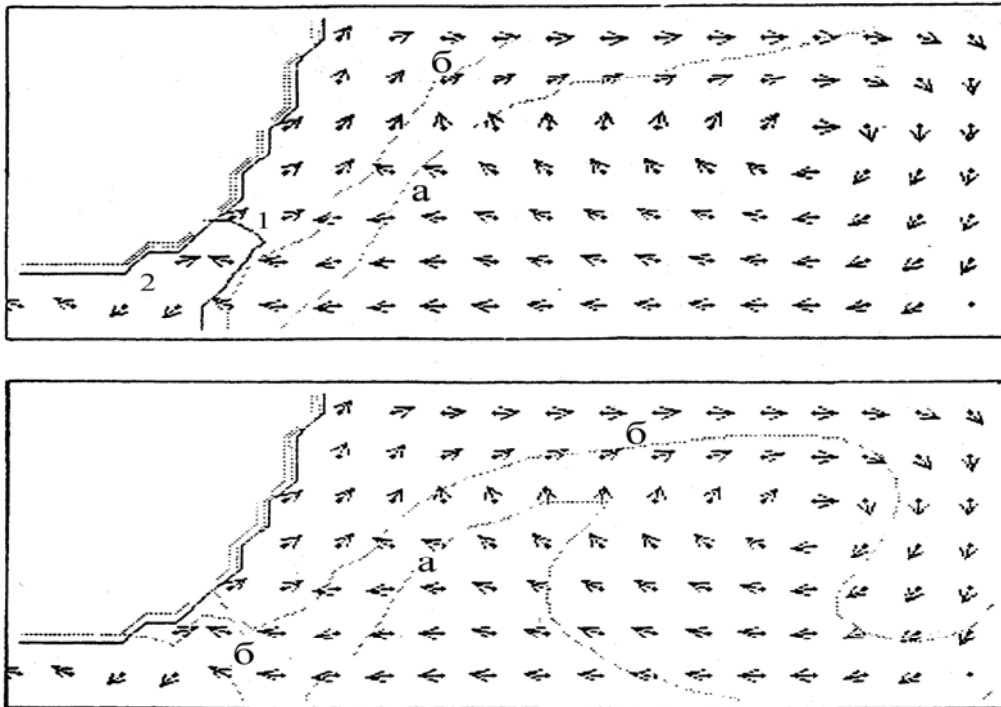


Рис. 2.3. Поля концентрацій фаз  $\beta$  і  $\eta$  в період подачі окалин:  
 а) і після її завершення; б) при верхньому продуванні через —  
 а) 20 та б) 110 хв після початку подачі

Більш інтенсивним характером руху розплаву, а також тим фактом, що в зоні подачі газу концентрації всіх домішкових фаз звичайно нижче, визначається різниця динаміки масопереносу в конверторі у випадку комбінованого продування. При подачі обкатишів в результаті інтенсивності руху розплаву

(рис. 2.4) лінії — ізолінії фаз  $\beta$ : 1) – 0,05; 2) – 0,2; 3) – 1 % та фази  $\eta$ : а) –  $5 \cdot 10^{-4}$  %; б) –  $10^{-3}$  %, вони швидко розносяться по всьому об'єму конвертора, де і плавляться. В результаті цього фаза  $\eta$  утворюється майже рівномірно по всьому об'єму. А це і пояснюється відсутністю її ізоліній на рис. 2.4,а (на відміну від рис. 2.1,а) — у випадку комбінованого продування вона спочатку більш рівномірно розподілена, чим у випадку верхнього продування.

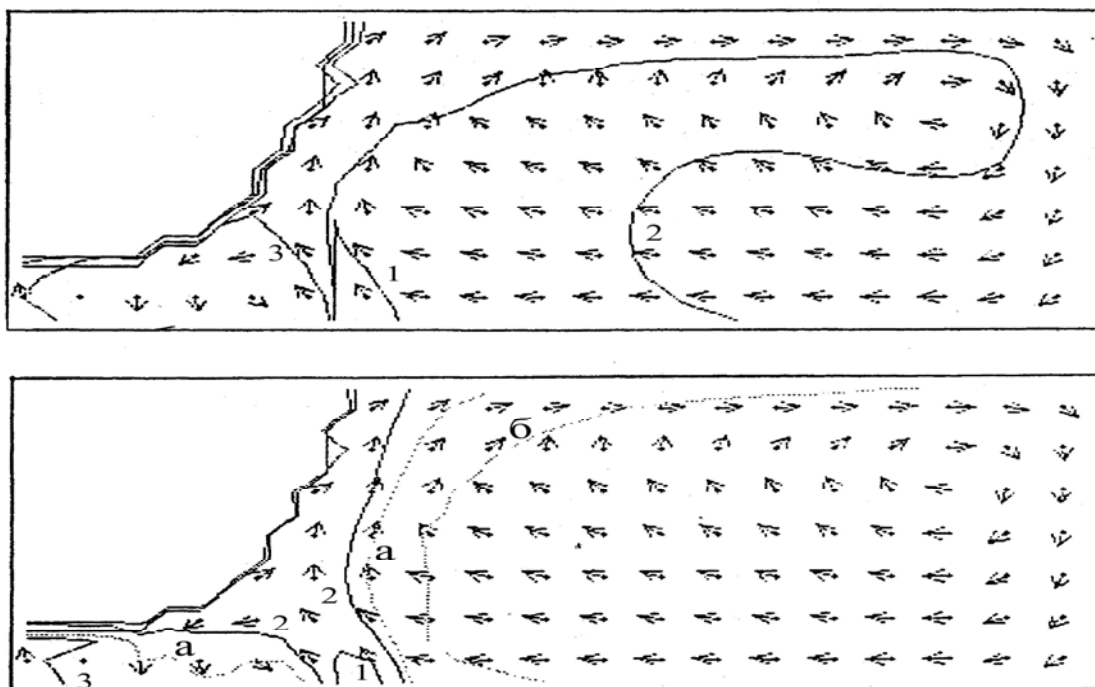


Рис. 2.4. Поля концентрацій фаз  $\beta$  і  $\eta$  в період подачі обкатишів:  
а) і після її завершення; б) при комбінованому продуванні через —  
а) 20 та б) 100 хв після початку подачі

На рис. 2.5 ) лінії — ізолінії фаз  $\beta$ : 1) – 0,05; 2) – 0,5 % та фази  $\eta$ : а) – 0,05; б) – 0,5 %, видно, що більш інтенсивний рух розплаву при комбінованому продуванні у випадку подачі окалини приводить до того, що і окалина, не дивлячись на своє

швидке плавлення, плавиться не тільки в області її введення і залишається в рідкому стані, а і встигає рознестися на дуже значну довжину вздовж реакційної зони.

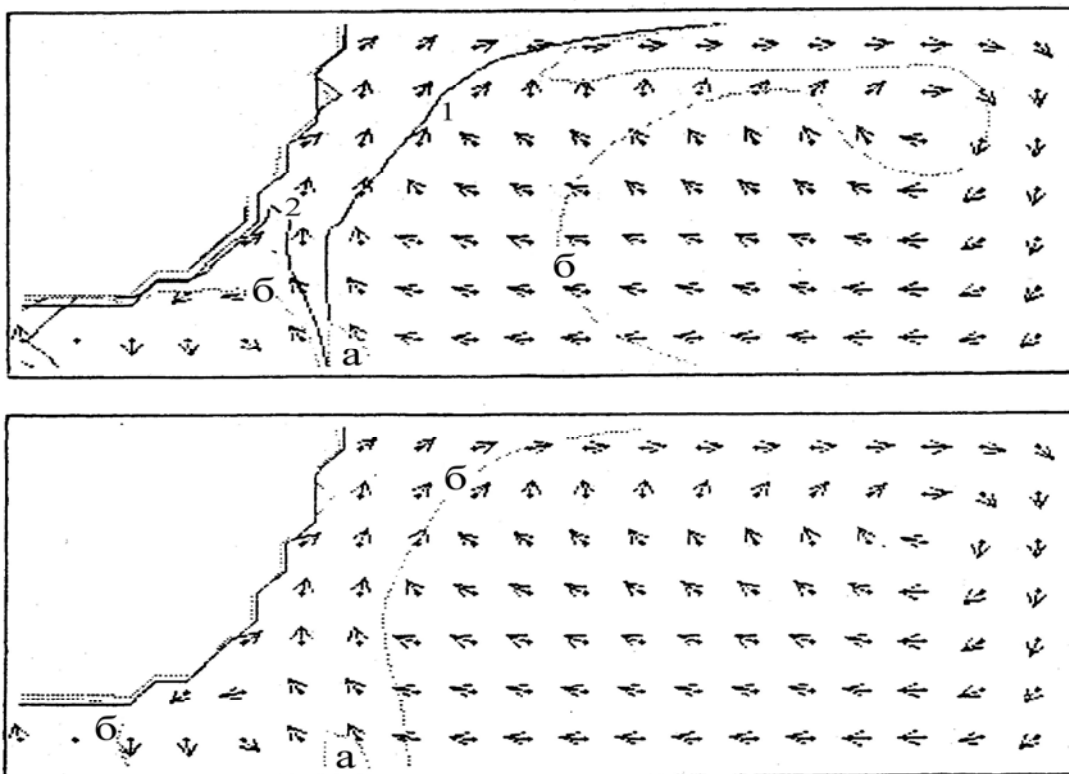


Рис. 2.5. Поля концентрацій фаз  $\beta$  і  $\eta$  в період подачі окалини:  
а) і після її завершення; б) при комбінованому продуванні через —  
а) 20 та б) 80 хв після початку подачі

Після закінчення подачі окалини вона, як і при верхньому продуванні, швидко переходить в фазу  $\eta$ , хоча в цьому випадку і розподілена по об'єму конвертора значно більш рівномірно (рис. 2.5,б).

## **Розділ 3**

# **ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГАЗОВМІЩЕННЯ В УМОВАХ ВЕРХНЬОГО ПРОДУВАННЯ В ШЛАКОВІЙ ФАЗІ КОНВЕРТОРА**

В даному розділі побудована математична модель гідродинаміки газо-шлако-металевого середовища у кисневому конверті в умовах верхнього продування з врахуванням зон з великими газовміщеннями, розташування яких визначається на основі експериментальної інформації.

В роботі [13] на основі експериментальних досліджень було визначено характер руху циркуляційних потоків та газових пазирів в металевій та шлаковій фазах та існування на поверхні розплаву зон інтенсивного виходу газу з коефіцієнтом газовміщення близьким до одиниці.

В основі даного розділу лежить узагальнена математична модель гідродинамічних процесів у шлаковій та металевій фазах в об'ємі конверторної ванни при верхньому продуванні [14] з вдосконаленнями, зробленими в роботі [15]. Але на відміну від попередніх моделей дана модель враховує наявність зон з великим газовміщенням, розташування яких визначається з використанням експериментальної інформації. Ці зони явно виділяються і не включаються в розрахункову область. Багатофазне середовище в сталеплавильному конверторі вважається стисливим.

### 3.1. Математична постановка задачі

Опис динаміки середовища, як і в розділі 1, зводиться до системи рівнянь (1.1 — 1.6).

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = R(\vec{v}, \alpha) - \vec{\nabla} \tilde{p}, \quad (1.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \Phi(\vec{v}, \alpha) \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{v}) + \Phi(\vec{v}, \alpha). \quad (1.3)$$

$$R(\vec{v}, \alpha) = -(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} + \nu_e \Delta \vec{v} + (1 - \alpha) \vec{g}, \quad (1.4)$$

$$\Phi(\vec{v}, \alpha) = \psi - \alpha \frac{d'(\ln \rho')}{dt} - \vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{w}), \quad (1.5)$$

$$\Phi(\vec{v}, \alpha) = \psi - \alpha \xi \rho_0 \vec{g}(\vec{v} + \vec{w}) - \vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{w}). \quad (1.6)$$

Для чисельного розв'язку задачі використовується метод розщеплення за фізичними факторами. Завдяки тому, що верхня фурма розташовується по осі симетрії конвертора (рис. 3.1.), задача може бути розв'язана в циліндрично-симетричній постановці. Поставлену задачу будемо розв'язувати в двовимірній постановці, як і у розділі 1.

Граничні умови задаються відповідно умовам задачі: на твердих поверхнях, вільній поверхні і вісі симетрії для  $\vec{v}$  вибираються умови вільного ковзання. Для коефіцієнта газозміщення на твердих поверхнях і осі симетрії приймемо умови непротікання, на вільній поверхні і осі симетрії — умови вільного протікання.



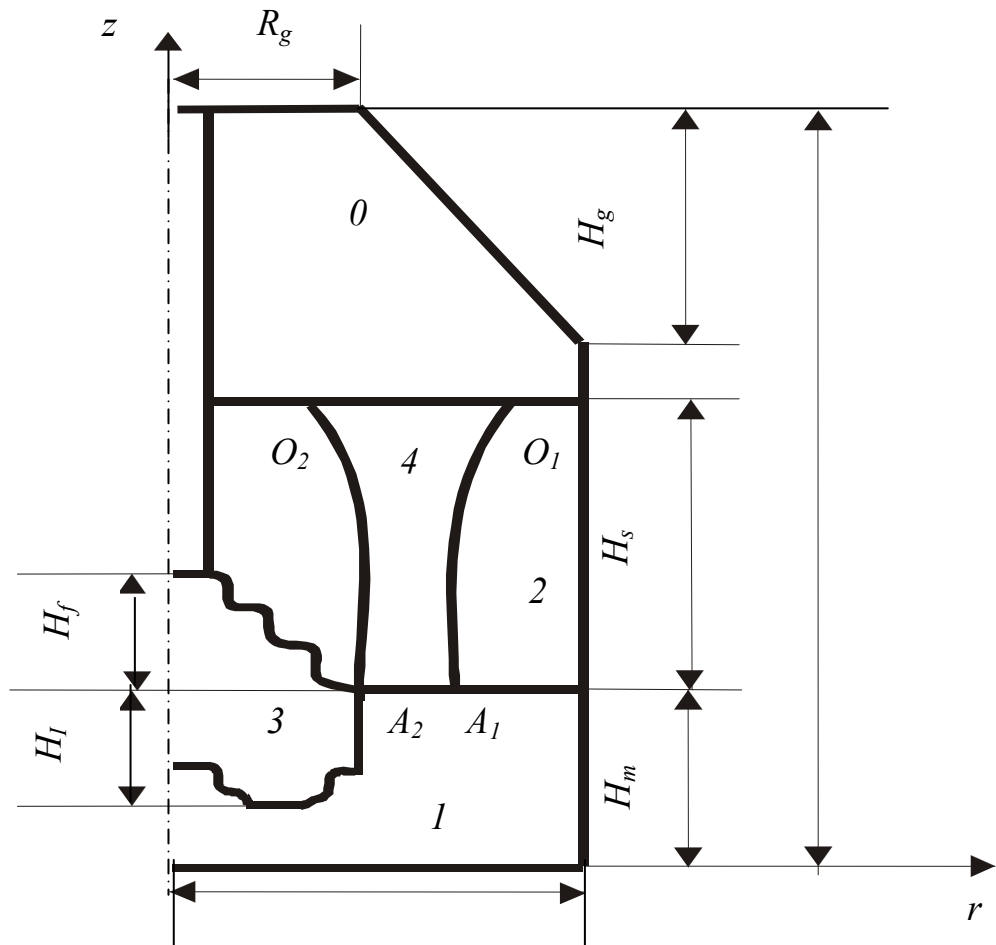


Рис. 3.1. Розрахункова область: 0 — газова область; 1 — металева область; 2 — шлакова область; 3 — реакційна зона; 4 — зона з великим газовміщенням

Врахуємо, що в прифурменій області діє джерело газової фази

$$\Psi = \frac{q}{V_0} \frac{T_{met}}{273}, \quad (3.1)$$

де  $q$  — витрати газу через фурму;  $V_0$  — характерний об'єм;  $T_{met}$  — температура металу.

Границі зони з великим газовміщенням будемо визначати по параболічним законам  $y = ax^2 + bx + c$ , коефіцієнти яких знаходяться при розв'язанні відповідних систем лінійних алге-

браїчних рівнянь. Зокрема, для параболи  $OA_1$ , що визначає праву границю зони (див. рис. 3.1), в чисельних розрахунках коефіцієнти вибираються наступним чином

$$a = - \frac{H_{\text{шл}} - c}{\beta^2},$$

$$b = \frac{2}{\beta}(H_{\text{шл}} - c), \quad (3.2)$$

$$c = \frac{H_{\text{мет}} + H_{\text{шл}}/\beta \cdot ((R_{\text{р.з.}} - 1,5)/\beta - 2)}{((R_{\text{р.з.}} - 1,5)/\beta)^2 - 2(R_{\text{р.з.}} - 1,5)/\beta + 1},$$

а для параболи  $OA_2$ , що визначає ліву границю зони (див. рис 3.1):

$$a = -\lambda/(H_{\text{шл}} - H_{\text{мет}} - \gamma)^2,$$

$$b = 2\lambda(H_{\text{мет}} + \gamma)/(H_{\text{шл}} - H_{\text{мет}} - \gamma)^2, \quad (3.3)$$

$$c = 5\beta - ((H_{\text{мет}} + \gamma)^2 \cdot \lambda)/(H_{\text{шл}} - H_{\text{мет}} - \gamma)^2,$$

де  $H_{\text{шл}}$  — висота шлаку,  $H_{\text{мет}}$  — висота металу,  $R_{\text{р.з.}}$  — радіус реакційної зони,  $\lambda$  — відстань від осі симетрії конвертора до точки  $O_1$  на поверхні шлаку,  $\beta, \gamma$  — масштабні коефіцієнти за радіусом та висотою відповідно.

Припускається, що межа розділу рідкометалевої та газошлакової зон фіксована і визначається рівнем металу в конверторі та формою реакційної зони, яка задається наступним параболічним законом:

$$(z - h_f)\cos\varphi - r\sin\varphi = a \left[ \begin{array}{l} r^2 \cos^2\varphi + r(z - h_f)\sin 2\varphi \\ + (z - h_f)\sin^2\varphi \end{array} \right] - h, \quad (3.4)$$

де  $\varphi$  — кут між віссю факела та вертикаллю;  $h_f$  — відстань від днища конвертора до фурми;  $h, a$  — відповідно глибина та ши-

рина реакційної зони (задаються за допомогою емпіричних закономірностей);  $r$  і  $z$  — радіальна та відповідно вертикальна координати.

В зоні з великим газовміщенням граничні умови задамо з врахуванням умови балансу. Тобто, для комірки з номером  $[i, k]$  будуть справедливі наступні співвідношення:

$$\alpha_{i,k} = \alpha_{\text{заг}} / K,$$
$$w_{i,k} = Q / S_k, \quad (3.5)$$

де  $\alpha_{\text{заг}}$  — загальна кількість газу на  $k$ -му шарі в четвертій зоні;  $K$  — кількість комірок, що приходить на четверту зону на  $k$ -му шарі;  $S_k$  — площа  $k$ -го шару в циліндричному випадку,  $Q$  — характерні витрати.

Різницевий аналог розрахункової схеми будується аналогічним чином, як і в розділі 1.

### 3.2. Аналіз результатів розрахунку

Алгоритм розрахунку чисельного моделювання газовміщення в умовах верхнього продування в шлаковій фазі конвертора реалізований у вигляді пакету програм, розроблених у інтегрованому середовищі Borland Delphi.

Геометричні параметри конвертора, позначені на рис 3.1, в чисельних розрахунках вибиралися таким чином: висота конвертора  $H = 5,6$  м, радіус конвертора  $R = 1,5$  м, радіус горловини  $R_g = 1,0$  м, висота конічної частини конвертора  $H_g = 4,8$  м, рівень металу в конверторі  $H_m = 1,0$  м, рівень шлаку над поверхнею металу  $H_{\text{ш}} = 2,0$  м, висота фурми над поверхнею металу

$H_f = 1,0$  м, глибина реакційної зони  $H_l = 0,8$  м, кут нахилу сопел фурми складає  $17^\circ$ . В чисельних розрахунках вважалося, що інтенсивність дуття кисню через фурму  $q = 25$  м<sup>3</sup>/хв, а колективна швидкість газової фази відносно розплаву  $w^c$  — 0,5 м/с [16].

В чисельних експериментах вар'їрувалась кількість газу  $\alpha_{\text{заг}}$ , що накопичується для формування зони 4, яка вилучалася з розрахункової області.

Результати тестових розрахунків були отримані для окремого моменту часу від початку “продувки”, що складав 5,0 с. Розглянутий момент вибирався, користуючись наступними міркуваннями: проведення розрахунків для всього періоду конверторної плавки вимагає великих затрат машинного часу, в той же час картина течій розвивається та змінюється саме протягом перших 5—8 с, а в подальшому гідродинаміка середовища (в рамках моделі) стабілізується.

Отже, результати тестових розрахунків, що ілюструють характер руху в об'ємі конвертора для різного значення  $\alpha_{\text{заг}}$ , представлені на рис. 3.2. На рисунку зображені також ізолінії концентрації газової фази, які дозволяють слідкувати за її розподілом всередині конвертора.

Як видно з рисунків, в цілому розплав рухається у єдиному глобальному вихорі. В об'ємі розплава метала під дією газових потоків в реакційній зоні утворюється в цілому в правій половині осьового перерізу вихровий рух за годинниковою стрілкою. Під реакційною зоною утворюється додатковий вихор в тому ж напрямку. В двох останніх випадках в районі стінки конвертора на межі металевої і шлакової фаз утворюється маленький нестационарний вихор проти годинникової стрілки. Очевидно, це умовлено більшими значеннями швидкостей в районі даної межі і тому при  $\alpha_{\text{заг}} = 70\%$  один вихор торкається іншого.

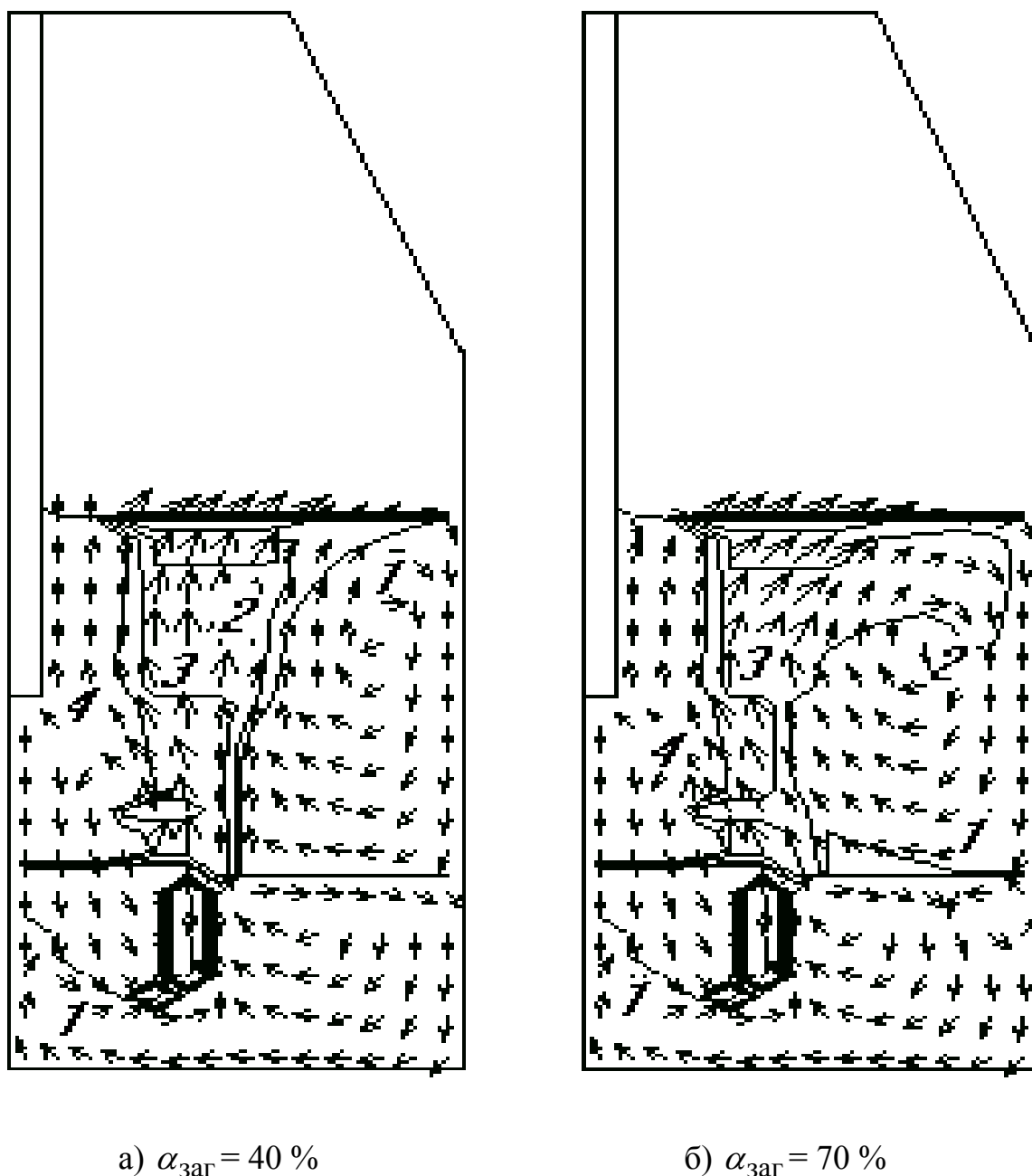


Рис. 3.2. Поля напрямків швидкостей шлакової та металеві фаз та ізолінії концентрацій газової фази в об'ємі конвертора (1 — 0,15; 2 — 0,2; 3 — 0,3; 4 — 0,4)

Газошлакове середовище під впливом об'ємів газу, які рухаються вгору по четвертій зоні, зтягується в вихоревидний в цілому рух (за годинниковою стрілкою), центр якого знаходиться в правій верхній частині осевого перерізу конвертора. Крім того, розрахунки виявили ефекти зтягування потоків в

газовий струмінь в районі четвертої зони, в результаті чого тут утворюється невеликий вихор, який обертається проти годинникової стрілки, що характерно для такого роду задач.

Загальним в розглянутих випадках є те, що існує інтенсивний потік газошлакових об'ємів від реакційної зони до поверхні шлаку, це зумовлено рухом газу, який виділяється в реакційній зоні і направлений в район четвертої зони. Рухаючись, він затягує і шлак, який у вільній поверхні утворює вихор, направлений за годинниковою стрілкою.

Істотний вміст газу у металі спостерігається тільки в області, що знаходиться біля реакційної зони, де значення  $\alpha$  перевищує 0,4 в усіх випадках. В подальшому при спливанні газу його концентрація падає через прискорення потоків газошлакового середовища і надходження в прифурмений потік завдяки впливу глобального газошлакового вихору. При спливанні газова фаза розширюється, завдяки чому її відносний об'єм збільшується. У шлаку відносно рівномірно газ розподіляється по висоті в районі межі виділеної четвертої зони як справа, так і зліва. Газ попадає у газошлакове середовище практично на всьому шляху руху потоку до вільної поверхні, хоча деяка його частина затягується у глобальний вихор. Але при збільшенні значення  $\alpha_{\text{заг}}$  газ більше захоплюється глобальним вихором і розповсюджується вздовж стінки конвертора. Найбільша концентрація газової фази має місце в реакційній зоні, що зумовлено струменем і газовими об'ємами, які виникають в реакційній зоні.

Уявлення про характер руху газової, шлакової та металевої фаз в конверторі з продувкою може дати розгляд радіальних розподілів різних компонент швидкостей фаз на різних розрахункових шарах. Спільне використання цих розподілів дозволяє визначити модуль та напрямок швидкості в довільній частині конвертора.

На рис. 3.3—3.5 наведені результати розрахунку вертикальних компонент швидкостей середовища по висоті конвертора для трьох розрахункових шарів на різній відстані від його осі при  $\alpha_{\text{заг}} = 40\%$  та  $\alpha_{\text{заг}} = 70\%$ . Границя металевої та газошлакової областей показана горизонтальною суцільною лінією. Ці розподіли доповнюють поля напрямків на рис. 3.2 кількісно. Співставлення рис. 3.3 — 3.5 дозволяють уточнити характерні деталі явища, що моделюється. Так, наприклад, зміна положення границі розділу газошлакової та металічної фаз на рис. 3.3 — 3.5 зумовлено тим, що перший циліндричний шар (рис. 3.3) попадає на область реакційної зони, другий (рис. 3.4) — на зону з великим газовміщенням, а третій (рис. 3.5) — на газошлакометалеву зону. Крім того, велика відмінність модуля швидкості для різних фаз зумовлена відповідними відмінностями густини й в'язкостей цих фаз.

Практично повна відсутність модуля швидкості металевої фази на рис. 3.3 — 3.4 відповідає локальному вихору, який утворюється під реакційною зоною та зоною високого газовміщення та який можна побачити на рис. 3.2. Максимальне значення модуля швидкості металевої фази дорівнює, як видно з рис. 3.5, приблизно 0,15 м/с.

Для газошлакової області значення швидкості досягають 8 м/с — для циліндричного шара, який попадає в реакційну зону, 18 м/с — для циліндричного шара, який попадає в зону високого газовміщення, 3 м/с — для шару поза цих зон.

Якщо порівнювати рисунки для окремих  $\alpha_{\text{заг}} = 40\%$  та  $\alpha_{\text{заг}} = 70\%$ , то видно, що в другому випадку значення швидкостей більш нерівномірні і досягають більш великих значень. Крім того, на рис. 3.5 на границі метал-шлак спостерігається їх різкий скачок, що відповідає зображеному на рис. 3.2 вихору.

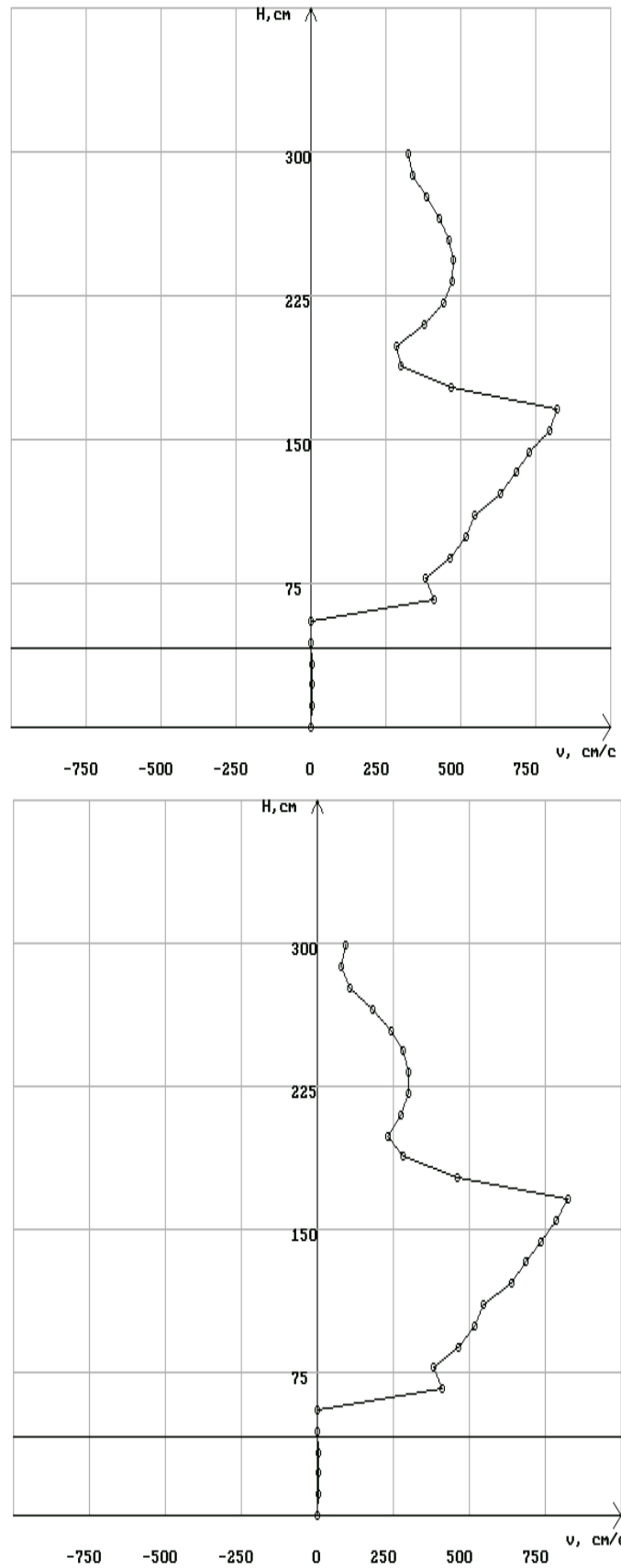


Рис. 3.3. Вертикальні розподіли модуля швидкості середовища на відстані 0,22 радіуса конвертора від осі конвертора



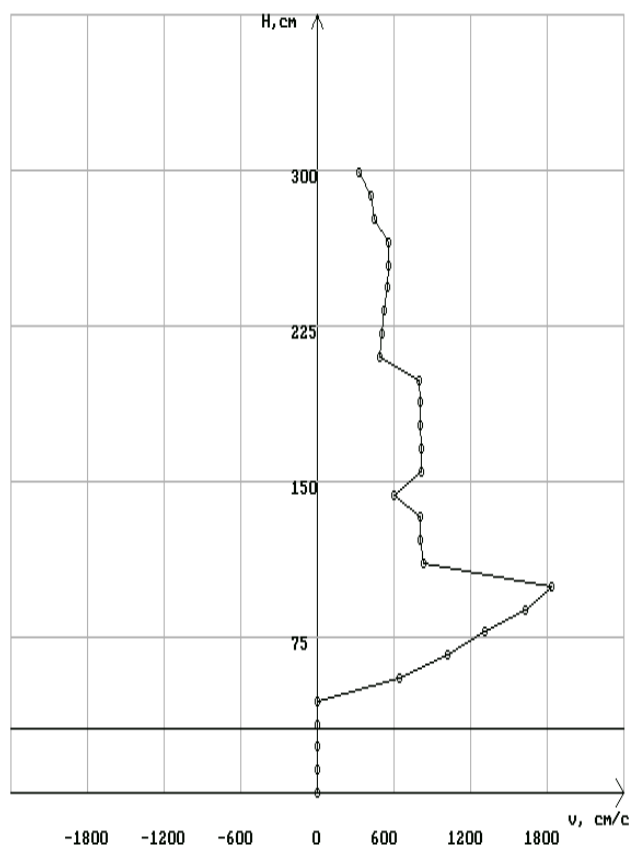
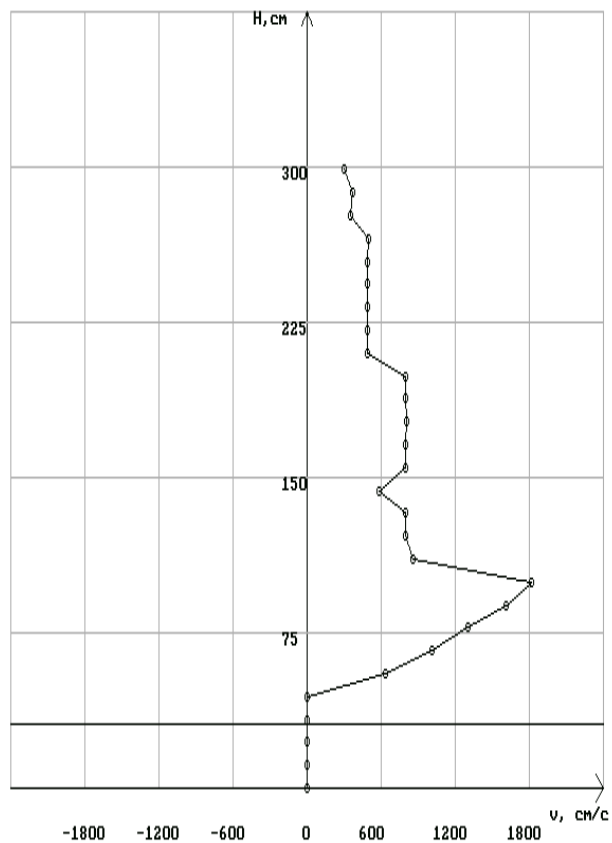


Рис. 3.4. Вертикальні розподіли модуля швидкості середовища на відстані 0,5 радіуса конвертора від осі конвертора

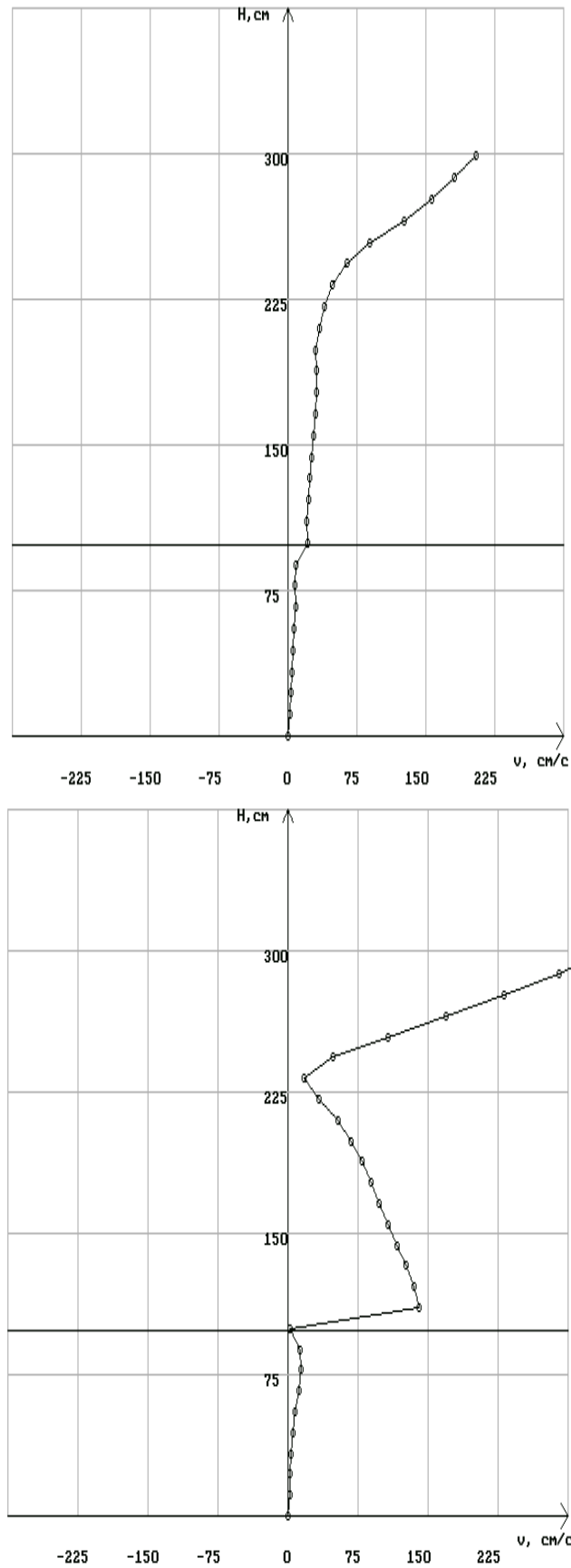


Рис. 3.5. Вертикальні розподіли модуля швидкості середовища на відстані 0,9 радіуса конвертора від осі конвертора

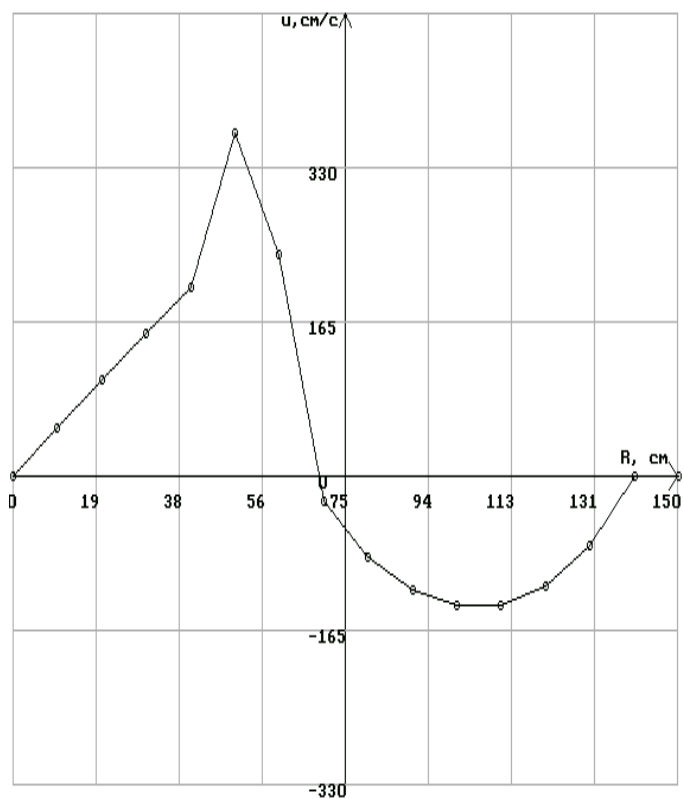
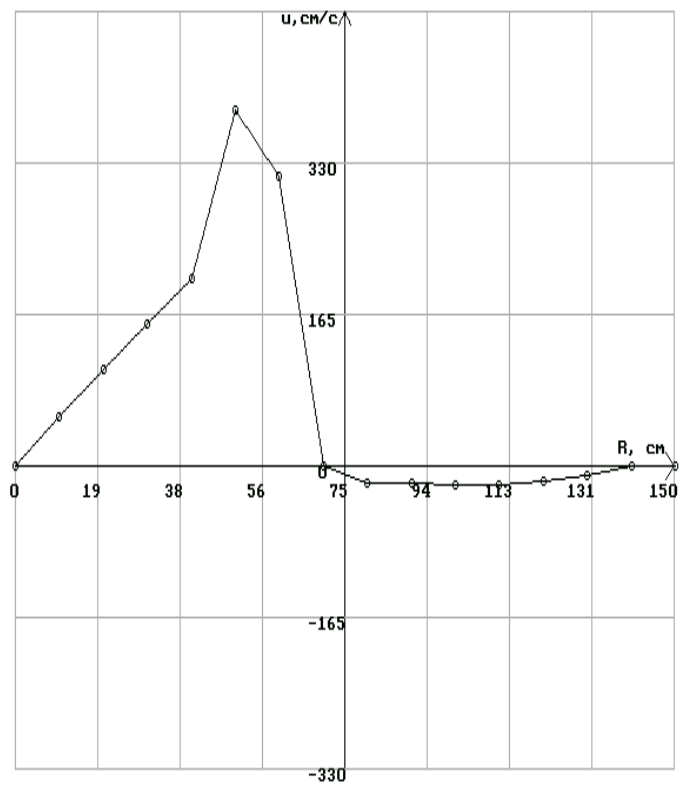


Рис. 3.6. Розподіл радіальних компонент швидкості середовища по радіусу на границі метал-шлак для а)  $\alpha_{zag} = 40\%$ , б)  $\alpha_{zag} = 70\%$

Порівнюючи рис. 3.4 — 3.5, можна побачити, що ліві частини наведених графіків мають приблизно однаковий характер, а праві значно відрізняються. Це зумовлено наявністю вихору біля стінки конвертора на границі метал-шлак (див. рис. 3.2,б).

На рис. 3.6 наведені результати розрахунку горизонтальних розподілів радіальних компонент швидкості для циліндричного шару, який знаходиться на границі метал-шлак, для а)  $\alpha_{\text{заг}} = 40\%$ ; б)  $\alpha_{\text{заг}} = 70\%$ . Графіки дозволяють судити про значення радіальних швидкостей окремих фаз в процесі продувки. Як видно з рисунків, максимальне значення модуля радіальних швидкостей в реакційній зоні досягає 3,7 м/с, а на границі шлак-метал — 1,45 м/с.

Таким чином, як свідчать результати чисельного експерименту даної моделі, рух металеві та газошлакової фаз за час конверторної плавки має достатньо складний вихоревидний характер.

Одержані результати якісно правильно відображають картину руху метало-газо-шлакового середовища в об'ємі конвертора. Кількісна адекватність може бути встановлена при проведенні лабораторних експериментів.

## **Розділ 4**

### **МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ТА ТЕПЛОМАСОПЕРЕНОСНИХ ПРОЦЕСІВ У СТАЛЕРОЗЛИВНОМУ КОВШІ ПІД ЧАС НАПОВНЕННЯ ТА ПРОДУВАННЯ**

В даному розділі розглядаються задачі вивчення гідродинамічних та теплофізичних процесів у газорідних середовищах, які виникають при вдосконаленні технологій виробництва сталі на етапі ківшової обробки, зокрема, при мікролегуванні розплаву.

В ємності при розливі сталі гідродинаміка розплаву визначається характером потоку рідини при вільному падінні струменя [17]. Саме тоді йде захоплення повітря струменем металу. Слід відмітити, що повітря, яке потрапляє в об'єм розплаву під час наповнення сталерозливних ковшів, впливає не тільки кількісно, але й якісно на гідродинамічну картину руху розплаву. Фізичне моделювання процесу розливи свідчить про те, що при наповненні ємності доля газозахоплення струменем металу може досягти 50 % [18].

#### **4.1. Побудова математичної моделі**

Побудова даної математичної моделі враховує декілька факторів: повітря, яке захоплюється струменем металу при його переміщенні від випускного отвору конвертора [19, 20]; не-

симетричне розташування аргонної фурми у ковші; тривимірну конфігурацію граничних умов; ефективно-стисливий (несоленоїдальний) характер руху газорідного середовища [16]; нестационарне наповнення ковша напівпродуктом. Відмітимо, що при даному математичному моделюванні вважається, що в процесі випуску плавки струмінь металу із конвертора попадає в центр ковша.

При виборі основних рівнянь динаміки газорідного середовища припускається, по-перше, “вакуумне наближення” і не дуже великий коефіцієнт об’ємного газоміщення  $\alpha$ , а по друге, нехтування впливом теплових процесів на гідродинамічні, тобто,  $\rho' = \rho'(p)$ , де  $\rho'$  — густина газової фази,  $p$  — тиск. В цьому випадку основні рівняння динаміки газорідного середовища запишуться наступним чином [3]:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = R(\vec{v}, \alpha) - \vec{\nabla} \tilde{p}; \quad (4.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \Phi(\vec{v}, \alpha); \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{v}) + \Phi(\vec{v}, \alpha); \quad (4.3)$$

$$R(\vec{v}, \alpha) = -(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} + \nu_e \Delta \vec{v} + \alpha \vec{g}; \quad (4.4)$$

$$\Phi(\vec{v}, \alpha) = \psi - \alpha \xi \rho_0 \vec{g}(\vec{v} + \vec{w}) - \vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{w}), \quad (4.5)$$

де  $\vec{v}$  — барицентрична швидкість середовища газ-розплав;  $t$  — час;  $\tilde{p}$  — динамічна складова тиску, яка поділена на густину розплаву;  $\nu_e$  — ефективний коефіцієнт в’язкості;  $\vec{g}$  — прискорення вільного падіння;  $\psi$  — об’ємне джерело газової фази;  $\vec{w}$  — дифузійна швидкість газової фази;  $\xi = \frac{1}{\gamma p}$ , де  $\gamma$  — показник політропи.

політропи.

У відповідності з методом розщеплення по фізичним факторам [8] система рівнянь (4.1 — 4.3) на кожному часовому кроці  $\tau$  розв'язується в два етапи:

$$\text{I. } \vec{v} = \vec{v}^n + \tau R(\vec{v}^n, \alpha^n); \quad (4.6)$$

$$\text{II. } \alpha^{n+1} = \alpha^n + \tau \left[ -\vec{\nabla} \cdot (\alpha^{n+1} \vec{v}^{n+1}) + \Phi(\vec{v}^{n+1}, \alpha^{n+1}) \right]; \quad (4.7)$$

$$\Delta \tilde{p}^{n+1} = \left[ \vec{\nabla} \cdot \vec{v} - \Phi(\vec{v}^{n+1}, \alpha^{n+1}) \right] / \tau; \quad (4.8)$$

$$\vec{v}^{n+1} = \vec{v} - \tau \vec{\nabla} \tilde{p}^{n+1}. \quad (4.9)$$

На першому етапі виконані явні розрахунки проміжної швидкості без врахування поля динамічного тиску  $\tilde{p}$ . На другому етапі за допомогою неявних розрахунків визначається коефіцієнт об'ємного газозміщення  $\alpha$  та тиск  $\tilde{p}$ , за допомогою якого проміжна швидкість підправляється.

Відмітимо, що розрахунок тиску знову будемо проводити методом ітерацій, тобто всі рівняння другого етапу будемо розв'язувати в єдиному ітераційному циклі (див. розділ 1). Для цього рівняння Пуасона (4.8) замінюється відповідним еволюційним рівнянням з деяким параметром еволюції  $\omega$ , який забезпечує збіжність еволюційного процесу [3].

Враховуючи тривимірну конфігурацію граничних умов та несиметрично розташовану дону аргонну фурму, задачу, що розглядається, потрібно розв'язувати в повній тривимірній постановці.

Випишемо в циліндричних координатах в тривимірній постановці рівняння схеми (4.6) — (4.9). При цьому використаємо наступні позначення компонент швидкості середовища:  $\vec{V} = u\vec{e}_r + v\vec{e}_\varphi + w\vec{e}_z$ . Для запобігання нагромадження опустив-

мо індекси, які вказують на належність величин часовим слоям, і використаємо наступні скорочені позначення для похідних:

$$\partial_r = \frac{\partial}{\partial r}, \quad \partial_\varphi = \frac{\partial}{\partial \varphi}, \quad \partial_z = \frac{\partial}{\partial z}.$$

Тоді схема (4.6) — (4.9) в даних компонентах буде мати вигляд:

**I етап:**

$$\begin{aligned} \tilde{u} = u^n + \tau \left\{ -u \partial_r u - \frac{v}{r} \partial_\varphi u - w \partial_z u + \frac{v^2}{r} + \right. \\ \left. + \partial_r \left[ \frac{v_r}{r} \partial_r (ru) \right] + \frac{1}{r^2} \partial_\varphi (v_r \partial_\varphi u) + \partial_z (v_r \partial_z u) - 2 \frac{v_r}{r^2} \partial_\varphi v \right\}, \quad (4.10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{v} = v^n + \tau \left\{ -u \partial_r v - \frac{v}{r} \partial_\varphi v - w \partial_z v - \frac{uv}{r} + \right. \\ \left. + \partial_r \left[ \frac{v_\varphi}{r} \partial_r (rv) \right] + \frac{1}{r^2} \partial_\varphi (v_\varphi \partial_\varphi v) + \partial_z (v_\varphi \partial_z v) + 2 \frac{v_\varphi}{r^2} \partial_\varphi u \right\}, \quad (4.11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{w} = w^n + \tau \left\{ -u \partial_r w - \frac{v}{r} \partial_\varphi w - w \partial_z w + \frac{1}{r} \partial_r (v^z r \partial_r w) + \right. \\ \left. + \frac{1}{r^2} \partial_\varphi (v^z \partial_\varphi w) + \partial_z (v^z \partial_z w) + \alpha g \right\}, \quad (4.12) \end{aligned}$$

$$\alpha^{n+1,0} = \alpha^n, \quad \tilde{p}^{n+1,0} = \tilde{p}^n, \quad \tilde{v}^{n+1,0} = \tilde{v}^n, \quad (4.13)$$



**II етап:**

$$\alpha^{n+1,m+1} = \alpha^{n,m} + \tau \left\{ -\frac{1}{r} \partial_r (r \alpha_u) - \frac{1}{r} \partial_\varphi (\alpha v) - \partial_z (\alpha w) + \Phi(\vec{v}, \alpha)^{n+1,m} \right\} \quad (4.14)$$

$$\tilde{D} = \frac{1}{r} \partial_r (r \tilde{u}) + \frac{1}{r} \partial_\varphi \tilde{v} + \partial_z \tilde{w} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \tilde{p}^{n+1,m+1} = & \tilde{p}^{n+1,m} + \\ & + \omega \left[ \frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r \tilde{p}) + \frac{1}{r^2} \partial_\varphi^2 \tilde{p} + \partial_z^2 \tilde{p} - \left( \tilde{D} - \Phi(\vec{v}^{n+1,m}, \alpha^{n+1,m}) \right) / \tau \right], \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$u^{n+1,m+1} = \tilde{u} - \tau \partial_r \tilde{p}^{n+1,m+1}, \quad (4.17)$$

$$v^{n+1,m+1} = \tilde{v} - \tau \frac{1}{r} \partial_\varphi \tilde{p}^{n+1,m+1}, \quad (4.18)$$

$$w^{n+1,m+1} = \tilde{w} - \tau \partial_z \tilde{p}^{n+1,m+1}. \quad (4.19)$$

Для наочності замінимо зовнішні похідні відповідними різницями в формулах

**I**

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{i'jk} = & u_{i'jk}^n + \tau \left[ -u \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{v^2}{r} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v}{r} \frac{\partial (ru)}{\partial r} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( v \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( v \frac{\partial u}{\partial z} \right) - v \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right] \Big|_{i'jk} = \\ = & u_{i'jk}^n + \tau \left[ \left( -u \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{v^2}{r} \right) \Big|_{i'jk} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{\Delta r} \left( \left( \frac{\mathbf{v}^r}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} \right) \Big|_{i+1jk} - \left( \frac{\mathbf{v}^r}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} \right) \Big|_{ijk} \right) + \\
& + \frac{1}{r^2 \Delta \varphi} \left( \left( \mathbf{v}^r \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) \Big|_{i'j'k} - \left( \mathbf{v}^r \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) \Big|_{i'j'-1k} \right) + \\
& + \frac{1}{\Delta z} \left( \left( \mathbf{v}^r \frac{\partial u}{\partial z} \right) \Big|_{i'jk'} - \left( \mathbf{v}^r \frac{\partial u}{\partial z} \right) \Big|_{i'jk'-1} \right) - \left( \mathbf{v}^r \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right) \Big|_{i'jk} \Big], \\
\tilde{v}_{ij'k} & = v_{ij'k}^n + \tau \left[ -u \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} - w \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{uv}{r} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\mathbf{v}^\varphi}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} \right) + \right. \\
& + \left. \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \mathbf{v}^\varphi \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mathbf{v}^\varphi \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \mathbf{v}^\varphi \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right] \Big|_{ij'k} = \\
& = v_{ij'k}^n + \tau \left[ \left( -u \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} - w \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{uv}{r} \right) \Big|_{ij'k} + \right. \\
& + \frac{1}{\Delta r} \left( \left( \frac{\mathbf{v}^\varphi}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} \right) \Big|_{i'j'k} - \left( \frac{\mathbf{v}^\varphi}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} \right) \Big|_{i'-1j'k} \right) + \\
& + \frac{1}{r^2 \Delta \varphi} \left( \left( \mathbf{v}^\varphi \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right) \Big|_{ij+1k} - \left( \mathbf{v}^\varphi \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right) \Big|_{ijk} \right) + \\
& + \left. \frac{1}{\Delta z} \left( \left( \mathbf{v}^\varphi \frac{\partial v}{\partial z} \right) \Big|_{i'j'k'} - \left( \mathbf{v}^\varphi \frac{\partial v}{\partial z} \right) \Big|_{i'j'k'-1} \right) + \left( \mathbf{v}^\varphi \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) \Big|_{ij'k} \right],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{w}_{ijk'} &= w_{ijk'}^n + \tau \left[ -u \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} - w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mathbf{v}^z \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \mathbf{v}^z \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mathbf{v}^z \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right]_{ijk'} = \\
 &= w_{ijk'}^n + \tau \left[ \left( -u \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} - w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right]_{ijk'} + \\
 &\quad + \frac{1}{r \Delta r} \left( \left( r \mathbf{v}^z \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right]_{i'jk'} - \left( r \mathbf{v}^z \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right]_{i'-1jk'} + \\
 &\quad + \frac{1}{r^2 \Delta \varphi} \left( \left( \mathbf{v}^z \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) \right]_{ij'k'} - \left( \mathbf{v}^z \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) \right]_{ij'-1k'} + \\
 &\quad + \frac{1}{\Delta z} \left( \left( \mathbf{v}^z \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right]_{ijk+1} - \left( \mathbf{v}^z \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right]_{ijk}.
 \end{aligned}$$

Відмітимо, що дифузійна швидкість газової фази, яка входить в вираз (4.5), має колективну складову  $\bar{w}^c$  і турбулентну  $\bar{w}^t$ . Колективна складова  $\bar{w}^c$  знаходиться по одній з емпіричних формул [7], або задається безпосередньо, виходячи з експериментальних даних. Турбулентна складова  $\bar{w}^t$  визначається через ефективний коефіцієнт турбулентної дифузії газової фази ( $D_e$ ). Тоді враховуючи формули для дифузійної швидкості газової фази та припускаючи, що  $\xi = 0$ , одержимо, що рівняння (4.2) та (4.3) представляються у наступному вигляді:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \vec{\nabla} \left( D_e \vec{\nabla} \alpha + \alpha w^c \frac{\vec{g}}{g} \right) + \psi, \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{v}) + \vec{\nabla} \left( D_e \vec{\nabla} \alpha + \alpha w^c \frac{\vec{g}}{g} \right) + \psi. \quad (4.21)$$

В результаті цих міркувань замість рівнянь (4.14) — (4.16) можна записати:

$$\begin{aligned} \alpha^{n+1,m+1} = & \alpha^{n,m} + \tau \left\{ -\frac{1}{r} \partial_r (r \alpha_u) - \frac{1}{r} \partial_\varphi (\alpha v) - \partial_z (\alpha w) + \right. \\ & + \frac{1}{r} \partial_r (r (D_e)_r \partial_r \alpha) + \frac{1}{r} \partial_\varphi ((D_e)_\varphi \partial_\varphi \alpha) + \partial_z ((D_e)_z \partial_z \alpha) - \partial_z (\alpha w^c) + \psi, \\ & \left. \right\} \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} \tilde{p}^{n+1,m+1} = & \tilde{p}^{n+1,m} + \omega \left\{ \frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r \tilde{p}) + \frac{1}{r^2} \partial_\varphi^2 \tilde{p} + \partial_z^2 \tilde{p} - \right. \\ & - \frac{1}{\tau} \left[ \frac{1}{r} \partial_r (r (\tilde{u} - (D_e)_r \partial_r \alpha)) + \frac{1}{r} \partial_\varphi \left( \tilde{v} - (D_e)_\varphi \frac{1}{r} \partial_\varphi \alpha \right) + \right. \\ & \left. \left. + \partial_z (\tilde{w} - (D_e)_z \partial_z \alpha + \alpha w^c) - \psi \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.23)$$

#### 4.2. Побудова розрахункової схеми та розстановка граничних умов

Праві частини різницевої схеми (4.10)—(4.13), (4.22)—(4.23) та (4.17)—(4.19) реалізовані у різницевому вигляді на нерівномірній шаховій сітці. Для запису цих рівнянь в різницевому вигляді розіб'ємо розрахункову область на тривимірні

комірки площинами, які паралельні координатним площинам з постійними вздовж кожної із осей кроками  $dr$ ,  $d\varphi$ ,  $dz$ . Тоді розрахункова область буде обрамлятися з усіх сторін одним шаром комірок, а тому безпосередньо до неї будуть відноситися ті комірки, для яких  $i = 2, \dots, MI - 1$ ,  $j = 2, \dots, MJ - 1$ ,  $k = 2, \dots, MK - 1$ . Шар комірок, який обрамляє область, буде потрібен для полегшення розстановки граничних умов. В наших позначеннях маємо:

$$\begin{aligned} dr &= R/(MI - 2), \\ d\varphi &= \pi/(MJ - 2), \\ dz &= H/(MK - 2). \end{aligned} \tag{4.24}$$

Тоді тиск  $\tilde{p}$  буде задаватися в центрі комірок, а компоненти швидкості  $u$ ,  $v$  та  $w$ , а також в'язкість, будуть задаватися в центрі відповідних граней комірок.

Введемо наступні позначення:

- довжини до відповідних граней комірок

$$\begin{aligned} r_{i'} &= dr \cdot (i - 1), \\ \varphi_{j'} &= d\varphi \cdot (j - 1), \\ z_{k'} &= dz \cdot (k - 1); \end{aligned} \tag{4.25}$$

- довжини до відповідних центрів комірок:

$$\begin{aligned} r_i &= (r_{i'} + r_{i'-1})/2, \\ \varphi_j &= (\varphi_{j'} + \varphi_{j'-1})/2, \\ z_k &= (z_{k'} + z_{k'-1})/2. \end{aligned} \tag{4.26}$$

Користуючись позначеннями (4.24—4.26), (4.10)—(4.13), (4.22)—(4.23) та (4.17)—(4.19) схему можна записати таким чином:

**I етап:**

$$\begin{aligned}
 \tilde{u}_{i'jk} = u_{i'jk}^n + \tau & \left[ -u_{i'jk}^n \frac{u_{i'+1jk}^n - u_{i'-1jk}^n}{r_{i'+1} - r_{i'-1}} - \frac{v_{i'jk}^n}{r_{i'}} \frac{u_{i'j+1k}^n - u_{i'j-1k}^n}{\varphi_{j+1} - \varphi_{j-1}} - \right. \\
 & - w_{i'jk}^n \frac{u_{i'jk+1}^n - u_{i'jk-1}^n}{z_{k+1} - z_{k-1}} + \frac{(v_{i'jk}^n)^2}{r_{i'}} + \\
 & + \frac{v_{i+1jk}^r}{r_{i+1}} \frac{r_{i'+1} u_{i'+1jk}^n - r_i u_{i'jk}^n}{r_{i'+1} - r_i} - \frac{v_{ijk}^r}{r_i} \frac{r_i u_{i'jk}^n - r_{i'-1} u_{i'-1jk}^n}{r_i - r_{i'-1}} + \\
 & + \frac{1}{(r_{i'})^2} \cdot \frac{v_{i'jk}^r \frac{u_{i'j+1k}^n - u_{i'jk}^n}{\varphi_{j+1} - \varphi_j} - v_{i'j'-1k}^r \frac{u_{i'jk}^n - u_{i'j-1k}^n}{\varphi_j - \varphi_{j-1}}}{\varphi_{j'} - \varphi_{j'-1}} + \\
 & + \frac{v_{i'jk'}^r \frac{u_{i'jk+1}^n - u_{i'jk}^n}{z_{k+1} - z_k} - v_{i'jk'-1}^r \frac{u_{i'jk}^n - u_{i'jk-1}^n}{z_k - z_{k-1}}}{z_{k'} - z_{k'-1}} - \\
 & \left. - \frac{2v_{ijk}^r}{(r_{i'})^2} \frac{v_{i'jk}^n - v_{i'j'-1k}^n}{\varphi_{j'} - \varphi_{j'-1}} \right], \tag{4.27}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{v}_{ij'k} = v_{ij'k}^n + \tau & \left[ -u_{ij'k}^n \frac{v_{i+1jk}^n - v_{i-1jk}^n}{r_{i+1} - r_{i-1}} - \frac{v_{ij'k}^n}{r_i} \frac{v_{ij'+1k}^n - v_{ij'-1k}^n}{\varphi_{j'+1} - \varphi_{j'-1}} - \right. \\
 & - w_{ij'k}^n \frac{v_{ij'k+1}^n - v_{ij'k-1}^n}{z_{k+1} - z_{k-1}} - \frac{u_{ij'k}^n v_{ij'k}^n}{r_i} + \\
 & + \frac{v_{ij'k}^\varphi}{r_i} \frac{r_{i+1} v_{i+1j'k}^n - r_i v_{ij'k}^n}{r_{i+1} - r_i} - \frac{v_{i'-1j'k}^\varphi}{r_{i'-1}} \frac{r_i v_{ij'k}^n - r_{i-1} v_{i-1j'k}^n}{r_i - r_{i-1}} + \\
 & + \frac{1}{(r_i)^2} \frac{v_{ij'+1k}^\varphi \frac{v_{ij'+1k}^n - v_{ij'k}^n}{\varphi_{j'+1} - \varphi_{j'}} - v_{ijk}^\varphi \frac{v_{ij'k}^n - v_{ij'-1k}^n}{\varphi_{j'} - \varphi_{j'-1}} + \\
 & + \frac{v_{ij'k'}^\varphi \frac{v_{ij'k+1}^n - v_{ij'k}^n}{z_{k+1} - z_k} - v_{ij'k'-1}^\varphi \frac{v_{ij'k}^n - v_{ij'k-1}^n}{z_k - z_{k-1}} - \\
 & \left. - \frac{2 v_{ij'k}^\varphi}{(r_i)^2} \frac{u_{ij'+1k}^n - u_{ijk}^n}{\varphi_{j'+1} - \varphi_j} \right],
 \end{aligned}$$

(4.28)

$$\begin{aligned}
\tilde{w}_{ijk'} = w_{ijk'}^n + \tau & \left[ -u_{ijk'}^n \frac{w_{i+1jk'}^n - w_{i-1jk'}^n}{r_{i+1} - r_{i-1}} - \frac{v_{ijk'}^n}{r_i} \frac{w_{ij+1k'}^n - w_{ij-1k'}^n}{\varphi_{j'+1} - \varphi_{j'-1}} - \right. \\
& \left. - w_{ijk'}^n \frac{w_{ijk'+1}^n - w_{ijk'-1}^n}{z_{k'+1} - z_{k'-1}} + \right. \\
& + \frac{1}{r_i} \cdot \frac{r_{i'} v_{i'jk'}^z \frac{w_{i+1jk'}^n - w_{ijk'}^n}{r_{i+1} - r_i} - r_{i'-1} v_{i'-1jk'}^z \frac{w_{ijk'}^n - w_{i-1jk'}^n}{r_i - r_{i-1}}}{r_{i'} - r_{i'-1}} + \\
& + \frac{1}{(r_i)^2} \frac{v_{ij'k'}^z \frac{w_{ij+1k'}^n - w_{ijk'}^n}{\varphi_{j+1} - \varphi_j} - v_{ij'-1k'}^z \frac{w_{ijk'}^n - w_{ij-1k'}^n}{\varphi_j - \varphi_{j-1}}}{\varphi_{j'} - \varphi_{j'-1}} + \\
& + \frac{v_{ijk'+1}^z \frac{w_{ijk'+1}^n - w_{ijk'}^n}{z_{k'+1} - z_{k'}} - v_{ijk}^z \frac{w_{ijk'}^n - w_{ijk'-1}^n}{z_{k'} - z_{k'-1}}}{z_{k+1} - z_k} + \alpha_{ijk'}^n \cdot g^z.
\end{aligned}
\tag{4.29}$$

В розрахункових формулах вважалося, що параметри турбулентності дорівнюють:  $v = 5 \cdot 10^{-5}$  та  $b = 0,5$ .



**II етап:**

$$\begin{aligned}
 & \alpha_{i,j,k}^{n+1,m+1} = \alpha_{i,j,k}^{n+1,m} + \\
 & + \tau \left\{ - \left[ r_{i'} \cdot \left( \frac{\alpha_{i+1,j,k} + \alpha_{i,j,k}}{2} \cdot u_{i',j,k} - \left( \left( D + \frac{r_{i+1} - r_i}{2} \cdot |u_{i',j,k}| \right) \frac{\alpha_{i+1,j,k} - \alpha_{i,j,k}}{r_{i+1} - r_i} \right) \right) - \right. \\
 & \left. - r_{i'-1} \cdot \left( \frac{\alpha_{i,j,k} + \alpha_{i-1,j,k}}{2} \cdot u_{i'-1,j,k} - \left( \left( D + \frac{r_i - r_{i-1}}{2} \cdot |u_{i'-1,j,k}| \right) \frac{\alpha_{i,j,k} - \alpha_{i-1,j,k}}{r_i - r_{i-1}} \right) \right) \right] / \\
 & \quad / r_i / (r_{i'} - r_{i'-1}) - \\
 & - \left[ \left( \frac{\alpha_{i,j+1,k} + \alpha_{i,j,k}}{2} \cdot v_{i,j',k} - \left( \left( D + r_i \cdot \frac{\varphi_{j+1} - \varphi_j}{2} \cdot |v_{i,j',k}| \right) \frac{\alpha_{i,j+1,k} - \alpha_{i,j,k}}{r_i(\varphi_{j+1} - \varphi_j)} \right) \right) - \right. \\
 & \left. - \left( \frac{\alpha_{i,j,k} + \alpha_{i,j-1,k}}{2} \cdot v_{i,j'-1,k} - \left( \left( D + r_i \cdot \frac{\varphi_j - \varphi_{j-1}}{2} \cdot |v_{i,j'-1,k}| \right) \frac{\alpha_{i,j,k} - \alpha_{i,j-1,k}}{r_i(\varphi_j - \varphi_{j-1})} \right) \right) \right] / \\
 & \quad / r_i / (\varphi_{j'} - \varphi_{j'-1}) - \\
 & - \left[ \left( \frac{\alpha_{i,j,k+1} + \alpha_{i,j,k}}{2} \cdot (w_{i,j,k'} + w^c) - \left( \left( D + \frac{z_{k+1} - z_k}{2} \cdot |w_{i,j,k'}| \right) \frac{\alpha_{i,j,k+1} - \alpha_{i,j,k}}{z_{k+1} - z_k} \right) \right) - \right. \\
 & \quad - \left( \frac{\alpha_{i,j,k} + \alpha_{i,j,k-1}}{2} \cdot (w_{i,j,k'-1} + w^c) - \right. \\
 & \left. \left. - \left( \left( D + \frac{z_k - z_{k-1}}{2} \cdot |w_{i,j,k'-1}| \right) \cdot \frac{\alpha_{i,j,k} - \alpha_{i,j,k-1}}{z_k - z_{k-1}} \right) \right) \right] / (z_{k'} - z_{k'-1}) + \psi \left. \right\},
 \end{aligned}
 \tag{4.30}$$

де в розрахунках вважалося, що  $D = 0,001$ ,  $w^c = 0,5$ .

$$\begin{aligned}
& \tilde{p}^{n+1,m+1} = \tilde{p}^{n+1,m} + \\
& + \omega \left( r_{i'} \cdot \frac{(\tilde{p}_{i+1,j,k} - \tilde{p}_{i,j,k})}{r_{i+1} - r_i} - r_{i'-1} \cdot \frac{(\tilde{p}_{i,j,k} - \tilde{p}_{i-1,j,k})}{r_i - r_{i-1}} \right) / (r_{i'} - r_{i'-1}) / r_i + \\
& + \left( \frac{(\tilde{p}_{i,j+1,k} - \tilde{p}_{i,j,k})}{\varphi_{j+1} - \varphi_j} - \frac{(\tilde{p}_{i,j,k} - \tilde{p}_{i,j-1,k})}{\varphi_j - \varphi_{j-1}} \right) / (\varphi_{j'} - \varphi_{j'-1}) / r_i^2 + \\
& + \left( \frac{(\tilde{p}_{i,j,k+1} - \tilde{p}_{i,j,k})}{z_{k+1} - z_k} - \frac{(\tilde{p}_{i,j,k} - \tilde{p}_{i,j,k-1})}{z_k - z_{k-1}} \right) / (z_{k'} - z_{k'-1}) - \\
& - \frac{1}{\tau} \left[ \frac{\left( r_{i'} \cdot \left( \tilde{u}_{i',j,k} - \left( D + \frac{r_{i+1} - r_i}{2} \cdot |u_{i',j,k}| \right) \frac{\alpha_{i+1,j,k} - \alpha_{i,j,k}}{r_{i+1} - r_i} \right)}{(r_{i'} - r_{i'-1}) \cdot r_i} \right)}{r_{i'-1} \cdot \left( \tilde{u}_{i'-1,j,k} - \left( D + \frac{r_{i'} - r_{i'-1}}{2} \cdot |u_{i'-1,j,k}| \right) \frac{\alpha_{i,j,k} - \alpha_{i-1,j,k}}{r_i - r_{i-1}} \right)} - \\
& + \frac{\left( \tilde{v}_{i,j',k} - \left( D + r_i \cdot \frac{\varphi_{j+1} - \varphi_j}{2} \cdot |v_{i,j',k}| \right) \frac{\alpha_{i,j+1,k} - \alpha_{i,j,k}}{(\varphi_{j+1} - \varphi_j) r_i} \right)}{(\varphi_{j'} - \varphi_{j'-1}) \cdot r_i} -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left( \tilde{v}_{i,j'-1,k} - \left( D + r_i \frac{\varphi_j - \varphi_{j-1}}{2} \cdot |v_{i,j'-1,k}| \right) \frac{\alpha_{i,j,k} - \alpha_{i,j-1,k}}{(\varphi_{j+1} - \varphi_j) r_i} \right) \\
 & \quad \frac{\quad}{(\varphi_{j'} - \varphi_{j'-1}) \cdot r_i} + \\
 & \left( \tilde{w}_{i,j,k'} - \left( D + \frac{z_{k+1} - z_k}{2} \cdot |w_{i,j,k'}| \right) \frac{\alpha_{i,j,k+1} - \alpha_{i,j,k}}{z_{k+1} - z_k} + \frac{\alpha_{i,j,k+1} - \alpha_{i,j,k}}{2} w_c \right) \\
 & \quad \frac{\quad}{(z_{k'} - z_{k'-1})} + \\
 & \left( \tilde{w}_{i,j,k'-1} - \left( D + \frac{z_k - z_{k-1}}{2} \cdot |w_{i,j,k'-1}| \right) \frac{\alpha_{i,j,k} - \alpha_{i,j,k-1}}{z_k - z_{k-1}} + \frac{\alpha_{i,j,k} - \alpha_{i,j,k-1}}{2} w^c \right) \\
 & \quad \frac{\quad}{(z_{k'} - z_{k'-1})} + \psi
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

$$u_{i',j,k}^{n+1,m+1} = \tilde{u}_{i',j,k} - \tau \cdot \frac{(\tilde{p}_{i+1,j,k} - \tilde{p}_{i,j,k})}{r_{i+1} - r_i}, \tag{4.32}$$

$$v_{i,j',k}^{n+1,m+1} = \tilde{v}_{i,j',k} - \tau \frac{(\tilde{p}_{i,j+1,k} - \tilde{p}_{i,j,k})}{(\varphi_{j+1} - \varphi_j) \cdot r_i}, \tag{4.33}$$

$$w_{i,j,k'}^{n+1,m+1} = \tilde{w}_{i,j,k'} - \tau \frac{(\tilde{p}_{i,j,k+1} - \tilde{p}_{i,j,k})}{z_{k+1} - z_k}. \tag{4.34}$$

У виразах, які записані вище входять елементи  $u_{i,j,k'}$ ,  $v_{i',j',k}$ ,  $w_{i,j',k}$  і подібні. Вони представляють собою значення відповідних величин у невласливих їм вузлах шахматної сітки.

Тоді, наприклад:

$$u_{ijk'} = \frac{\frac{u_{i'-1jk} + u_{i'jk}}{2} \cdot (z_{k+1} - z_{k'}) + \frac{u_{i'-1jk+1} + u_{i'jk+1}}{2} \cdot (z_{k'} - z_k)}{z_{k+1} - z_k} =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(u_{i'-1jk} + u_{i'jk}) \cdot (z_{k+1} - z_{k'}) + (u_{i'-1jk+1} + u_{i'jk+1}) \cdot (z_{k'} - z_k)}{z_{k+1} - z_k}.$$

Для  $v_{i',j',k}$  будемо мати:

$$v_{i'j'k} = \frac{1}{2} (v_{i+1j'k} + v_{ij'k}),$$

а для  $v_{i'jk}$ :

$$v_{i'jk} = \frac{1}{2} \cdot \frac{((v_{ij'-1k} + v_{ij'k}) \cdot (r_{i+1} - r_{i'}) + (v_{i+1j'-1k} + v_{i+1j'k}) \cdot (r_{i'} - r_i))}{r_{i+1} - r_i},$$

Ефективне значення коефіцієнта кінематичної в'язкості моделюється за допомогою двохпараметричної моделі турбулентності, яка враховує перенос вихора вздовж потоку. Значення  $\nu^r, \nu^\varphi, \nu^z$  задаються відповідно в точках  $(i', j, k)$ ,  $(i, j', k)$ ,  $(i, j, k')$ .

Тоді

$$\nu_{ij'k}^r = \nu_{const} + \frac{(r_{i+1} - r_i)}{\text{Re}_\Delta} |u_{ij'k}^n|,$$

$$\nu_{ij'k}^\varphi = \nu_{const} + \frac{(\varphi_{j+1} - \varphi_j)}{\text{Re}_\Delta} |v_{ij'k}^n|,$$

$$\nu_{ijk'}^z = \nu_{const} + \frac{(z_{k+1} - z_k)}{\text{Re}_\Delta} |w_{ijk'}^n|.$$

Якщо значення коефіцієнта кінематичної в'язкості зустрічається у інших точках, то можна застосувати алгоритм усереднення:

$$\begin{aligned} v_{i'jk}^r &= \frac{1}{2} (v_{i'jk}^r + v_{i'j+1k}^r) = \\ &= \frac{1}{2} \left[ \left( v_{const} + \frac{(r_{i+1} - r_i)}{\text{Re}_\Delta} |u_{i'jk}^n| \right) + \left( v_{const} + \frac{(r_{i+1} - r_i)}{\text{Re}_\Delta} |u_{i'j+1k}^n| \right) \right] = \\ &= v_{const} + \frac{(r_{i+1} - r_i)}{\text{Re}_\Delta} |u_{i'jk}^n + u_{i'j+1k}^n|. \end{aligned}$$

Нехай  $L$  — комірка струменя. Тоді для знаходження швидкості дзеркала метала використаємо умову балансу рідини в ковші. Разом з струменем за одиницю часу туди поступає

$$Q_{\text{вх}} = \pi r_{L'}^2 v_m \rho \quad (4.35)$$

одиниць маси розплаву. Якщо  $v_\xi$  — швидкість на дзеркалі метала, то через нього в одиницю часу виходить

$$Q_{\text{вих}} = \pi r_{MI'-1}^2 v_\xi \rho - \pi r_{L'}^2 v_\xi \rho = \pi v_\xi \rho (r_{MI'-1}^2 - r_{L'}^2). \quad (4.36)$$

Для знаходження швидкості дзеркала метала використаємо умову балансу рідини у ковші. Для цього прирівняємо рівняння (4.35)—(4.36). В результаті одержимо, що швидкість дзеркала рідини набуває такого вигляду:

$$v_\xi = r_{L'}^2 \cdot v_m / (r_{MI'-1}^2 - r_{L'}^2). \quad (4.37)$$

Розглянемо детальніше розстановку граничних умов для нашої задачі. На внутрішніх поверхнях ковша і осі симетрії виберемо умови непротікання і вільного ковзання. На вільній поверхні ковша і в місці входу струменя металу вибираємо умови вільного протікання. Тобто,

$$\begin{aligned} u_{i,j,1} &= u_{i,j,2}, \\ u_{i,j,N} &= u_{i,j,N-1}, \end{aligned} \quad \text{для} \quad \begin{aligned} i &= 1, \dots, MI - 1, \\ j &= 2, \dots, MJ - 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{i,j,1} &= v_{i,j,2}, \\ v_{i,j,N} &= v_{i,j,N-1} \end{aligned} \quad \text{для} \quad \begin{aligned} i &= 2, \dots, MI - 1, \\ j &= 1, \dots, MJ - 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{1,j,k} &= w_{2,j,k}, \\ w_{MI,j,k} &= w_{MI-1,j,k}, \end{aligned} \quad \text{для} \quad \begin{aligned} k &= 1, \dots, N - 1, \\ j &= 2, \dots, MJ - 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{1,j,k} &= v_{2,j,k}, \\ v_{MI,j,k} &= v_{MI-1,j,k}, \end{aligned} \quad \text{для} \quad \begin{aligned} k &= 2, \dots, N - 1, \\ j &= 1, \dots, MJ - 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{i,1,k} &= w_{i,2,k}, \\ w_{i,MJ,k} &= w_{i,MJ-1,k}, \end{aligned} \quad \text{для} \quad \begin{aligned} k &= 1, \dots, N - 1, \\ i &= 2, \dots, MI - 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{i,1,k} &= u_{i,2,k}, \\ u_{i,MJ,k} &= u_{i,MJ-1,k}, \end{aligned} \quad \text{для} \quad \begin{aligned} k &= 1, \dots, N - 1, \\ i &= 1, \dots, MI - 1; \end{aligned}$$

$$w_{i,j,N} = w_{i,j,N-1}, \quad \text{для} \quad \begin{aligned} i &= L + 1, \dots, MI - 1, \\ j &= 2, \dots, MJ - 1. \end{aligned}$$

Вертикальні швидкості в струмені метала вважаються рівними:

$$w_{i,j,k} = -v_m, \quad \tilde{w}_{i,j,k} = -v_m,$$

для  $i = 2, \dots, L$ ;  $j = 2, \dots, MJ - 1$ ;  $k = NI - 1, \dots, MK$ ;

де  $v_m$  — швидкість входження металу в ківш. Горизонтальні швидкості в струмені вважаються нульовими.

Розглянемо крайові умови для тиску та коефіцієнту газозвміщення. Для тиску маємо:

$$\tilde{p}_{i,j,1} = \tilde{p}_{i,j,2}, \quad \text{для} \quad \begin{array}{l} i = 2, \dots, MI - 1, \\ j = 2, \dots, MJ - 1; \end{array}$$

$$\tilde{p}_{i,j,N} = \tilde{p}_{i,j,N-1}, \quad \text{для} \quad \begin{array}{l} i = 2, \dots, L, \\ j = 2, \dots, MJ - 1; \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \tilde{p}_{1,j,k} = \tilde{p}_{2,j,k}, \\ \tilde{p}_{MI,j,k} = \tilde{p}_{MI-1,j,k}, \end{array} \quad \text{для} \quad \begin{array}{l} j = 2, \dots, MJ - 1, \\ k = 2, \dots, N - 1; \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \tilde{p}_{i,1,k} = \tilde{p}_{i,2,k}, \\ \tilde{p}_{i,MJ,k} = \tilde{p}_{i,MJ-1,k}, \end{array} \quad \text{для} \quad \begin{array}{l} i = 2, \dots, MI - 1, \\ k = 2, \dots, N - 1. \end{array}$$

Для коефіцієнту газовміщення граничні умови повинні відповідати непроходженню газу через тверді поверхні та його вільного конвективного переносу через вільну поверхню, тобто

$$\begin{array}{l} \alpha_{i,j,N} = \alpha_0, \\ \alpha_{i,j,N-1} = \alpha_0, \end{array} \quad \text{для} \quad \begin{array}{l} i = 2, \dots, L, \\ j = 2, \dots, MJ - 1; \end{array}$$

$$\alpha_{i,j,N} = \alpha_{i,j,N-1}, \quad \text{для} \quad \begin{array}{l} i = L + 1, \dots, MI - 1, \\ j = 2, \dots, MJ - 1; \end{array}$$

$$\alpha_{i,j,1} = \alpha_{i,j,2}, \quad \text{для} \quad \begin{array}{l} i = 2, \dots, MI - 1, \\ j = 2, \dots, MJ - 1; \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \alpha_{1,j,k} = \alpha_{2,j,k}, \\ \alpha_{MI,j,k} = \alpha_{MI-1,j,k}, \end{array} \quad \text{для} \quad \begin{array}{l} j = 2, \dots, MJ - 1, \\ k = 2, \dots, N - 1; \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \alpha_{i,1,k} = \alpha_{i,2,k}, \\ \alpha_{i,MJ,k} = \alpha_{i,MJ-1,k}, \end{array} \quad \text{для} \quad \begin{array}{l} i = 2, \dots, MI - 1, \\ k = 2, \dots, N - 1. \end{array}$$

### 4.3. Проведення розрахункового експерименту

Алгоритм розрахунку гідродинаміки розплаву у сталеворозривному ковші, що наповнюється, з врахуванням даного продування металу органом реалізований у вигляді пакету програм, розроблених в інтегрованому середовищі Borland Delphi.

За розрахункову область, враховуючи дзеркальну симетрію відносно вертикальної площини, яка проходить через осі ковша і фурми в шибєрному затворі, вибирається половина циліндра (рис. 4.1). При цьому вважається, що вільна поверхня металу у ковші є горизонтальною.

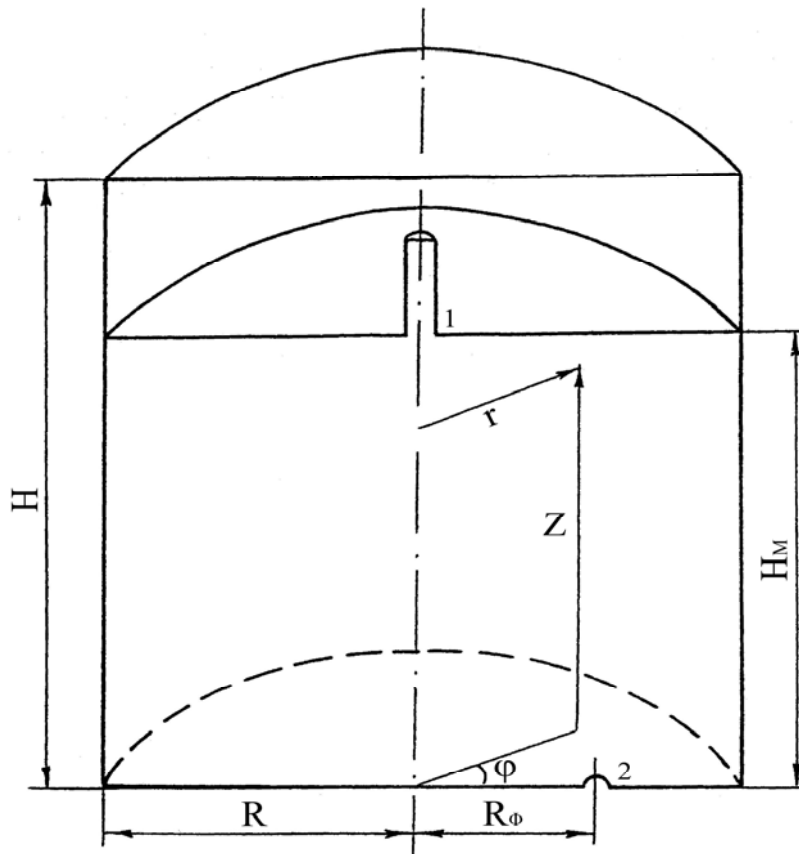


Рис. 4.1. Розрахункова область;  $r$ ,  $\varphi$ ,  $z$  — полярні координати;  $R$ ,  $H$  — радіус та висота ковша;  $R_\phi$  — довжина від осі симетрії до фурми;  $H_M$  — товщина шару металу; 1 — струмінь металу; 2 — аргонна фурма



Подача газу через дону фурму проводилася шляхом введення в місці її розташування джерела газової фази об'ємної густини  $\Psi = \frac{q}{V_0} \frac{T_{met}}{273}$ , де  $q$  — розхід аргону через дону фурму і  $V_0$  — об'єм зони формування барботажного режиму в області біля фурми. В розрахунках вважалось, що він дорівнює подвоєному об'єму розрахункової комірки). Об'ємний вміст газу в струмені вважався рівномірним по його перерізу і дорівнював  $\alpha_0$ . Нагадаємо, що задача розв'язується в нестационарній постановці з урахуванням зміни розрахункової області по мірі наповнення ковша.

В розрахунках були прийняті наступні чисельні параметри:

- радіус ковша  $R = 1,5$  м,
- висота ковша  $H = 3,5$  м,
- довжина від осі симетрії до фурми  $R_\phi = 0,9$  м,
- вихідна товщина шару металу в ковші  $H_0 = 1$  м,
- середня довжина випуску плавки — 5 хв.,
- об'ємний вміст газу в струмені  $\alpha_0 = 0,3$ ,
- розхід аргону через донну фурму  $q = 60$  м<sup>3</sup>/ч.

Для того, щоб повністю уявити картину руху середовища в цілому, скористаємося методом представлення гідродинамічних параметрів в різних розгортках розрахункової області з проектуванням на них векторів швидкостей.

На рис. 4.2 — 4.3 представлені розрахункові поля напрямків швидкостей середовища і концентрацій газу для проміжного етапу наповнення ковша ( $H_m = 2,5$  м). Місце розташування фурми на рисунках відмічено чорним квадратом, при цьому стрілки вказують напрямок проекцій швидкостей в точці свого

розташування, а ізолінії характеризують поле концентрацій газу наступним чином: 1 —  $\alpha = 0,5$ ; 2 — 0,25; 3 — 0,05.

З рис. 4.2 видно, що під дією підйомної сили, яка виникає із-за наявності в струмені газових включень, струмінь метала має додаткове гальмування. Це приводить до того, що біля нього виникають спливаючі газорідні потоки.

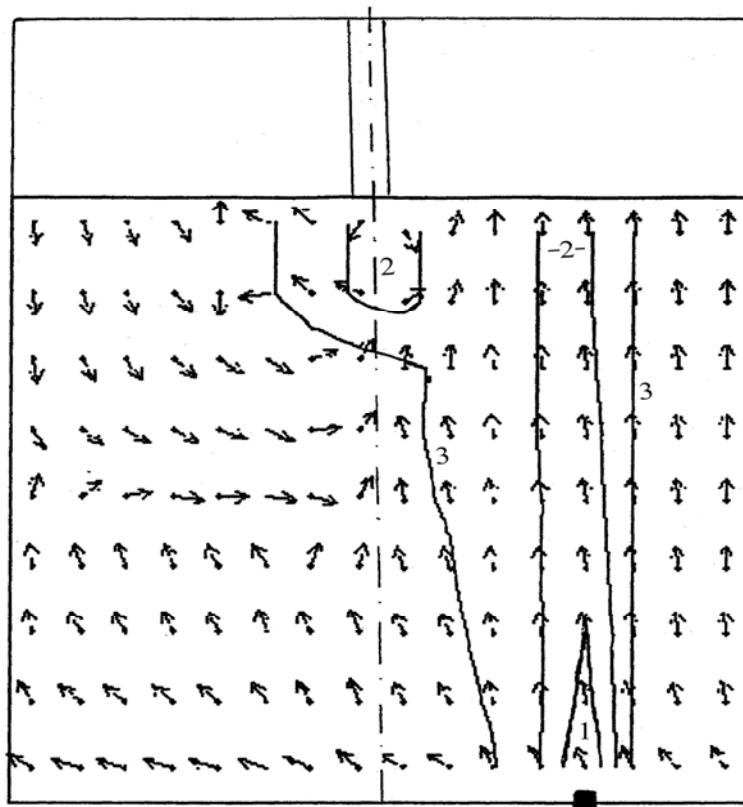


Рис. 4.2. Поля напрямків проекцій швидкостей і ізолінії концентрації газу в площині симетрії ковша

При цьому подача аргону дозволяє створити направлене в основному вверх поле швидкостей, яке спостерігається в тій половині перерізу, де знаходиться фурма. Тобто аргон проявляється в зменшенні проникнення струменя вглиб металу. На відміну від правої половини рис. 4.2 в лівій половині, де аргонної фурми нема, можна бачити, що, аргон практично відсутній, і

спостерігається практично тільки в верхній частині. В цій половині рух розплаву має складний вихровий характер. Він обумовлений в основному динамічною дією струменя, а також спливаючим повітрям, яке захоплюється струменем металу. При цьому в нижній частині лівої половини спостерігається поле швидкостей, направлене в основному вгору, а в верхній частині спостерігається складний вихор, який обертається проти годинникової стрілки.

Таким чином, в площині симетрії рис. 4.2 характер руху відображає динамічну дію струменя із захопленим повітрям та аргоном, який подається через фурму.

Вихровий рух розплаву, який обумовлений його нестисливістю, використовується в полярному напрямку. На рис. 4.3 дана розгортка циліндричного перерізу розрахункової області, який проходить через вісь фурми. Як видно із рисунка в правій нижній частині перерізу спостерігається утворення глобального вихору, який обертається проти годинникової стрілки. Відмітимо, що цей вихор не може спостерігатися в циліндрично-симетричному наближенні, бо він має тривимірну природу. Завдяки існуванню «піджимаючих» потоків розплаву газ, що подається через фурму, не розповсюджується по об'єму ковша в полярному напрямку. Про це свідчить розташування ізоліній концентрацій газу. В інших плоских вертикальних перерізах знаходиться в основному повітря, яке попадає в розплав із струменем металу.

Про величини швидкостей розплаву можна судити по їх вертикальним складовим із графіків, які представлені на рис. 4.4 для трьох різних напівплощин вертикальних осьових перерізів ковша на довжині від осі симетрії, яка дорівнює то-

вщині струменя (1), довжині до фурми (2) і радіусу ковша (у його бокової поверхні).

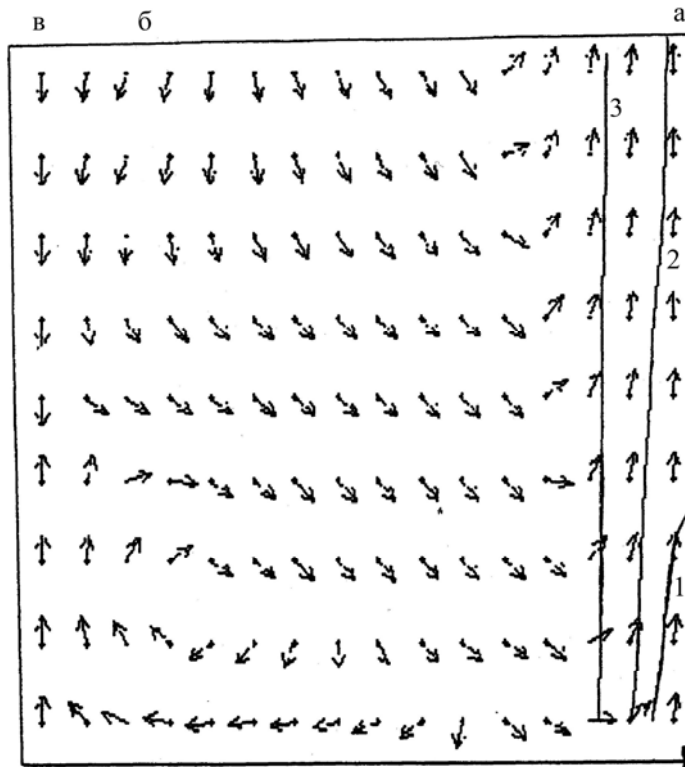


Рис. 4.3. Поля напрямків проєкцій швидкостей і ізолінії концентрації газу в розгортці циліндричного перерізу розрахункової області, який проходить через фурму

Замітимо, що характер поведінки кривих 1 в усіх трьох площинах практично однаковий (вертикальні складові швидкостей змінюються приблизно від  $0,5$  м/с в місті входу струменя до  $0,8$  м/с під зоною його повороту). На відміну від них криві 2 та 3 в напівплощині розташування фурми (рис 4.4,а) і в інших представлених напівплощинах (рис 4.4,б, в) ведуть себе істотно по різному. Порівнюючи одержані графіки для кривої 2 видно, що найбільші по абсолютній величині швидкості спостерігаються в верхніх шарах метала над фурмою і набувають значень  $1,4$  м/с. Якщо порівняти одержані графіки для кривої 3,

ТО ВИДНО, ЩО ЗНАЧНІ ВЕЛИЧИНИ ШВИДКОСТЕЙ ЗРОСТАЮЧИХ ПОТОКІВ МАЮТЬ МІСЦЕ ТАКОЖ У СТІНКИ КОВША БІЛЯ ФУРМИ, НАБУВАЮЧИ ПРИ ЦЬОМУ ЗНАЧЕНЬ ДО 0,9 м/с.

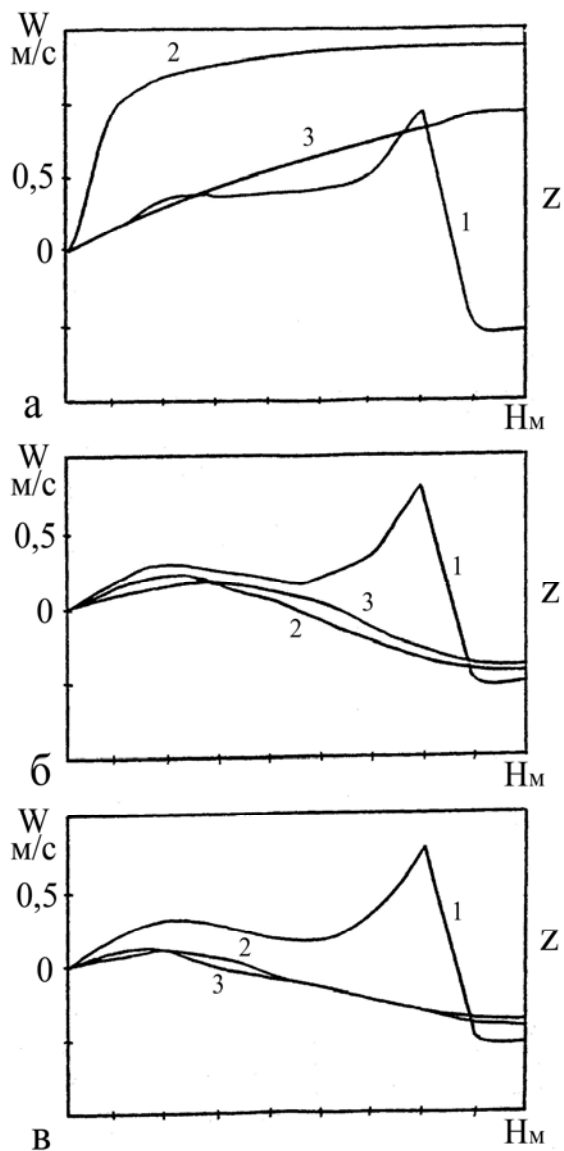


Рис. 3.4. Вертикальні складові швидкостей металу в вертикальних осьових перерізах ковша при  $a — \varphi = 0$ ;  $б — 7/8\pi$ ;  $в — \pi$

Проведені дослідження дозволяють розглянути задачу по визначенню найбільш сприятливих зон на поверхні розплаву при введенні в ківш феросплавів з точки зору їх повного засвоєння.

Дослідженню цих питань присвячено наступний розділ.

## Розділ 5

### **ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ЗАСВОЄННЯ МІКРОДОБАВОК В СТАЛЕРОЗЛИВНОМУ КОВШІ, ЩО НАПОВНЮЄТЬСЯ, ПРИ ДОННОМУ ПРОДУВАННІ МЕТАЛА АРГОНОМ**

Технологія мікро легування та розкислення сталі припускає введення різних феросплавів в ківш, що наповнюється, з одночасним продуванням металу аргоном через фурму, що встановлена в шибєрному затворі.

Звичайний спосіб введення феросплавів у ківш має істотні недоліки. До них відносяться, зокрема, низькі швидкості плавлення та розплавлення феросплавів, нестабільність їх засвоєння та ін. Процес засвоєння феросплавів дуже складний і включає в себе різні стадії (плавлення, розчинення, перенос розчиненої речовини по об'єму ковша та ін.). При засвоєнні кусків мікродобавок неминучі витрати феросплавів, які пов'язані в основному з недостатньою швидкістю розплавлення. Таким чином необхідно створити сприятливі умови для збільшення степені засвоєння феросплаву при введенні його в ківш. Істотними параметрами мікролегування та розкислення сталі являються місце, момент введення і фракційний склад феросплавів. Ці параметри повинні бути визначені виходячи із вимог форсованого засвоєння феросплавів, які присаджуються в наповнюваний сталерозливний ківш при донному продуванні металу аргоном.

Для визначення найбільш оптимального місця, моменту і розмірів кусків феросплавів, що вводяться, необхідно знати траєкторії їх руху у розплаві, швидкість обтікання їх розплавом в об'ємі металу, час плавлення феросплавів (з врахуванням можливого намерзання і сплавлення оболонки металу), а також час подальшого масопереносу продуктів плавлення феросплавів по об'єму металу у ковші.

Пряме експериментальне визначення цих характеристик дуже важке із-за непрозорості і високої температури розплаву. Місце, момент і розміри введених кусків феросплавів, які відповідають їх найкращому засвоєнню, можуть бути визначені шляхом чисельного моделювання з врахуванням розрахункових полів швидкостей розплаву і розподілу газової фази, які вже були одержані в попередньому розділі.

### **5.1. Просторове кружляння, плавлення та масоперенос мікродобавок у ковші**

Розіб'ємо задачу по засвоєнню мікродобавок у ковші на дві частини [21]. Перша частина буде полягати у тому, щоб розрахувати переміщення феросплаву, який вводиться у ківш, одночасно з розрахунком динаміки його плавлення і визначенням місця його остаточного розплавлення. Друга частина буде полягати у тому, щоб розглянути задачу масопереносу продуктів плавлення феросплавів, визначивши при цьому час їх усереднення по об'єму металу у ковші.

Розрахунок траєкторії руху кускових матеріалів в розплаві вивчався вже давно (див., наприклад [22]). Крім того, в умовах сталерозливного ковша, що наповнюється, які нас цікавлять, він був підсумований в монографіях [11, 23]. Потім по-

дальший масоперенос продуктів плавлення кускових матеріалів вивчався в стаціонарній постановці, наприклад, в роботі [24], а в роботі [23] в нестаціонарній постановці.

В даному розділі, на відміну від вказаних робіт, рух кусків феросплавів і масоперенос продуктів їх плавлення розрахований для тривимірного поля швидкостей, одержаного в розділі 4 в умовах наповнення сталерозливного ковша з одночасним продуванням ванни метала аргоном і з врахуванням захоплення повітря струменем розплаву при випуску із сталеплавильного агрегату.

Припускається, що тверді мікродобавки вводяться у ківш вільно, тобто, кусок феросплаву падає вертикально вниз з деякої висоти  $H_0$  над верхнім зрізом ковша (при цьому початкова швидкість вважається нульовою). Тоді величина швидкості мікродобавки над поверхнею метала буде визначатися із виразу:

$$v = \sqrt{2g(H_0 + H_k - H_m)}, \quad (5.1)$$

де  $H_k$  — висота ковша,  $H_m$  — висота металу в ківші та  $g$  — прискорення вільного падіння. В результаті проходження феросплавом шлакового шару і в результаті співударяння його з поверхнею ванни при вході куска феросплаву під поверхню розплаву частина його швидкості губиться. Тоді початкова швидкість феросплаву під поверхню розплаву може бути визначена по формулі:

$$v_0 = kv. \quad (5.2.)$$

В цьому випадку коефіцієнт  $k$ , як показано у роботі [23], знаходиться в межах 0,5 — 0,7.

Розглянемо силу, яка діє на кусок феросплаву у розплаві. Так як він рухається у розплаві, то сумарна сила, яка діє на нього, буде складатися із архимедової сили і сили опору, тобто:



$$\vec{F} = \vec{F}_a + \vec{F}_s, \quad (5.3)$$

В цьому випадку архимедова сила буде визначатися наступним чином:

$$\vec{F}_a = (m - m^*) \vec{g}, \quad (5.4)$$

де  $m$  та  $m^*$  — маса феросплаву та розплаву, який витісняється ним, а сила опору —

$$\vec{F}_s = -CS \frac{\rho_{\text{рід}}}{2} |v - v_p| (\vec{v} - \vec{v}_p), \quad (5.5)$$

де  $C$  — коефіцієнт опору,  $S$  — міделевий переріз куска,  $\rho_{\text{рід}}$  — густина розплаву,  $\vec{v}$  — швидкість шматка,  $\vec{v}_p$  — швидкість розплаву.

Введемо у розгляд наступне позначення:

$$\vec{f} = \vec{F} / (m + \kappa m^*), \quad (5.6)$$

де  $t$  — час, і  $\kappa$  — коефіцієнт приєднаної маси. Тоді рівняння руху куска феросплаву в розплаві запишеться у наступному вигляді:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{f}. \quad (5.7)$$

В даному розділі були використані в тривимірному випадку математичні моделі кінетики плавлення феросплаву з врахуванням намерзання і подальшого сплавлення оболонки розплаву, сумарного теплового ефекту від розчинення, окислення елементів у пограничному слої при взаємодії феросплаву з розплавом, приведені у роботі [23]:

$$C_{\text{еф}}(T) \rho(T) \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \lambda(T) r^2 \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right], \quad (5.8)$$

$$-\rho(T)\Sigma Q \frac{dZ(t)}{dt} = a(T_p(t) - T_L) - \lambda(T) \frac{\partial T(Z(t), t)}{\partial r}, \quad (5.9)$$

$$\frac{dZ(t)}{dr} = \beta \frac{\Delta X}{\rho(T)}, \quad (5.10)$$

де  $C_{\text{еф}}$  — ефективна теплоємність;  $\rho(T)$  — густина тіла та сталльної оболонки;  $r$  — поточна координата;  $t$  — час;  $T(r, t)$  — поточна температура тіла та оболонки розплаву, що намерзла;  $\Sigma Q$  — теплота фазового переходу речовини, яка скоригована на величину теплового ефекту у пограничному слої;  $Z(t)$  — поточна зовнішня границя;  $a$  — коефіцієнт тепловіддачі;  $T_p(t)$  — температура розплаву;  $T_L$  — температура ліквідусу твердого тіла або розплаву;  $\beta$  — коефіцієнт масопереносу між твердою добавкою та рідиною;  $\Delta X$  — різниця між концентрацією насиченого розчину біля поверхні куска та концентрацією компонента, що розчиняється в розплаві.

Ефективна теплоємність в даному випадку визначається наступним чином [7]:

$$C_{\text{еф}}(T) = \begin{cases} C_S, & T < T_S \\ C' + \frac{Q}{T_L - T_S}, & T_S \leq T \leq T_L \\ C_L, & T_L < T \end{cases}, \quad (5.11)$$

де  $C_S$  — теплоємність твердої сталі;  $C'$  — теплоємність,  $C_L$  — теплоємність рідкої сталі;  $Q$  — теплота фазового переходу. Тепловий ефект від розчинення, окислення елементів у пограничному слої при взаємодії феросплаву з розплавом розподіляється між твердим тілом та розплавом пропорційно їх теплопровідності [25].

Крім того, в задачі плавлення феросплаву врахований турбулентний характер потоків розплаву, які обтікають кусок феросплаву. Він приводить до збільшення ефективного коефіцієнта теплопровідності рідкого металу у відповідності з дво-параметричною моделлю турбулентності, яка приведена в монографії [7].

Відмітимо, що масоперенос продуктів плавлення феросплаву описується рівнянням:

$$\frac{\partial \alpha'}{\partial t} = -\vec{\nabla}(\alpha' \vec{v}_p) + D_e \Delta \alpha', \quad (5.12)$$

де  $\alpha'$  — об'ємна густина (концентрація) рідкого феросплаву та  $D_e$  — ефективний коефіцієнт дифузії, який враховує турбулентний характер руху розплаву.

В циліндричних координатах  $r, \varphi, z$  рівняння (5.7) набуває вигляду:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = \frac{v_\varphi^2}{r} + f_r, \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} = -\frac{v_r v_\varphi}{r} + f_\varphi, \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = f_z. \quad (5.15)$$

В цих рівняннях індекс для швидкості і для питомої сили означає їх компоненту в циліндричних координатах. Тоді для визначення швидкості одержимо:

$$v_r = \frac{\partial r}{\partial t}, \quad v_\varphi = r \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad v_z = \frac{\partial z}{\partial t}. \quad (5.16)$$

Використовуючи наступні скорочення для позначення похідних:

$$\partial_r = \frac{\partial}{\partial r}, \quad \partial_\varphi = \frac{\partial}{\partial \varphi}, \quad \partial_z = \frac{\partial}{\partial z},$$

одержимо рівняння масопереносу (5.12) в циліндричних координатах:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha'}{\partial t} = & -\frac{1}{r} \partial_r \left( r \alpha' (v_p)_r \right) - \frac{1}{r} \partial_\varphi \left( \alpha' (v_p)_\varphi \right) - \partial_z \left( \alpha' (v_p)_z \right) + \\ & + D_e \left[ \frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r \alpha') + \frac{1}{r^2} \partial_\varphi^2 \alpha' + \partial_z^2 \alpha' \right], \end{aligned} \quad (5.17)$$

Якщо розглянути рівняння (5.13 — 5.15) в різницевому вигляді на шаховій сітці, то ми одержимо наступні вирази:

$$\begin{aligned} v_r^{n+1} = & v_r^n + \partial t \left[ \frac{(v_\varphi^n)^2}{r} - \right. \\ & \left. - \frac{3}{4} C \cdot \frac{\rho_{\text{рід}}}{\rho_{\text{шм}} + k \cdot \rho_{\text{рід}}} \left( v_r^n - \frac{u_{i,j,k}^n + u_{i-1,j,k}^n}{2} \cdot \frac{\sqrt{(v_r^n)^2 + (v_\varphi^n)^2 + (v_z^n)^2}}{d} \right) \right]; \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} v_\varphi^{n+1} = & v_\varphi^n + \partial t \left[ -\frac{v_r^n \cdot v_\varphi^n}{r} - \right. \\ & \left. - \frac{3}{4} C \cdot \frac{\rho_{\text{рід}}}{\rho_{\text{шм}} + k \cdot \rho_{\text{рід}}} \left( v_\varphi^n - \frac{v_{i,j,k}^n + v_{i,j-1,k}^n}{2} \cdot \frac{\sqrt{(v_r^n)^2 + (v_\varphi^n)^2 + (v_z^n)^2}}{d} \right) \right]; \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$v_z^{n+1} = v_z^n +$$

$$+ \partial t \left[ -\frac{3}{4} C \cdot \frac{\rho_{\text{рід}}}{\rho_{\text{шм}} + k \cdot \rho_{\text{рід}}} \left( v_z^n - \frac{(w_{i,j,k}^n + w_{i,j,k-1}^n)}{2} \cdot \frac{\sqrt{(v_r^n)^2 + (v_\varphi^n)^2 + (v_z^n)^2}}{d} \right) - \right.$$

$$\left. - g \cdot \frac{\rho_{\text{шм}} - \rho_{\text{рід}}}{\rho_{\text{шм}} + k \cdot \rho_{\text{рід}}} \right]; \quad (5.20)$$

де  $k = 0,5$ ,  $\rho_{\text{рід}}$  — густина рідкої сталі;  $\rho_{\text{шм}}$  — густина шматка;  $d$  — діаметр гранули. При розрахунках  $r, \varphi, z$  змінювалися наступним чином:

$$\begin{cases} r = r + \partial t \cdot v_r; \\ \varphi = \varphi + \partial t \cdot \frac{v_\varphi}{r}; \\ z = z + \partial t \cdot v_z. \end{cases} \quad (5.21)$$

Скінчено-різницевий вигляд рівняння масопереносу (5.15) на шаховій сітці записується у наступному вигляді (для спрощення запису замість  $\alpha'$  будемо писати в подальшому  $\alpha$ ):

$$\alpha_{i,j,k}^{n+1} = \alpha_{i,j,k}^n +$$

$$+ \tau \left\{ \frac{1}{r_i} \cdot \frac{r_{i'} \left( -\frac{\alpha_{i+1,j,k} + \alpha_{i,j,k}}{2} u_{i',j,k} + (D_e)_{i',j,k} \frac{\alpha_{i+1,j,k} - \alpha_{i,j,k}}{(r_{i+1} - r_i)} \right)}{(r_i - r_{i-1})} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{r_i} \cdot \frac{r_{i'-1} \left( -\frac{\alpha_{i,j,k} + \alpha_{i-1,j,k}}{2} u_{i'-1,j,k} + (D_e)_{i'-1,j,k} \frac{\alpha_{i,j,k} - \alpha_{i-1,j,k}}{(r_i - r_{i-1})} \right)}{(r_i - r_{i-1})} \right\} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{r_i} \cdot \frac{\left( -\frac{\alpha_{i,j,k} + \alpha_{i,j+1,k}}{2} v_{i,j',k} + (D_e)_{i,j',k} \frac{1}{r_i} \frac{\alpha_{i,j+1,k} - \alpha_{i,j,k}}{(\varphi_{j+1} - \varphi_j)} \right)}{(\varphi_{j'} - \varphi_{j'-1})} - \\
& - \frac{1}{r_i} \cdot \frac{\left( -\frac{\alpha_{i,j,k} + \alpha_{i,j-1,k}}{2} v_{i,j'-1,k} + (D_e)_{i,j'-1,k} \frac{1}{r_i} \frac{\alpha_{i,j,k} - \alpha_{i,j-1,k}}{(\varphi_j - \varphi_{j-1})} \right)}{(\varphi_{j'} - \varphi_{j'-1})} + \\
& + \frac{\left( -\frac{\alpha_{i,j,k} + \alpha_{i,j,k+1}}{2} w_{i,j,k'} + (D_e)_{i,j,k'} \frac{\alpha_{i,j,k+1} - \alpha_{i,j,k}}{(z_{k+1} - z_k)} \right)}{(z_{k'} - z_{k'-1})} - \\
& - \frac{\left( -\frac{\alpha_{i,j,k} + \alpha_{i,j,k-1}}{2} w_{i,j,k'-1} + (D_e)_{i,j,k'-1} \frac{\alpha_{i,j,k} - \alpha_{i,j,k-1}}{(z_k - z_{k-1})} \right)}{(z_{k'} - z_{k'-1})} \Bigg], \tag{5.22}
\end{aligned}$$

В цих формулах прийнято:

$$\begin{aligned}
(D_e)_{i',j,k} &= D + \frac{|u_{i',j,k}|}{2} (r_{i+1} - r_i), \\
(D_e)_{i,j',k} &= D + \frac{|v_{i,j',k}|}{2} (\varphi_{j+1} - \varphi_j), \tag{5.23} \\
(D_e)_{i,j,k'} &= D + \frac{|w_{i,j,k'}|}{2} (z_{k+1} - z_k),
\end{aligned}$$

де  $D$  — коефіцієнт молекулярної дифузії. Крім того, вважається, що

$$r_i = \frac{r_i' + r_{i'-1}}{2}, \quad \varphi_j = \frac{\varphi_j' + \varphi_{j'-1}}{2}, \quad z_k = \frac{z_k' + z_{k'-1}}{2}. \quad (5.24)$$

Граничні умови для  $\alpha'$  приймемо на твердих поверхнях умовами непротікання, а на вільній поверхні та в струмені розплаву умовами вільного протікання:

$$\vec{n} \cdot \vec{\nabla} \alpha' = 0. \quad (5.25)$$

## **5.2. Аналіз результатів розрахункового експерименту по введенню мікродобавок у сталерозливний ківш**

За розрахункову область, як і в попередньому розділі, виберемо половину циліндра (рис. 4.1), так як має місце дзеркальна симетрія відносно вертикальної площини, яка проходить через вісь ковша і фурми в шиберному затворі. Задача розв'язується в нестационарній постановці з урахуванням зміни розрахункової області по мірі наповнення ковша. Були прийняті наступні чисельні параметри розрахунку: радіус ковша —  $R = 1,5$  м; висота ковша —  $H = 3,5$  м; висота, з якої падає кусок феросплаву —  $H_0 = 2,5$  м.

Розрахунок проводився для фероборів ФБ6, ФБУ20 та феротитану ФТи30, які присаджувалися в сталь (табл. 5.1, 5.2).

При введенні мікролегуючих добавок у метал можуть спостерігатися витрати матеріалів через неповне розплавлення кусків. Тому для того, щоб уникнути цих витрат, необхідно обмежити як мінімальний, так і максимальний розмір добавок, що вводяться у ківш. Розмір кусків феросплавів повинен знаходитися у межах від 5 до 50—70 мм [26, 27, 28].

Таблиця 5.1. Вихідні дані по гранулам феросплавів

	ФБ6	ФБУ20	ФТи30
Тепло екзотермічних реакцій	3986000,0 Дж/кг	4904000,0 Дж/кг	5119000,0 Дж/кг
Теплота фазового переходу	369000,0 Дж/кг	585000,0 Дж/кг	386000,0 Дж/кг
Теплоємність	840,0 Дж/(кг·К)	986 Дж/(кг·К)	681,0 Дж/(кг·К)
Густина	6380,0 кг/м <sup>3</sup>	4100,0 кг/м <sup>3</sup>	5860,0 кг/м <sup>3</sup>
Теплопровідність твердої фази	86,0 Вт/(м·К)	54,0 Вт/(м·К)	76,6 Вт/(м·К)
Теплопровідність рідкої фази	86,0 Вт/(м·К)	54,0 Вт/(м·К)	76,6 Вт/(м·К)
Температура ліквідуса	1150,0 °С	1550,0 °С	1535 °С
Температура солідуса	1085,0 °С	1430,0 °С	1380 °С



Таблиця 5.2. Теплофізичні параметри

Температура плавлення сталі	1490 °С
Теплота фазового переходу в сталі	250000,0 Дж/кг
Теплоємність твердої сталі	717,0 Дж/(кг·К)
Теплоємність рідкої сталі	838.0 Дж/(кг·К)
Густина твердої сталі	7800.0 кг/м <sup>3</sup>
Густина рідкої сталі	7000.0 кг/м <sup>3</sup>
Теплопровідність твердої сталі	34.3 Вт/(м·К)
Теплопровідність рідкої сталі	24.9 Вт/(м·К)
Початкова температура гранули	20.0 °С
Температура рідкого метала	1570 °С
Ефективний коефіцієнт кінематичної в'язкості	$0,7 \cdot 10^{-6}$ м/с
Коефіцієнт лінійного розширення в сталі	$1.1 \cdot 10^{-4}$

Результати розрахунків траєкторій руху кусків феросплавів ФБ6 розміром 25 мм, ФБУ20 — 10 мм, ФТи30 — 10 мм, які вводилися в різні місця на поверхні розплаву у стінки ковша для трьох різних рівнів наповнення ковша (1.0, 1.6 та 2.1 м) представлені на рис. 5.1 — 5.3. Хрестиками на цих рисунках позначені місця введення куска феросплаву, квадратами — місця його спливання, а чорними колами — місця його повного розплавлення. Аналізуючи одержані результати, бачимо, що існують сприятливі з точки зору повного розплавлення феросплаву місця для його введення і несприятливі місця на поверхні розплаву, при введенні в які кусок спливає на поверхню, навіть не встигнувши розплавитися.

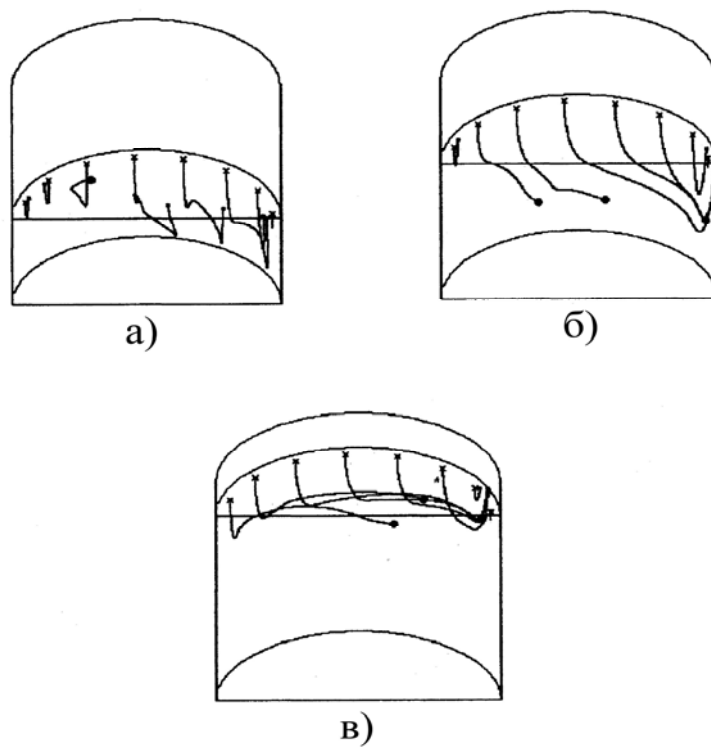


Рис. 5.1. Траєкторії руху кусків феросплаву ФБ6 розміром 25 мм при наповненні ковша на а) 1 м; б) 1,6 м; в) 2.1 м.

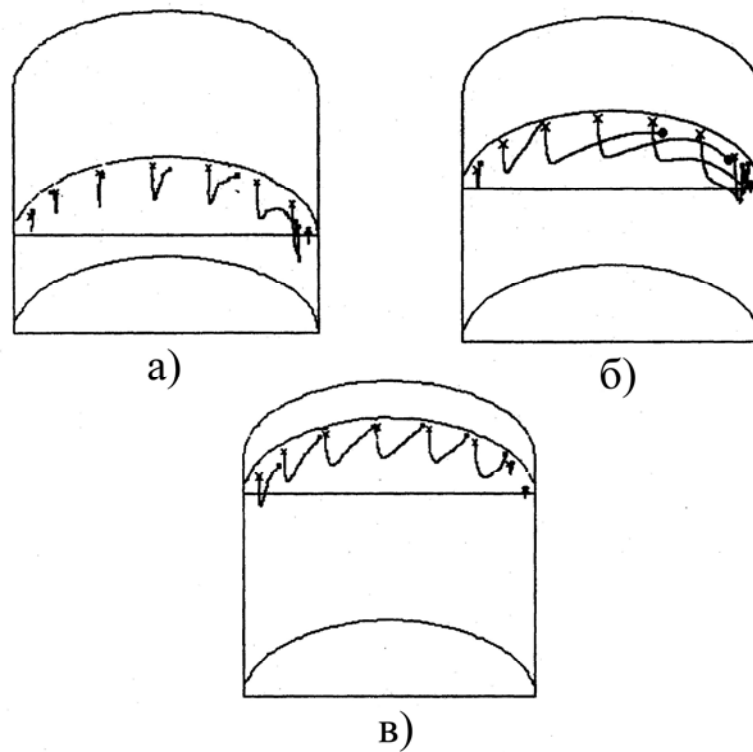


Рис. 5.2. Траєкторії руху кусків феросплаву ФБУ20 розміром 25 мм при наповненні ковша на: а) 1 м; б) 1,6 м; в) 2.1 м

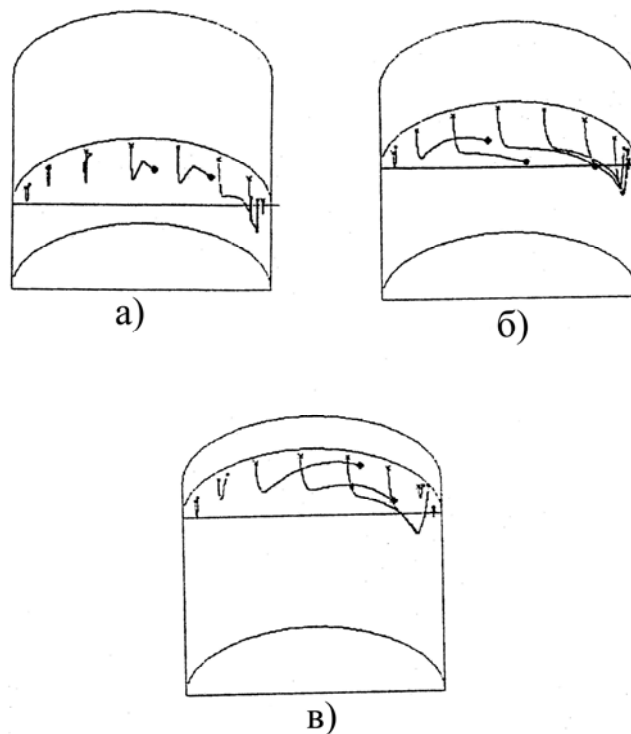


Рис. 5.3. Траєкторії руху кусків феросплаву ФТн30 розміром 25 мм при наповненні ковша на: а) 1 м; б) 1,6 м; в) 2.1 м.

Для визначення оптимального моменту і місця введення мікродобавок була проведена серія розрахунків за часом кружляння куска феросплаву при різних рівнях наповнення ковша при фіксованому значенні  $\rho = 1,2$  м. На рис. 5.4 представлена серія графіків залежності часу кружляння куска феросплаву від кута  $\varphi$  на поверхні розплаву. Хрестиками на приведених графіках (як і на графіках рис. 5.5) представлені ділянки розплавлення куска в об'ємі розплаву. Дані графіки показують, що для різних рівнів наповнення ковша металом існують виділені значення кута  $\varphi$ , при яких час кружляння мікродобавок максимальний. Для цих значень кутів при різних рівнях наповнення ковша була проведена серія розрахунків довжини кружляння часток в залежності від  $r$ . Результати розрахунків представлені на рис. 5.5. Із приведених графіків слідує, що при даних кутах найбільш спри-

ятливі умови для розплавлення кусків феросплаву реалізуються при його введенні біля бокової поверхні ковша при наповненні ковша приблизно на 1,6 м. Це дозволяє вважати даний рівень, як найбільш сприятливий для введення феросплавів.

Для аналізу засвоєння різних феросплавів різних фракцій була проведена серія розрахунків для рівня наповнення ковша на 1,6 м в різні ділянки поверхні розплаву (чорним квадратом позначено місце розташування аргонної фурми). Результати розрахунків наведені на рис. 5.6. Лініями обмежуються місця введення феросплавів, при введенні в які вони встигають розплавитися в об'ємі розплаву. Із збільшенням розмірів куска площа ділянки його сприятливого введення зменшується, при цьому вона стягується в основному до бокової поверхні ковша.

Порівняння приведених на рис. 5.6 графіків дозволяє зробити загальний висновок про те, що з зростом густини феросплаву кут сприятливого його введення збільшується. Якщо для ФБУ20 він складав приблизно  $60^\circ$ , то для ФТн30 —  $110^\circ$ , а для ФБ6 вже  $150^\circ$ .

Серія розрахунків масопереносу продуктів плавлення феросплавів показала, що при випуску плавки та донному продуванні розплаву аргоном тривалість усереднення складу метала не залежно від місця його остаточного розплаву незначна (не більше 20 с).

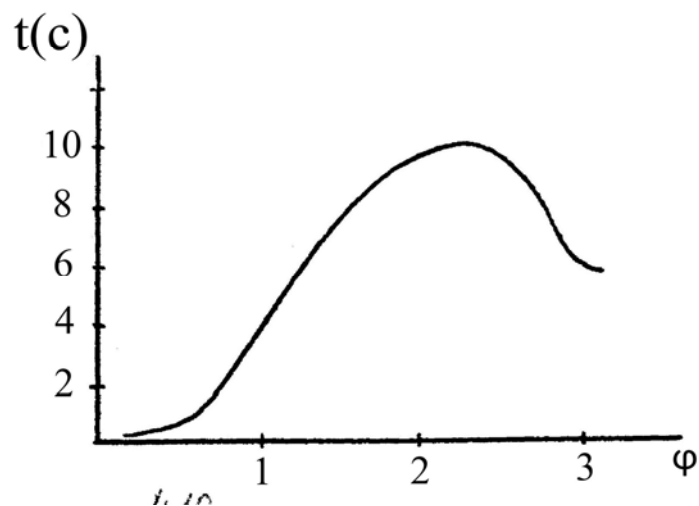
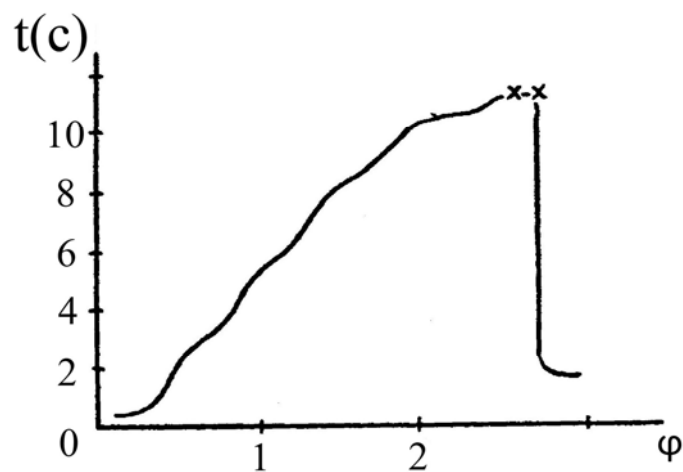
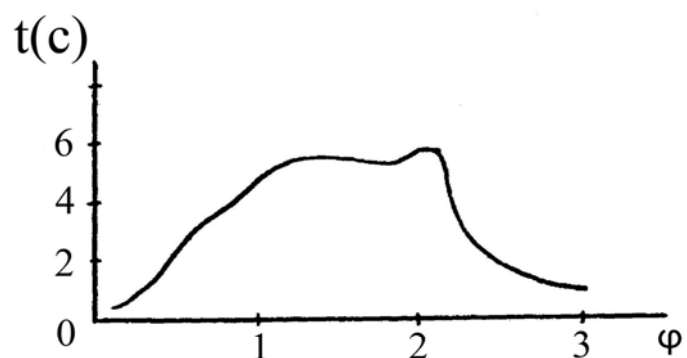


Рис. 5.4. Залежність часу кружляння куска феросплаву від кута  $\varphi$  на поверхні розплаву при  $r=1,2$  м для заповнення ковша на:  
а)1; б)1,6; в)2,1 м.

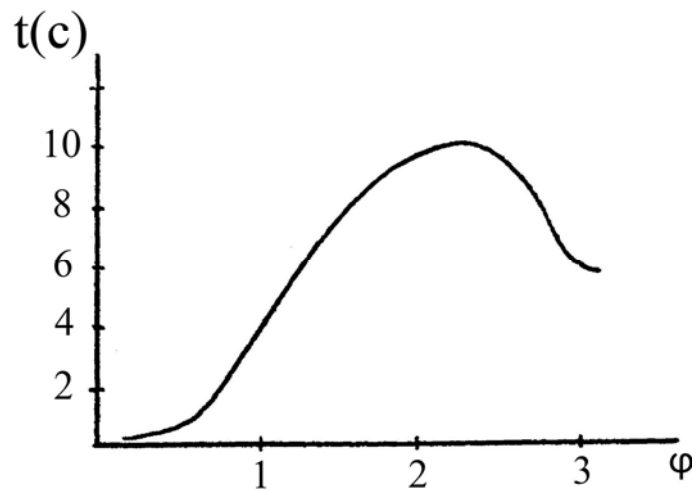
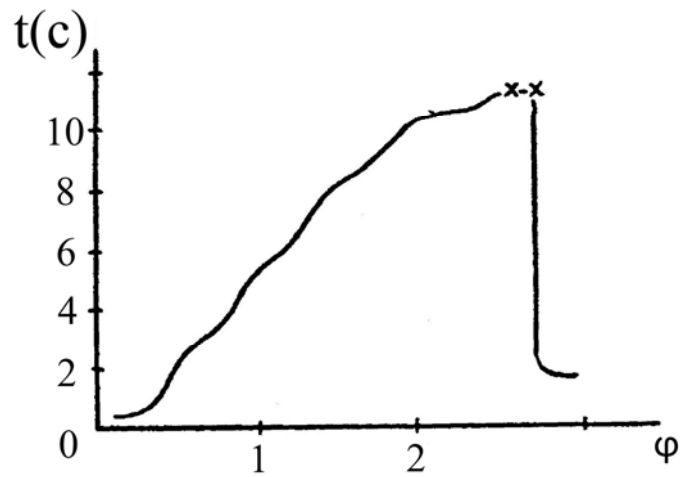
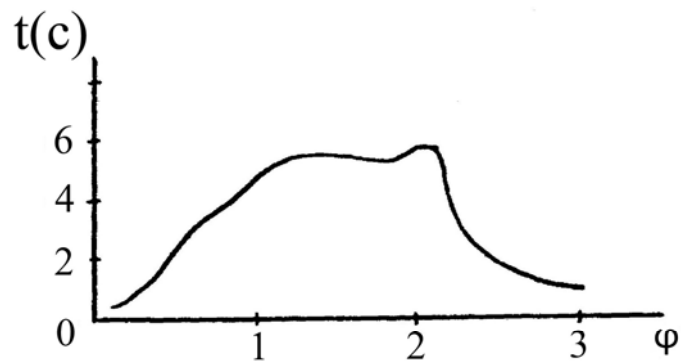


Рис. 5.5. Залежність часу кружляння куска феросплаву від радіусу  $r$  при оптимальному куті  $\varphi$  на поверхні розплаву для заповнення ковша на: а)1; б)1,6; в)2,1 м.

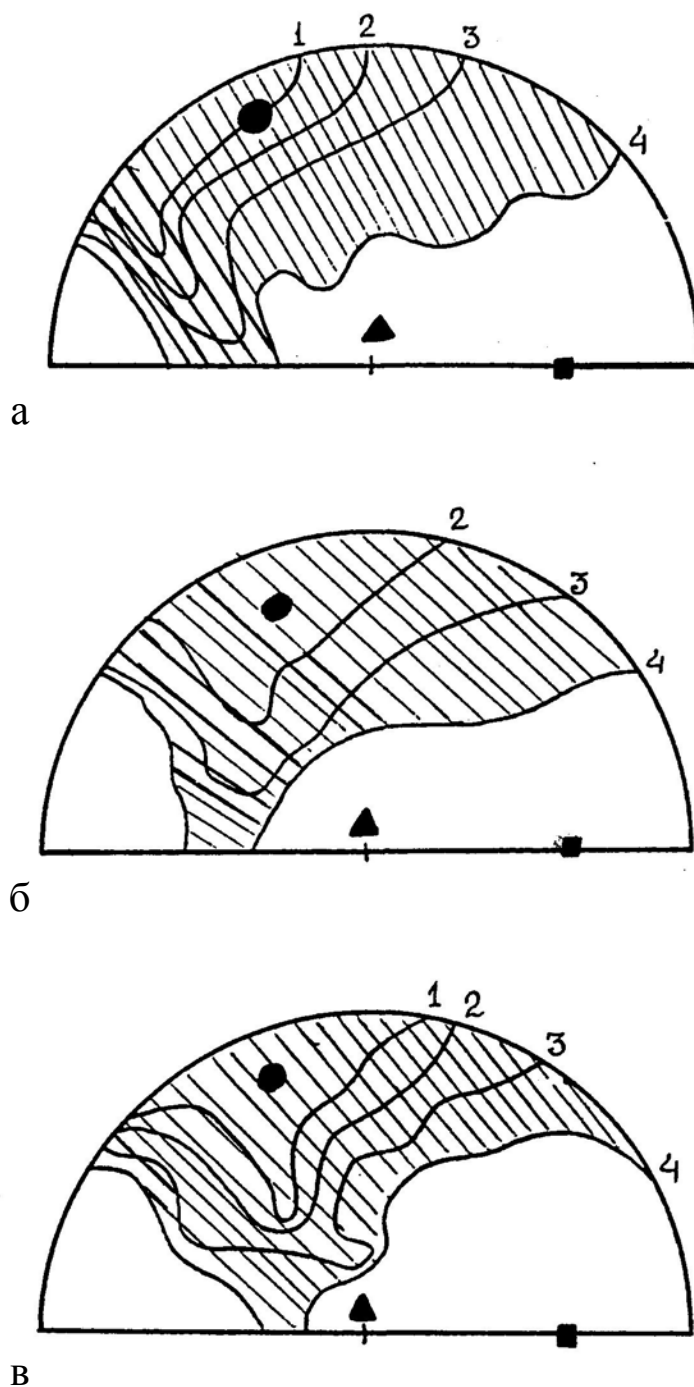


Рис. 5.6. Ділянки сприятливі для засвоєння феросплавів:  
 а)ФБ6; б)ФБУ20; в)Фти30 фракцій 1—35, 2—25, 3—15, 4—5 мм  
 (● — нова технологія, визначена за допомогою розрахунків,  
 ▲ — існуюча технологія)

Це дозволяє зробити висновок про те, що головним в умовах даної задачі є, в основному, довжина кружляння та плавлення феросплаву в розплаві, а не час усереднення продуктів його плавлення.

Результати розрахункового експерименту [29] підтвердилися дослідно-промисловим експериментом, який проводився на металургійному комбінаті “Криворіжсталь”. На основі результатів цих експериментів були розроблені рекомендації до технологічного режиму введення мікролегуючих присадок у сталь при виробництві мікролегуючих напівспокійних сталей 35ГТпс, 35ГРпс, 35ГТРпс, 25Г2Тпс, 25Г2Рпс, 25Г2ТРпс, Ст3ТРпс “селект” для зварювального прокату підвищеної міцності (класів А400С та А500С).

Відмітимо, що розроблені рекомендації по місцю введення феросплавів значно відрізняються від Типових технологічних інструкцій по виплавці сталі. В них, на відміну від розроблених в роботі, введення твердих мікродобавок у сталерозливний ківш, що наповнюється, припускається під струмінь металу із агрегату при наповненні ковша на 2/3 його висоти (рис. 5.6).



## Література

1. *Арсеньев П.П., Яковлев В.В., Комаров С.В.* Конвертерный процесс с комбинированным дутьем. — М.: Металлургия, 1991. — 176 с.
2. *Чернятевич А.Г., Бродский А.С., Наливайко А.П.* Перемешивание конвертерной ванны при комбинированной продувке встречными струями// Технология производства стали в конвертерных и мартеновских цехах. — М.: Металлургия, 1989. — С. 35—38.
3. *Самохвалов С.Є.* Теплофізичні процеси в багатофазних середовищах: теоретичні основи комп'ютерного моделювання. — К.: Інститут системних досліджень мін. Освіти України, 1994. — 172 с.
4. Численное моделирование гидродинамики слабо сжимаемой газожидкостной среды/ Никитенко Н.И., Самохвалов С.Е., Бабенко М.В. и др.// Инжен.- физич. Журнал. — 1995. — №5. — С.774—778.
5. *Кутателадзе С.С., Стырикович М.А.* Гидродинамика газожидкостных систем. — М.: Энергия, 1975. — 296 с.
6. *Чернятевич А.Г., Наливайко А.П., Приходько А.А.* Численное моделирование перемешивания и теплообмена в конвертерной ванне// Изв. вузов. Черная металлургия. — 1984. — №5. — С. 44—48.
7. *Огурцов А.П., Самохвалов С.Е.* Численные методы исследования гидродинамических и тепломассопереносных процессов сталеплавильного производства. — К.: Наукова думка, 1993. — 220 с.
8. *Белоцерковский О.М.* Численное моделирование в механике сплошных сред. — М.: Наука, 1984. — 520 с.

9. *Протопопов Е.В., Чернятевич А.Г., Юдин С.В.* Исследование химических и температурных градиентов в конвертерной ванне с использованием высокотемпературного моделирования. // Изв. вузов. Черная металлургия. — 1997. — №10. — С. 20—24.
10. *Самохвалов С.Є., Віхлевицук В.А., Толстих Ю.М.* Тепломасопереносні процеси у наповнюємому ковші під час подачі твердої шлакоутворюючої суміші.// Математичне моделювання, ДДТУ. — 1994. — №1 — С.46—50 .
11. *Жучков В.И., Носков А.С., Завьялов А.Л.* Растворение ферросплавов в жидком металле. — Свердловск: УрО АН СССР, 1990. — 136 с.
12. *Коротич В.И.* Основы теории и технологии подготовки сырья к доменной плавке. — М.: Металлургия, 1978. — 208 с.
13. *Чернятевич А.Г.* Разработка энергосберегающих методов продувки конвертерной ванны на основе высокотемпературного моделирования: Дис. докт. техн. наук. Днепродзержинск, 1990. 550с.
14. Сопряженная математическая модель гидродинамических процессов в шлаковой и металлической фазах в полости конвертера/ С.Е.Семыкин, С.Е.Самохвалов, В.Ф.Поляков и др.// Математичне моделювання , 2000, №1(4). С.20—23.
15. Численное моделирование газосодержания в шлаковой фазе конвертера/ Е.Н.Сигарев, А.Г.Чернятевич, В.Н.Селищев// Математичне моделювання, 2001, №1(6). С.93—96.
16. *Самохвалов С.Е.* Метод расщепления по физическим факторам для несоленоидального движения газожидкостных сред// ИФЖ. 1998. №3. С.454—459
17. *Ефимов В.А.* Разливка и кристаллизация стали. — М.: Металлургия, 1976. — 552 с.

18. Яковлев Ю.Н. Инжектирование воздуха струей металла при разливке// Изв. АН СССР. Металлы. — №4. — 1971. — С. 51—54.
19. Некоторые особенности гидродинамики разливки стали сверху/ Гребенюк В.П., Осипов В.П., Сапко В.Н. и др.// Проблемы стального слитка. III. — М.: Металлургия, — 1963. — С. 87—91.
20. Математическая модель заполнения замкнутых объемов, учитывающая инъекцию воздуха/ Огурцов А.П., Яковлев Ю.Н., Самохвалов С.Е. и др.// Инжен.-физич. Журнал. — 1992. — №3. — С.358—363.
21. Численное моделирование динамики усвоения микродобавок в заполняемом сталеразливочном ковше при донной продувке металла аргоном/ В.А.Вихлевщук, Ю.Н.Омель, С.Е.Самохвалов, Косухина Е.С. // Математичне моделювання. — Дніпродзержинськ: ДДТУ, №3 — 1998. — С.79—82.
22. Гутри Р.И.Л. Физико-химические и гидродинамические аспекты легирования расплавов методом вдувания порошков// Инжекционная металлургия'80. — М.: Металлургия, 1982. — С. 75—92.
23. Вихлевщук В.А., Огурцов А.П., Павлюченков И.А. и др. Математическое моделирование процессов внеагрегатной обработки стали. — К.: ИСМО МО Украины, 1997. — 152 с.
24. Кривко Е.М., Павлюченков И.А., Самохвалов С.Е. Численное моделирование распределения примесей при заполнении ковша металлом // Изв. вузов. Черная металлургия. — 1991. — №11. — С. 15—17.
25. Научные и технологические основы микролегирования стали / Пилюшенко В.Л, Вихлевщук В.А., Поживанов М.А. и др. — М.: Металлургия, 1994. — 384с.

26. *Кнюппель Г.* Раскисление и вакуумная обработка стали. Ч.1. Термодинамические и кинетические закономерности. — М.: Металлургия, 1973. — 312с.
27. *Лякишев Н.П., Тулин Н.А., Плинер Ю.Л.* Легирующие сплавы и стали с ниобием. — М.: Металлургия, 1981. — 192 с.
28. *Вихлевщук В.А., Харахулах В.С., Бродский С.С.* Ковшевая доводка стали:— Днепропетровск: Системные технологии, 2000. — 190 с.
29. Вычислительный и опытно-промышленный эксперименты по исследованию процессов усреднения и усвоения микродобавок в заполняемом сталерозливочном ковше/ В.А.Вихлевщук, Ю.Н.Омель, С.Е.Самохвалов, Е.С.Косухина, В.А.Поляков, В.А.Кондрашкин // Математичне моделювання. — Дніпродзержинськ: ДДТУ, №4 — 2000. — С. 34—37.

## Зміст

	стор.
<b>Вступ</b>	3
<b>Розділ 1.</b>	
<b>Математичне моделювання гідродинамічних та теплових процесів у конверторній ванні в умовах комбінованого продування</b>	6
1.1. Гідродинаміка розплаву в об'ємі конвертора під час комбінованого продування	8
1.2. Побудова розрахункової схеми	11
1.3. Теплообмін у конверторній ванні Під час комбінованого продування	19
1.4. Аналіз результатів розрахунку	21
<b>Розділ 2.</b>	
<b>Чисельне моделювання масопереносних процесів у конверторній ванні при присадці сипучих охолоджувачів</b>	27
2.1. Математична модель масопереносних процесів у конверторній ванні	27
2.2. Аналіз одержаних результатів	33
<b>Розділ 3.</b>	
<b>Чисельне моделювання газовміщення в умовах верхнього продування в шлаковій фазі конвертора</b>	39
3.1. Математична постановка задачі	40
3.2. Аналіз результатів розрахунку	43
<b>Розділ 4.</b>	
<b>Моделювання гідродинамічних та тепломасопереносних процесів у сталерозливному ковші під час наповнення та продування</b>	53
4.1. Побудова математичної моделі	53

4.2. Побудова розрахункової схеми та розстановка Граничних умов	60
4.3. Проведення розрахункового експерименту	72
<b>Розділ 5.</b>	
<b>Чисельне моделювання динаміки засвоєння мікродобавок в сталерозливному ковші, що наповнюється, при донному продуванні метала аргоном</b>	78
5.1. Просторове кружляння, плавлення та масоперенос мікродобавок у ковші	79
5.2. Аналіз результатів розрахункового експерименту по введенню мікродобавок у сталерозливний ківш	87

Наукове видання

*Самохвалов Сергій Євгенович*  
*Косухіна Олена Станіславівна*

**ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ В РОЗРАХУНКАХ  
МЕТАЛУРГІЙНИХ АГРЕГАТІВ**  
**Монографія**

Підписано до друку \_\_\_\_\_. Формат 60x84/16  
Папір типог. Гарнітура Таймс. Різографія. Ум.-друк. арк. 5,98.  
Обл.-вид.арк. 16,25. Тираж - \_\_\_\_\_. Замовлення \_\_\_\_\_

---

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до  
державного реєстру видавництв серія ДК № 1944

Друкарня  
51918, Дніпродзержинськ,  
ДДТУ, вул. Дніпробудівська, 2