

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДНІПРОВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ
ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторних занять по дисципліні

Моделювання технологічних та фізичних процесів

освітньо-наукової програми третього рівня
(підготовка докторів філософії) вищої освіти
зі спеціальності 274 «Автомобільний транспорт»

Затверджено редакційно-видавничою
секцією науково-методичної ради ДДТУ
18.05. 2017р., протокол № 6

Кам'янське
2017

Методичні вказівки до лабораторних занять з дисципліни «Моделювання технологічних та фізичних процесів» освітньо-наукової програми третього рівня (підготовка докторів філософії) вищої освіти зі спеціальності 274 «Автомобільний транспорт» /Укл. Б.П.Середа, д.т.н., професор. Кам'янське, ДДТУ, 2017. – 77 с.

Відповідальний за випуск:

Е.С.Скорняков, проф., зав. каф., докт.техн.наук

Рецензент: О.О.Бейгул , професор, д.т.н.

Затверджено на засіданні кафедри ААГ

Протокол № 12 від 24.05. 2017 р.

Коротка анотація видання. В методичних вказівках приведені лабораторні роботи які виконуються при вивченні дисципліни «Моделювання технологічних та фізичних процесів». Призначено для аспірантів з напрямку Phd.

Вступ

Необхідність постійного поліпшення якості наукових досліджень обумовлюється потребами як внутрішнього, так і зовнішнього ринку. Одним зі шляхів вирішення цієї проблеми є вдосконалення на підприємствах математичного моделювання технологічних та фізичних процесів, забезпечення високого рівня якого можливе лише за умови всебічного, глибокого та комплексного вивчення питань, що пов'язані із математичним моделюванням технологічних процесів.

Об'єктом вивчення навчальної дисципліни "Моделювання технологічних та фізичних процесів" є процес математичного моделювання технологічних процесів. **Мета дисципліни** – є вивчення основних методів проведення математичного та комп'ютерного моделювання технологічних та фізичних процесів при виконанні наукових досліджень,

Вивчення дисципліни дозволить майбутнім фахівцям приймати вірні рішення, спрямовані на підвищення ефективності наукових досліджень завдяки попереднього моделювання технологічних процесів.

Після викладання дисципліни аспірант повинен:

знати головні етапи математичного моделювання технологічних процесів; основи розрахунку і математичного моделювання роботи основних агрегатів.

вміти ставити задачі математичного моделювання роботи агрегатів, а також;

мати навички у математичному моделюванні наукової роботи в цілому.

Мета лабораторних занять – систематизація, поглиблення та конкретизація знань, що отримані аспірантами на попередніх етапах навчання (лекціях, самостійних та практичних заняттях, консультаціях), контроль за ступенем засвоєння матеріалу. Методичні вказівки складені з використанням праці [2-3].

Вивчення навчальної дисципліни передбачає також активну самостійну роботу аспірантів.

ЗМІСТ

1.	Загальні вказівки до виконання практичних робіт з дисципліни	5
2.	Теоретичні основи процесу математичного моделювання технічних систем і процесів	6
2.1	Основні поняття теорії моделювання	6
2.2	Методика та етапи проведення математичного моделювання	8
3	<i>Лабораторна робота №1.</i> Моделювання технологічного процесу побудови поверхневого шару матеріалів.	11
4	<i>Лабораторна робота №2</i> Моделювання зовнішньої швидкісної та регуляторної характеристик двигуна	21
5	<i>Лабораторна робота №3</i> Моделювання конструктивної схеми двигуна	25
6	<i>Лабораторна робота №4.</i> Математична модель технологічного процесу пластичного деформування	29
7	<i>Лабораторна робота №5.</i> Повний факторний експеримент	42
8	<i>Лабораторна робота №6.</i> Дробовий факторний експеримент	54
9	<i>Лабораторна робота №7.</i> Методи оптимізації процесу при плануванні	60
	Додатки	69
	Перелік посилань	73

1. Загальні вказівки до виконання практичних робіт з дисципліни

Методичні вказівки до практичних занять формують мету, об'єм і зміст практичних занять по дисципліні «Математичне моделювання технологічних процесів підприємств автомобільного транспорту».

Для кожного заняття приведений необхідний мінімум теоретичного матеріалу, який студентам рекомендується вивчити перед рішенням конкретних задач, а також перелік необхідної літератури, в якій студент може знайти відповідні дані для виконання завдання.

Метою практикуму є набуття навичок роботи з пакетами прикладних програм, зокрема Mathcad, під час складання математичних моделей, їх розв'язання, аналізу розв'язків, а також навчитися процесу постановки задач, пов'язаних з технічними системами і процесами.

Кожна практична робота має тему, конкретну мету й певні теоретичні відомості. Теорію до практичної роботи необхідно самостійно опрацювати й відповісти на контрольні запитання. На заняттях в комп'ютерному класі бажано виконати всі процедури, зазначені в основних завданнях, по математичному моделюванню й захистити практичну роботу. Базу даних для математичних моделей студенти формують за таблицями додатку, поданого в кінці посібника, згідно завдань практичної роботи і свого варіанту.

В основних завданнях, викладених після теоретичних відомостей, зазначено які таблиці використовуються в практичній роботі, а варіанти, за якими вибираються дані, наведені в кожній таблиці.

Номер варіанту по кожній практичній роботі студент узгоджує з викладачем.

По кожній практичній роботі складається звіт, в якому подається номер практичної роботи, тема, мета, вибрана база даних, математична модель, різні форми її розв'язку (як правило, це графічний і табличний), а також аналіз розв'язку моделі та висновки.

Після виконання практичної роботи студентом проводиться її захист. На захисті викладач задає запитання з теорії, процесу виконання практичної роботи на комп'ютері, розглядається сутність використаних понять та видів математичних моделей та методи їх розв'язку й аналізу.

Типові контрольні запитання розміщені в кінці кожної практичної роботи. Тут наведені і посилання на літературні джерела, що використовуються в даній практичній роботі. Все це необхідно для самостійного опрацювання.

Якщо практична робота студентом захищена, викладач відмічає дату її здачі, ставить оцінку і свій підпис на звіті. Фіксує здачу практичної роботи і в журналі.

Процес виконання практичної роботи, розрахунки й аналіз та виконання повинні зберігатися до кінця семестру й одержання заліку з дисципліни. Слід пам'ятати, що всі роботи без винятку, виконує кожен студент.

В комп'ютерному класі проводяться консультації і є графік додаткових занять, на яких студенти відробляють пропущені заняття.

2. Теоретичні основи математичного моделювання технічних систем і процесів

2.1. Основні поняття теорії математичного моделювання.

Важливим фактором, що визначає роль математики в прикладних питаннях, у тому числі і в техніці, є можливість опису найбільш суттєвих рис і властивостей досліджуваного об'єкта на мові математичних символів та співвідношень. Такий опис прийнято називати математичним моделюванням або математичною формалізацією.

Математичною моделлю реального об'єкта (явища, системи) називається його спрощена ідеалізована схема, складена за допомогою математичних символів і операцій (співвідношень).

Отже, для отримання математичної моделі спочатку вводиться система буквених позначень елементів реального об'єкта, а потім, на основі вивчення існуючих взаємозв'язків між цими елементами, складаються математичні співвідношення (рівняння, нерівності та ін.).

Відмітна особливість та позитивна якість математичних моделей полягає в наступному:

по-перше, вони позбавляють від необхідності проведення дорогих експериментів, що супроводжуються, як правило, багатократними випробуваннями і помилками;

по-друге, формалізація дає можливість поставати реальну задачу як математичну, що дозволяє використовувати для аналізу універсальний і потужний математичний апарат, який не залежить від конкретної природи об'єкта;

по-третє, математичні методи дають можливість проводити детальний кількісний аналіз моделі, допомагають передбачити поведінку об'єкта в різних умовах, а отже виробити рекомендації для вибору оптимальних (найкращих) варіантів розв'язання проблеми.

Побудова формальних моделей, їх аналіз і висновки щодо практичних рекомендацій одне з головних завдань прикладної математики. Складність технічних систем і процесів перевищує поріг, до якого будується точна математична теорія. Не існує універсальних методів побудови математичних моделей. Можна сформулювати лише деякі загальні принципи і вимоги до таких моделей. Найбільш основні з них такі:

- *адекватність* (відповідність моделі своєму оригіналу);
- *об'єктивність* (відповідність наукових висновків реальним умовам);
- *простота* (не засміченість моделі другорядними факторами);
- *чутливість* (здатність реагувати на зміну початкових параметрів);
- *стійкість* (незначне збурення вихідних параметрів повинно відповідати незначній зміні в рішенні задачі);
- *універсальність* (широта області застосування).

Математична модель нетотожна самому об'єкту, а є його наближеним відображенням. Ніяка окремо взята модель не може цілком повно і правильно відобразити всі властивості складних реальних технічних систем і процесів. Формалізація технічної проблеми і задачі проводиться поряд з прийняттям деяких попередніх умов, припущень і продиктовано обмеженими можливостями обчислювальної техніки та економією часових ресурсів при дослідженні моделі.

Практичного значення модель набуває тоді, коли її вивчення наявними засобами більш доступне, ніж вивчення самого об'єкту.

Вимоги чутливості і стійкості є відображенням об'єктивних характеристик технічних систем та процесів.

Одна і та математична модель може застосовуватися для дослідження технічних проблем і задач різного змісту. Ця властивість математичної моделі називається універсальністю.

Розробка нової моделі - це складний творчий процес, що вимагає великих розумових і часових затрат. Для економії цих ресурсів корисно звертатися до існуючого "банку" моделей для перевірки придатності їх до нової задачі.

Для того, щоб математична модель задовольняла усім вимогам, зазначеним вище, необхідно ретельно вивчити предметну область, зібрати та проаналізувати великий обсяг інформації. Тільки в результаті такого вивчення об'єкта можна відрізнити цілі від засобів їх досягнення, наслідки від причини, що їх породили, основні фактори від другорядних.

2.2. Методика та етапи проведення математичного моделювання

"Будівельним матеріалом" для математичних моделей є буквені позначення, математичні символи і співвідношення. Це означає те, що опис об'єкту, формування проблеми поставленої задачі переводиться зі звичайної мови на "мову математики", тобто відбувається процес формалізації, в результаті чого і отримується математична модель. Далі модель досліджується як математична задача. Отримані наукові результати не можна одразу ж застосовувати на практиці, оскільки вони сформульовані на математичній мові. Тому здійснюється зворотний процес - змістовна інтерпретація на мові вихідної проблеми отриманих математичних результатів. Тільки після цього розв'язується питання про застосування їх на практиці.

Системний аналіз об'єкта дослідження містить в собі доматематичний аналіз пов'язаної з ним проблеми; математичне її дослідження, а також застосування отриманих результатів на практиці.

Для проведення системного аналізу вимагається виконання наступних етапів:

1. Вивчення предметної області і визначення мети дослідження.
2. Формулювання проблеми.
3. Збір даних (статистичних, експериментальних, експертних оцінок та ін.).
4. Побудова математичної моделі.
5. Вибір або розробка обчислювального методу та побудова алгоритму рішення задачі.
6. Вибір пакетів прикладних програм або програмування алгоритму і налагодження програми.

7. Перевірка якості моделі на конкретному прикладі.

8. Впровадження результатів на практиці.

Етапи 1...3 відносяться до доматематичної частини дослідження. Дуже важливо, щоб предметна область була досконально вивчена для того, щоб чітко сформулювати проблему, поставити задачу і визначити цілі дослідження.

Етапи 4...7 відносяться до математичної частини дослідження. Змістом етапу 4 повинно бути формулювання вихідної проблеми у вигляді строго математичної задачі. Рідко математичну модель можна "підібрати" з числа наявних відомих моделей (Рис.1.). Процес підбору параметрів моделі здійснюється таким чином, щоб модель відповідала досліджуваному об'єкту. Такий процес називається ідентифікацією моделі. Виходячи з характеру отриманої моделі (задачі) і цілей дослідження, вибирають або відомий метод, або пристосовують (модифікують) відомий метод, або розробляють новий. Після цього складають алгоритм (порядок рішення задачі) і програму для ЕОМ. Отримані за допомогою цієї програми результати аналізують, здійснюють постановку задач, і розв'язують поставлені задачі, вводять необхідні зміни і поправки в алгоритм і програму.

Якщо для "чистої" математики традиційними є однократний вибір математичної моделі і однократне формулювання припущень на самому початку досліджень, то в прикладних задачах часто корисно повернутися до моделі і внести деякі корективи після того, як перший тур пробних розрахунків вже проведено. Більше того, часто виявляється своєрідна конкуренція моделей, коли одне й те саме явище описується не однією, а кількома моделями. Якщо висновки виявляються тими самими (наближено) при різних моделях, різних методах дослідження - це вагоме доведення правильності розрахунків, адекватності моделі самому об'єкту, об'єктивності рекомендацій, що пропонуються.

Для побудови математичної моделі конкретної технічної задачі (проблеми) рекомендується виконання такої послідовності дій дослідника:

- визначення сукупності відомих і невідомих величин, а також існуючих умов і передумов (що дано і що вимагається знайти);
- виявлення найважливіших факторів проблеми;
- виявлення керованих та некерованих параметрів;

- математичний опис об'єкта за допомогою рівнянь, нерівностей, функцій та інших співвідношень взаємозв'язку між елементами моделі (параметрами), змінними, виходячи зі змісту поставленої задачі.

Відомі параметри задачі відносно її математичної моделі вважаються зовнішніми, якщо вони задані апріорі, тобто до побудови моделі. Їх називають *екзогенними змінними*.

Значення невідомих змінних, обчислюються в процесі дослідження моделі. По відношенню до моделі ці змінні вважаються внутрішніми, їх називають *ендогенними змінними*.

Під найважливішими факторами розуміють фактори, які відіграють суттєву роль у самій задачі і які так чи інакше впливають на кінцевий результат.

Керованими називаються параметри, яким можна надавати довільні числові значення, виходячи з умов задачі; *некерованими* вважаються ті параметри, значення яких зафіксовані і не підлягають змінам.

З точки зору призначення, можна виділити описові моделі і моделі прийняття рішень. Описові моделі відображують зміст і основні властивості технічних об'єктів. З їх допомогою обчислюються значення технічних факторів і показників.

Моделі прийняття рішень допомагають знайти найкращі варіанти показників або технічних рішень. Серед них найменш складними є оптимізаційні моделі, за допомогою яких описуються (моделюються) задачі типу планування, а найбільш складними - ігрові моделі, що відображають задачі конфліктного характеру з врахуванням перетину різних інтересів. Ці моделі на відміну від описових мають можливість вибору значень керованих параметрів, чого нема в описових моделях.

Лабораторна робота №1

Моделювання технологічного процесу побудови поверхневого шару матеріалів

Для деталей машин і агрегатів, що працюють в умовах зношування, знакозмінних навантажень, високих температур, швидкостей і тисків, а також агресивних корозійних середовищ великого значення набувають властивості поверхневого шару. У багатьох випадках найбільш раціональним рішенням завдання виявляється сукупність міцного матеріалу з температуро – , і хімічно стійкими покриттями на робочих поверхнях. Серед методів поверхневого зміцнення широке застосування знаходять боруванні, хромовані, силіційовані, цинкові й інші види покриттів, одержувані різними способами. Однак, всі відомі методи енергоємні й тривалі. Новими технологіями нанесення покриттів є методи одержання покриттів на основі високотемпературного синтезу, що само поширюється (СВС), здійснюваних при нестационарних умовах. Залежно від умов реалізації СВС - процесу можна одержувати дифузійні шари в режимі горіння або теплового запалення при часі процесу від декількох хвилин до 1÷1,5 години. При цьому формуються шари про декілька мікронів до 1–5 мм.

Сутність СВС – процесу зводиться до наступного. У системі, що складається із суміші порошків хімічних елементів, локально ініціюється екзотермічна реакція синтезу. тепло, Що виділилося в результаті, завдяки теплопередачі, нагріває сусідні «холодні шари» речовини, збуджуючи в них реакцію, і приводить до виникнення процесу, що само поширюється.

Хімізм процесу може бути представлений наступним вираженням:

$$\sum_{i=1}^v a_i X_i + \sum_{j=1}^n b_j Y_j = Z + Q$$

Елементи X являють собою порошки металів, Y – використовуються в порошкоподібному, рідкому або газоподібному стані.

СВС є одним із самих високотемпературних процесів горіння ($t_r = 800 \div 4000^\circ$ С).

У роботі розглянутий процес хромування. Хромуванню можна з успіхом піддавати сплави на основі нікелю, молібдену, вольфраму, ніобію, кобальту, неметалічні матеріали (наприклад, графіт) і різні сталі, широко використовувані в сучасній техніці.

Незважаючи на високі характеристики багатьох сплавів на нікелевій основі, застосування деяких з них обмежується через низьку жаростійкість, ерозійної стійкості й ін. У ряді випадків взагалі неможливо застосовувати сплав без попереднього хромування. Наприклад, не хромовані вироби з жароміцних сталей на основі молібдену не можуть успішно працювати при високих температурах внаслідок легкої окислюємості сплавів.

З метою пошуку составів порошкових СВС - сумішей і умов обробки сплавів, що забезпечують задані властивості, оптимізації режимів термічної й хіміко-термічної обробок використовуємо повний факторний експеримент (ПФЕ) і дробовий факторний експеримент (ДФЕ).

Фактори - це варіюємі в завданні змінні, які впливають на зміну параметра оптимізації - оптимізуемого властивості. При рішенні завдань оптимізації гарні результати дає метод Боксу - Уілсона.

Метод Боксу - Уілсона включає два етапи:

1) У локальній області зміни факторів навколо центра (основного рівня) начального експерименту за допомогою методу дробових реплік будують лінійну математичну модель процесу.

2) У випадку успіху першого етапу по градієнті отриманої моделі здійснюють круте сходження до області оптимуму.

Постановка завдання.

Починають із формулювання мети дослідження. Формулювання мети припускає насамперед вибір параметра оптимізації. Якщо доводиться оптимізувати одночасно кілька характеристик, то або зводять кілька параметрів оптимізації до одного, або вирішують компромісне завдання. Потім вибирають фактори. Якщо факторів багато (8-10 і більше), то частину їх відсівають

експериментальним шляхом. Далі вибирають основний (нульовий) рівень і інтервали варіювання факторів. Інтервал варіювання повинен бути більше подвоєної середньоквадратичної помилки у визначенні фактора.

Приклад 1.1. Потрібно вибрати режим термообробки сплавів системи А 1-Сu-Mg (дюралюміній) з метою забезпечення твердості деталей не менш 1000 НВ. Параметр оптимізації (Y) – твердість сплаву.

Досліджувані фактори, характер їхньої зміни й схеми кодування наведені в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Досліджувані фактори

Характеристика	Фактор			
	Температура загартування, °С	Час витримки, с	Температура старіння, °С	Час старіння, год
Код	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
Основний рівень	490	150	30	40
Інтервал варіювання	10	50	5	10
Нижній рівень (кодоване значення-1, -)	480	100	25	30
Верхній рівень (кодоване значення +1, +)	500	200	35	50

Складання плану експерименту

При складанні плану ПФЕ треба стежити, щоб не було повторів. Щоб уникнути повторів досвідів, скористаємося принципом, представленим у таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Матриця повного факторного експерименту від 2² до 2⁴

План	Номер	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
2 ²	1	+	+	+	+
	2	-	+	+	+
	3	+	-	+	+
	4	-	-	+	+
2 ³	5	+	+	-	+
	6	-	+	-	+
	7	+	-	-	+
	8	-	-	-	+
2 ⁴	9	+	+	+	-
	10	-	+	+	-
	11	+	-	+	-
	12	-	-	+	-
	13	+	+	-	-
	14	-	+	-	-
	15	+	-	-	-
	16	-	-	-	-
Кодування фактора при згорнутій формі запису		a	b	c	D

При виборі дробової репліки необхідно враховувати наступне обмеження. Число досвідів у ній повинне бути більше числа факторів хоча б на два (табл. 1.3).

Таблиця 1.3 – Деякі дробові репліки

Кількість факторів	Дробова репліка	Досвід репліки
3	2^{3-1}	abc, з, a, b
4	2^{4-1}	ab, ac, ad, be, bd, cd, a b c, d
	2^{4-1}	a, b, c, ab, acd, abc_{\pm} , bed, d
5	2^{5-1}	(1), ab, acde, bede, ac, be, de, abde, ae, be, cd, abed, ad, bd, ce, abce
	2^{5-2}	(1), ab, cd, ace, bee, ade, bde, abed

При користуванні таблицею 1.3 треба врахувати, що, якщо в умовах проведення досвіду буква, що кодує даний фактор, є, то беруть на верхньому рівні, якщо відсутній - на нижньому; якщо в досвіді всі фактори на нижньому рівні, то досвід позначають - (1). При відсутності підходящої репліки її можна скласти самим.

Основна відмінність ДФЕ від ПФЕ полягає в тому, що при ДФЕ не можна одержати роздільних, незалежних оцінок лінійних (головних) ефектів. Всі вони виявляються змішаними з ефектами взаємодій. Рівність $X_4 = X_1 X_2 X_3$ називається співвідношенням, що генерує. Якщо обидві частини цієї рівності помножити на X_4 , то одержимо так званий визначальний контраст: $X_4 = X_1 X_2 X_3 X_4 = 1$, що показує всю систему змішування ефектів.

Приклад 1.2. З таблиці 1.3 вибираємо дробову репліку 2^{4-1} наступного виду: a, b, c, d, abd, acd, abc, bed. Записуємо дробову репліку в розгорнутому виді (табл. 1.4).

Таблиця 1.4 – Умови проведення досвідів (план експерименту)

Номер зразку	Значення факторів в кодованому виді				
	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4
1	+	+	-	-	-
2	+	-	+	-	-
3	+	-	-	+	-
4	+	-	-	-	+
5	+	+	+	-	+
6	+	+	-	+	+
7	+	+	+	+	-
8	+	-	+	+	+

Дробова репліка містить 8 досвідів, що більше числа факторів на 4, тобто умова виконується.

Фактор, позначений " X_0 " - так називаємо фіктивну змінну - вводять для розрахунку вільного члена шуканої моделі - коефіцієнта " b_0 ".

Після складання таблиці перевіряємо правильність її заповнення. Умова симетричності репліки вимагає, щоб у кожному стовпці втримувалося рівне число мінусів і плюсів. Умова виконується.

Реалізація плану експерименту

Для визначення помилки експерименту досвіди варто дублювати. Частіше дублюють не всі досвіди, а тільки досвіди на основному рівні. У цьому випадку розрахунок дисперсії досвіду S_y проводимо по формулі:

$$S_y^2 = \sum_{i=1}^n (Y_{oi} - Y_o)^2 / f_1$$

де n_o - кількість дублів на основному рівні;

i - номер дубля;

Y_{oi} - значення параметра оптимізації в i -ом дублі;

Y_o - середнє арифметичне результатів всіх дублів;

f_1 - число ступенів волі ($f_1 = n - 1$).

Приклад 1.3. Для визначення дисперсії досвіду реалізовані досвіди 9-11 на основному рівні. При цьому отримані наступні значення параметра оптимізації: досвід 9 – 90 НВ; 10 – 88 НВ; 11 – 95 НВ.

Визначаємо S_y^2 . Становимо розрахункову таблицю 1.5.

Таблиця 1.5 Розрахункова таблиця

Зразок	Y_e	$Y_{oe} - Y_o$	ΔY^2_e
9	900	1	
10	898	3	
11	905	4	
-	$Y_o=901$	$\Sigma \Delta Y=26$	

Тоді

Побудова математичної моделі

Після реалізації всіх досвідів матриці планування по їхніх результатах будують математичну модель досліджуваного процесу. Для цього при використанні ПФЕ й ДФЕ розраховуємо коефіцієнти регресії рівняння по формулі:

$$b_j = \sum_{j=1}^n X_{jn} \cdot Y_n / N$$

де b_j - значення j -го коефіцієнта регресії ($j=0, 1, 2, \dots, k$);

X_{jn} - значення j -го фактора в n -м досвіді в кодованому виді;

Y_n - значення параметра оптимізації в n -м досвіді;

N - число досвідів у матриці планування.

У результаті одержують модель, що має такий вигляд:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + \dots + b_j X_j$$

Приклад 1.4. У реалізованій матриці планування отримані наступні результати (табл. 1.6)

Таблиця 1.6 – Результати досвідів

Зразок	1	2	3	4	5	6	7	8
Результат	900	880	920	890	910	910	935	880

По формулі розраховуємо коефіцієнти регресії шуканої моделі. Для приклада розрахуємо коефіцієнт "b_j". Для цього ми повинні взяти з таблиці 1.7 значення фактора "X_j" у кодованому масштабі (+1 або -1) і перемножити на відповідні їм значення "y" узяті з таблиці 1.9 підставивши ці значення одержимо:

$$b_1 = 1/8 - [(+1)900 + (-1)880 + (-1)920 + (-1)890 + (+1)810 + (+1)910 + (+1)935 + (-1)880] = +10,6.$$

Аналогічно визначаємо інші коефіцієнти: $b_0 = 903,1$; $b_1 = +10,6$; $b_2 = 0,6$; $b_3 = +6,9$; $b_4 = -5,6$.

Таким чином, отримана лінійна модель має попередньо наступний вид:

$$y = 903,1 + 10,6 \cdot X_1 - 0,6 \cdot X_2 + 6,9 \cdot X_3 - 5,6 \cdot X_4.$$

Статистичний аналіз моделі

Метою аналізу є перевірка придатності моделі для її використання при описі досліджуваного об'єкта.

Аналіз складається із двох етапів. На першому етапі перевіряємо статистичну значимість коефіцієнтів регресії. У статистику прийнято здійснювати перевірку значимості коефіцієнтів регресії за допомогою критерію Стюдента (t-критерію). Для цього розраховуємо довірчий інтервал коефіцієнтів

$$\Delta b_i = t_{\alpha, f_1} \cdot S_{b_i}$$

де S_{b_i} - середньоквадратична помилка у визначенні коефіцієнтів регресії

$$S_{b_i} = \sqrt{\frac{S_y^2}{N}}$$

t_{α, f_1} - значення t-критерію, що вибираємо залежно від рівня значимості "a" і числа ступенів волі при визначенні дисперсії досвіду f_1 .

Значення коефіцієнтів регресії порівнюємо з Δb_i і ті, які виявляються по абсолютній величині менше довірчого інтервалу, виключають із рівняння.

На другому етапі остаточно отримане рівняння перевіряємо на адекватність, тобто його придатність для опису об'єкта дослідження.

Приклад 1.5. Розраховуємо довірчий інтервал коефіцієнтів регресії.

$$S = \sqrt{\frac{13}{8}} = 1,27$$

Вибираємо для $\alpha = 0,05$ і $f_1 = 2$ значення критерію Стюдента, рівне 4,3. Визначаємо $\Delta b_i = \pm 4,3 \cdot 1,27 = \pm 5,59$. Таким чином, в отриманому рівнянні коефіцієнт "b₂" виявився статистично незначний, і рівняння здобуває остаточно наступний вид:

$$y = 903,1 + 10,6 X_1 + 6,9 X_3 - 5,6 X_4$$

Тепер перевіряємо адекватність отриманої моделі в цілому. Для цього підставляємо в отримане рівняння послідовно для всіх досвідів значення "X_i" у кодованому виді, які беремо з таблиці 1.7 Наприклад:

$$y = 903,1 + 10,6 (+1) + 6,9 (-1) - 5,6 (-1) = 912.$$

Аналогічно визначаємо всі інші "y" (від y_1 до y_8) Для визначення дисперсності неадекватності становимо розрахункову таблицю 1.7.

Таблиця 1.7 – Розрахунок дисперсії неадекватності

Зразок	Значення у		Δy	y^2
	Експериментальне	Розрахун		
1	2	3	4	5
1	900	912	12	144
2	880	891	11	121
3	920	905	15	225
4	890	880	10	100
5	910	901	9	81
6	910	915	5	25
7	935	926	9	81
8	880	894	14	196
				$\Sigma=973$

Таблиця 1.7 складена, виходячи з алгоритму перевірки отриманого рівняння на адекватність, тобто його придатності для опису об'єкта дослідження. Послідовність перевірки така:

1. По отриманій моделі визначають по черзі для всіх досвідів матриці планування розрахункові значення параметра оптимізації ($y_{розр}$). Для цього в рівняння підставляють значення факторів у кодованому виді;

2. По формулі одержують оцінку дисперсії неадекватності:

$$S^2_{неодн.} = \frac{\sum_{n=1}^N (y_N^{ЕКСПЗ} - y_N^{РОЗ})^2}{f_2}$$

де $f_2 = N - K'$, K' - число коефіцієнтів моделі, включаючи b_0 .

3. Визначають розрахункове значення F-Критерію (Фішера) порівнюють із табличним, котре вибирають із таблиці залежно від рівня значимості α й числа ступенів. У випадку, якщо розрахункове значення виявиться менше табличного або буде дорівнює йому, то модель визнають адекватною. Якщо модель опинилась адекватною, то значить, що її можна використовувати для опису об'єкта дослідження у вивчених межах зміни факторів.

$$F_{f_1 f_2}^{розр} = \frac{S_{неодн.}^2}{S_y^2}, S_{неодн.}^2 = \frac{973}{8-4} = 243,3$$

Тоді $F_{f_1 f_2}^{розр} = \frac{243,3}{1} = 243,3$. З таблиці для $\alpha = 0,05$, $f_1 = 2$ і $f_2 = 4$ знаходимо

табличне значення критерію Фішера, рівне 19,2. Таким чином, умова адекватності моделі $F^{розр} < F^{табл}$ виконується й нею можна користуватися для розрахунку значень твердості старіючого алюмінієвого сплаву даного состава залежно від умов термообробки. Для цього треба в рівняння підставити значення факторів у кодованому масштабі. При цьому варто пам'ятати, що отримана модель описує процес термообробки сплаву тільки у вивчених межах варіювання факторів.

Пример 1.6. Визначити, яку твердість здобуває сплав при наступних параметрах термообробки: $X_1=500$ °С; $X_2=120$ °С; $X_3= 25$ °С; $X_4=50$ г.

Визначаємо закодовані значення факторів по формулі

$$X_j = \frac{X_j - X_{j0}}{\Delta X_j}$$

де X_j – кодоване, " X_j "- натуральне значення j -го фактора;

X_{j0} - натуральне значення j -го фактора на основному рівні;

ΔX_j - натуральний інтервал варіювання j -го фактора.

Коефіцієнт " b_2 " статистично не значимо, тому зміна фактора " X_2 " у межах інтервалів його варіювання можна не враховувати. Підставляємо:

$$y = 903,1 + 10,6(+1,0) + 6,9(-1,0) - 5,6(+1,0) = 901,2.$$

Після обліку " S_y^2 " і округлення $901,3 + 3,6$ т.ч. значення твердості повинне потрапити в межі $898 \div 905$ НВ.

Інтерпретація результатів

Отримана адекватна модель дозволяє розрахувати значення параметра оптимізації для будь-якої крапки вивченого факторного простору.

Крім того, отриману залежність можна представити графічно у вигляді впливу окремих факторів на параметр оптимізації. При цьому звичайно будують залежність $y = f(X_i)$ за умови, що всі інші фактори фіксують на постійному рівні. Тоді підставляємо в дане рівняння значення фактора X_2 і X_3 у кодованому виді (зі знаком "-"). Потім у перетворене (спрощене) рівняння підставляємо послідовно значення фактора X_i на нижньому, основному й верхньому рівнях, тобто $-1, 0, +1$ і одержуємо шуканий графік.

Приклад 1.7. Представимо графічну залежність твердості сплаву від температури старіння (фактор X_3) для випадку, коли інші " $X_j = 0$ ". Тоді рівняння прийме вид $y = 903,1 + 6,9 - X_3$

Визначимо " y " для випадків, коли $X_3 = -1$ і $X_3 = +1$. Підставимо ці значення в рівняння. Одержимо відповідно значення " y ", рівні 896 і 910 НВ. Будуємо графік. На цьому ж графіку можуть бути нанесені лінії для інших рівнів інших факторів.

Круте сходження

При рішенні екстремальних завдань отриману лінійну модель використовують для крутого сходження до області екстремуму. Для того, щоб сходження дійсно йшло по градієнті моделі, необхідне значення факторів змінювати пропорційно величинам відповідних коефіцієнтів регресії з урахуванням їх знаків.

Послідовність реалізації даного етапу наступна:

– переходимо від кодованих значень факторів до натурального й обчислюємо значення добуток коефіцієнтів на відповідні інтервали варіювання " b_i і X_i ";

– вибираємо для одного з факторів крок для руху по градієнті й обчислюємо кроки для інших беручи їх пропорційно добуткам " b_i і X_i ";

– послідовно додаємо або віднімаємо (залежно від знака коефіцієнта регресії) розраховані значення кроків до основного рівня й тим самим одержуємо ряд уявних досвідів. Якщо в силу яких-небудь обмежень виявляється неможливим далі змінювати деякі фактори, їх фіксуємо на досягнутому рівні, продовжуючи рух по інших факторах;

– частина отриманих досвідів реалізують і, якщо результати задовольняють дослідника або досягнуть екстремум, те рішення завдання припиняють. Якщо отримані результати не задовольняють дослідника, то або становимо новий план навколо нового основного рівня, у якості якого вибираємо кращий досвід реалізованого завдання, або переходимо до вивчення області екстремуму більше складним, чим лінійна, моделями.

Приклад 1.8. У розв'язуваній як приклад завданню було потрібно досягти твердості деталей 1000 НВ. У жодному з досвідів матриці планування цей рівень твердості досягнути не був. Тому робимо круте сходження до області оптимуму. Для цього виконуємо перелік операцій 1-3. Зводимо отримані результати в таблицю 1.8.

Таблиця 1.8 – Круте сходження до області оптимуму

Характеристика	Фактор			
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
	+10,6	-0,6	+ 6,9	-5,6
	10	50	5	10
	+106	-	+34,5	-56
Крок	+3,1	-	+ 1,0	- 1,6
Округлений	+ 3,0	-	+ 1,0	-1,5
12	493	150	31	38,5
13	496	150	32	37,0
14	499	150	33	35,5
15	502	150	34	34,0
16	505	150	35	32,5
17	508	150	36	31,0

Тому що фактор "b₂" статистично не значимо, те залишаємо його значення на основному рівні. У ситуації, відбитої в таблиці 8, крок обраний по температурі старіння. Інші кроки розраховуємо, добуток " b_j-ΔX_j" на 34,5. Отримані кроки для зручності роботи з ними округляємо. І, нарешті, розраховуємо умови проведення досвідів крутого сходження, додаючи крок до основного рівня фактора.

Реалізацію досвідів крутого сходження має сенс починати з того досвіду, у якому ми хоча б по одному факторі виходимо за досліджену область факторного простору. У цьому випадку це дослід 15. Досліди 12-14, входячи у вже досліджений факторний простір, і їхні результати можуть бути розраховані по наявній моделі цього простору.

Параметром оптимізації (Y) можуть бути:

- товщина покриття ;
- жаростійкість при температурах 600 °С, 700 °С, 800 °С, 900 °С, 1000°С, 1100 °С,1200 °С;
- корозійна стійкість в 50%-й HNO₃, 98%-й H₂SO₄, 85%-й C₂H₄O₂, 28%-й H₂O₂ і 10%-й HCl;
- стійкість у розплавах хлоридів, свинцю, цинку, алюмінію, ціаніду;
- поверхнева твердість.

Як досліджуваних факторів можуть бути обрані:

- температура хромуння (X_1), обумовлена по співвідношенню маси шихти до маси деталей – $900 \div 1300^\circ \text{C}$;
- швидкість охолодження після завершення СВС – процесу, характеризується критерієм V_i (X_2) - від 1 до 50;
- зміст легуючих добавок у порошковій суміші (Mn, Ti, Al, B, Y, Si, La і ін.) - (X_3) - від 0 до 50% по масі ;
- кількість газотранспортного агента в суміші (NH_4Cl , NH_4I , I_2 , AlF_3) від 0 до 10 % по масі - (X_4);
- час процесу - (X_s) - від 10 хвилин до 6 годин.

Інтервали варіювання можуть бути наступними:

1. Для фактора X_1 : 30°C , 50°C , 100°C , 150°C .
2. Для фактора X_2 : 1, 3, 5, 10, 15, 20.
3. Для фактора X_3 : 3, 5, 10, 12, 15, 20.
4. Для фактора X_4 : 0.5, 1, 2, 3, 5.
5. Для фактора X_s (застосовуваного при режимі теплового самоzapалювання): 10 хвилин, 20 хвилин, 30 хвилин, 1 година, 2 години, 3 години

Лабораторна робота №2

Моделювання зовнішньої швидкісної та регуляторної характеристик двигуна

Теоретичні відомості

Для аналізу роботи автотракторних двигунів в режимах, відмінних від номінального, використовують зовнішню швидкісну характеристику. Зовнішньою швидкісною характеристикою називають залежність від частоти обертання n колінчатого валу, ефективної потужності N_e , ефективного крутного моменту M_e , погодинної Q і питомої ефективної q витрат пального при повністю відкритій дросельній заслінки в карбюраторі або положенні рейки паливного насоса, що відповідає максимальній подачі пального в дизельних двигунах.

Регулярна характеристика - це графік зміни показників дизельного двигуна при роботі з регулятором. Вона містить дві гілки: безрегуляторну та регуляторну. Безрегуляторна гілка - частина швидкісної характеристики двигуна в діапазоні від мінімально стійких обертів n_{\min} , до обертів, при яких вступає в дію всережимний регулятор. Для більшості сучасних дизелів ця точка відповідає номінальній потужності. Регуляторна гілка - в діапазоні від n_n до максимальних обертів холостого ходу n_x . Оберти холостого ходу можуть бути обчислені за формулою:

$$n_x = (1,05 \dots 1,07)n_n \quad (2.1)$$

Регуляторні і зовнішні швидкісні характеристики двигунів отримують шляхом проведення випробувань двигунів на гальмівних стендах. При повній подачі пального гальмівним пристроєм створюють навантаження в межах від мінімального до максимального. При цьому вимірювальні прилади реєструють крутний момент, частоту обертання колінчатого валу, погодинну витрату пального та інші показники, що характеризують роботу двигуна. Такі показники, як потужність і питома витрата пального, визначають шляхом обчислень.

Регуляторні і зовнішні швидкісні характеристики можуть будуватися як залежності від частоти обертання колінчатого валу двигуна або потужності. В подальшому будемо розглядати ці характеристики двигунів тільки в функції від частоти обертання колінчатого валу. Характеристики будують аналітичним визначенням параметрів за виразами, отриманими шляхом апроксимації експериментальних точок поліномом третього степеню відносно величини n/n_n .

Потужність двигуна в кожній точці зовнішньої швидкісної характеристики дорівнює:

$$N_e = N_n \frac{n}{n_n} \left(a + b \left(\frac{n}{n_n} \right) - c \left(\frac{n}{n_n} \right)^2 \right), \quad (2.2)$$

де N_n - номінальна потужність двигуна, кВт; n_n - номінальна частота обертання колінчатого валу, об/хв.⁻¹; a , b , c - коефіцієнти швидкісних характеристики двигуна. Значення коефіцієнтів a , b , c для найбільш поширених двигунів наведено в табл. 5.1.

Крутний момент двигуна M_e , Нм, що відповідає отриманій потужності, визначається за виразом

$$M_e = \frac{3 \cdot 10^4 \cdot N_e}{\pi \cdot n_n}, \quad (2.3)$$

Питому ефективну витрату пального, q_e , г/кВт год, в шуканій точці швидкісної характеристики можна розрахувати за виразом:

$$q_e = q_{en} \frac{n}{n_n} \left(a_1 - b_1 \left(\frac{n}{n_n} \right) + c_1 \left(\frac{n}{n_n} \right)^2 \right), \quad (2.4)$$

де q_{en} - номінальна питома витрата пального, г/(кВт год); a_1 , b_1 , c_1 -коефіцієнти швидкісних характеристики двигуна.

Питома погодинна витрата пального Q , кг/год, дорівнює:

$$Q = q \cdot N_e \cdot 10^{-3} \quad (2.5)$$

Для коефіцієнтів характеристики двигуна справедливі залежності:

$$a + b - c = 1 \quad (2.6)$$

$$a_1 - b_1 + c_1 = 1. \quad (2.7)$$

Мінімальна частота обертання колінчатого валу n_{min} , при якій двигун стійко працює, відповідає точці перегину кривої крутного моменту. Обчислити це значення можна розв'язавши рівняння

$$\frac{dM_e}{dn} = 0 \quad (2.8)$$

В аналітичному вигляді розв'язком рівняння (2.8.) буде вираз

$$n_{min} = 0,5^{bn} / c \quad (2.9)$$

Для визначення параметрів характеристики дизельних двигунів НЕ регуляторній гілці необхідно зробити припущення, про те, що залежність крутного моменту і погодинної витрати пального від частоти обертання колінчатого валу є лінійною. Тоді для крутного моменту, можна записати:

$$\frac{M_e}{n_x - n} = \frac{M_H}{n_x - n_H}, \quad (2.10)$$

де M_e , M_H - відповідно поточне і номінальне значення крутного моменту, Н м;
 n - поточне значення частоти обертання колінчатого валу двигуна, хв.⁻¹; n_x -частота обертання на холостому ході.

Звідки:

$$M_e = M_H \frac{n - n_H}{n_x - n_H}, \quad (2.11)$$

де n , n_H , n_x - відповідно поточна, номінальна і холостого ходу частоти обертання колінчатого валу.

Витрата пального при роботі двигуна на холостому ході складає 25...30% номінальної погодинної витрати:

$$Q_x = (0,25 \dots 0,30) \cdot Q_H. \quad (2.12)$$

Аналогічно проміжні значення погодинної витрати пального можна визначити за виразом:

$$Q = Q_H - (Q_H - Q_x) \cdot \frac{n - n_H}{n_x - n_H} \quad (2.13)$$

Питома витрата пального, що відповідає оптимальним значенням погодинної витрати, буде дорівнювати:

$$q_e = Q / N_e - 1000 \quad (2.14)$$

Основні завдання

1. Для свого варіанту скласти базу даних, використавши таблицю 2.1.
2. На одній координатній площині подати регуляторну характеристику: залежності $N_e = N_e(n)$; $M_e = M(n)$; $q_e = q_e(n)$; $Q_e = Q_e(n)$
3. Розв'язати рівняння $dM_e/dn = 0$ і знайти мінімальні оберти n_{\min} , колінчатого валу при яких двигун стійко працює.
4. Отримані результати порівняти з обчисленням за виразом (2.9) і за графіком $M_e = M_e(n)$.
5. Перевірити справедливість виразів (2.11), (2.13), (2.14).
6. Розрахунки, дослідження провести з використанням пакету MATHCAD.
7. Провести аналіз і зробити відповідні висновки.

Таблиця 2.1 - Коефіцієнти швидкісних характеристик двигунів.

№	Двигун	a	b	c	a ₁	b ₁	c ₁
1	Д-37Е	0,6	1,61	1,21	5,34	8,14	3,8
2	Д-50	0,84	1,0	0,88	6,15	10,14	4,99
3	Д-240	0,59	1,76	1,35	5,44	8,60	4.16
4	СМД-62	0,65	1,98	0,63	5,10	7,78	3,68
5	ЯМЗ-238	0,48	1,73	1,21	5,40	8,96	4,56
6	МЕМЗ-968	0,65	1,50	1,15	6,36	12,54	7,18
7	ВАЗ-2105	0,88	0,69	0,57	8,45	17,86	10,41
8	ЗИЛ-130	0,75	1,59	1,34	7,82	14,74	8,12
9	УАЗ-451Д	0,	1,83	1,55	6,95	13,73	7,78
10	ЗМЗ-68	0,44	2,12	1,56	5,99	10,57	.5,58
11	ЗИЛ-375	0,80	1,3	1,00	6,32	12,12	6,80

Лабораторна робота №3

Моделювання конструктивної схеми двигуна

Теоретичні відомості

Кількість циліндрів в двигуні і їх розташування вибирають, орієнтуючись на існуючі конструкції прототипів (Таблиця 3.1).

Таблиця 3.1 - Постійна кривошипно-шатунного механізму автотракторних двигунів

Марка двигуна	Москвич 412	ВАЗ- 2101	ЗІЛ-130	Д-20	СМД-14	ММЗ- 240	КамАЗ- 240
<i>л</i>	0,265	0,295	0,275	0,280	0,280	0,264	0,267

Найбільше поширення на автомобілях отримали чотирьох- і шестициліндрові двигуни. Рідше застосовуються дво- і восьмициліндрові конструкції. Двигуни великої потужності можуть мати 12 і вкрай рідко - 16 циліндрів.

При збільшенні числа циліндрів покращується урівноваженість двигуна, полегшується пуск. З ростом числа циліндрів зменшується маса шатуно-поршневої групи що дає можливість форсувати двигун за частотою обертання. В той час збільшення числа циліндрів приводить до підвищення механічних втрат, зростає також складність двигуна і його вартість.

Чотирьохциліндрові двигуни в більшості випадків мають різне розташування циліндрів. Для шести-, восьми- і особливо дванадцятициліндрових двигунів часто застосовують V-подібне розташування циліндрів. На вантажних автомобілях і автобусах знаходять застосування опозитні двигуни.

Використання V-подібної схеми розташування циліндрів дозволяє при тих самих потужності, кількості циліндрів і робочому їх об'ємі скоротити довжину двигуна і зменшити його масу на 20...25%.

Потужність, що припадає на одиницю габаритного об'єму двигуна, помітно зростає при збільшенні числа циліндрів. Наприклад, у V-подібних дизелів габаритна потужність з величини 270кВт/м³, характерної для шестициліндрового двигуна, зростає до 325кВт/м³, що відповідає дванадцятициліндровим

двигунам. Рядні чотирьохактні чотирьохциліндрові дизельні двигуни мають габаритну потужність порядку 190 кВт/м^3 , шестициліндрові - 215 кВт/м^3 .

Важливим конструктивним параметром, що впливає на габаритні розміри і масу двигуна, є відношення ходу поршня до діаметру циліндра. Більшість сучасних карбюраторних двигунів мають відношення $S/D=0,7\dots 1,0$. Є конструкції, у яких мінімальна величина цього відношення доведена до $0,6$ при середній швидкості поршня $12\dots 15 \text{ м/с}$.

Автомобільні дизелі виготовляються з відношенням $S/D=0,9\dots 1,1$ при середній швидкості поршня $9\dots 11 \text{ м/с}$, для тракторних дизелів приймають $S/D=1,0\dots 1,2$ при середній швидкості поршня $7,5\dots 9,0 \text{ м/с}$.

Короткохідні двигуни, що характеризуються малим відношенням S/D , мають ряд переваг перед довгохідними. Ці двигуни мають можливість форсування за частотою обертання без збільшення швидкості поршня, а отже, без збільшення механічних втрат.

Помірні середні швидкості поршня сприяють також зниженню зносу деталей поршневої групи і покращенню наповнення циліндра. Зменшення відношення S/D приводить до зниження відношення площі поверхні циліндра до його об'єму.

В той час у короткохідних двигунів декілька збільшуються габаритні розміри як за довжиною, так і шириною, тобто ці розміри в значній мірі визначаються діаметром циліндра, зростає і маса двигуна.

Мінімальне відношення S/D обмежується можливістю вільного проходження противаг під юбкою поршня, окрім того, у дизелів з безпосереднім вприском при малих S/D не вдається забезпечити оптимальну з точки зору сумішоутворення форму камери згоряння.

Робочий об'єм (літраж) визначається виходячи з потрібної номінальної ефективної потужності двигуна N_n , його номінальній частоті обертання n_n і отриманого в теплової моделі розрахункового середнього ефективного тиску P_0 , МПа.

$$V_L = \frac{30\tau N_n}{P_0 n_n}, \quad (3.1)$$

де τ - тактність двигуна (при $\tau=4$ - двигун чотирьохтактний).

З врахуванням числа циліндрів двигуна i робочий об'єм одного циліндра дорівнює

$$V_h = \frac{V_L}{i}, \quad (3.2)$$

Приймаючи до уваги вибране співвідношення ходу поршня до діаметра циліндра S/D , знайдемо діаметр циліндра двигуна

$$D = 100 \sqrt{\frac{4V_h}{\pi \left(\frac{S}{D}\right)}}, \quad (3.3)$$

а також хід поршня

$$D = D \left(\frac{S}{D}\right), \quad (3.4)$$

При необхідності отримані значення S і D округлюють, після чого уточнюють основні параметри двигуна:

літраж,

$$V_L = \frac{\pi D^2 S i}{4 \cdot 10^6}, \quad (3.5)$$

ефективна потужність, $N_e, кВт$

$$N_e = \frac{P_0 V_L n_n}{30\tau}, \quad (3.6)$$

ефективний крутний момент, M_e ,

$$M_e = \frac{30 \cdot 10^3 N_e}{\pi \cdot n_n}, \quad (3.7)$$

погодинна витрата пального, $G_T, кг/год$

$$G_T = 10^{-3} N_e q_e \quad (3.8)$$

середня швидкість поршня, $м/с$

$$\bar{V}_n = \frac{S n_n}{3 \cdot 10^4}, \quad (3.9)$$

Основні завдання

1. Використавши вирази (3.1) і (3.5), а також дані додатку 1 або 2 для **свого** варіанту, обчислити P_0 .

2. Обчислити за виразами (3.5)-(3.9) основні параметри двигуна за обраним - варіантом.

3. Дослідити за виразом (3.9) залежність середньої швидкості поршня від обертання колінчатого валу.

4. Використовуючи вирази (3.1-3.3) і (3.5), дослідити залежність робочого об'єму двигуна від діаметру його циліндра, від числа циліндрів.

5. Перетворення виразів, дослідження залежностей, їх графічна інтерпретація, а також обчислення і подання результату здійснити за допомогою системи MATHCAD;

6. Проаналізувати результати і зробити відповідні висновки.

*Лабораторна робота №4****Математична модель технологічного процесу пластичного деформування***

Експериментальні дослідження технології проведені при виробництві штабових профілів № 18 – 24 зі сталі 09Г2.

У результаті системного аналізу впливу факторів технології прокатки на механічні властивості сталі в якості таких факторів було обрано: температура кінця прокатки (температура розкату на вході в чистовий калібр) $t_{к.п.}$; вміст сталі вуглецю (C), марганцю (Mn) та кремнію (Si) у вигляді вуглецевого еквівалента: $C_{екв} = C + 0,25 Mn + 0,1 Si$; товщина стінки штабового профілю d .

Діапазон варіювання температури кінця прокатки 930 – 770 °С визначений на верхньому рівні технологічною інструкцією з нагрівання сталі 09Г2 (не вище 1200 °С) та тепловими втратами за час деформування в обтискній та чорновій клітках, на нижньому рівні – припустимими енергосиловими параметрами прокатки в чистовій клітці. Реалізація температурного режиму прокатки здійснювалася з використанням дослідно-промислового пристрою для прискореного міждеформаційного підстижування розкату водоповітряною сумішшю.

Для визначення правомірності використання вуглецевого еквівалента в представленому виді проведена статистична обробка впливу хімічного складу на рівень механічних властивостей сталей 09Г2 та 10ХСНД при виробництві штабових профілів. На ЕОМ ЕС-1020 по стандартній програмі Regre оброблені результати здавальних випробувань за рік. Масиви склалися з даних випробувань 190 плавок сталі 09Г2 та 43 плавок сталі 10ХСНД. По тому самому масиві отримані рівняння двох типів: вплив всіх легуючих елементів у плавці й вплив вуглецевого еквівалента на рівень механічних властивостей. Розходження в коефіцієнтах множинної кореляції для даних рівнянь не перевищувало 0,04 – 0,15. Діапазон можливих змін хімічного складу низьколегованої сталі дослідженого класу визначений вимогами ДЕРЖСТАНДАРТ 5521 – 76.

Рівні варіювання геометричних розмірів прокату визначені профільним сортаментом стана 620 та склали $d = 9 \div 13$ мм.

Відгуками впливу технологічних параметрів прокатки й хімічного складу сталі обрані статистичні оцінки властивостей міцності: границя текучості (σ_T) та тимчасовий опір розриву (σ_B), а також ударна в'язкість при температурі випробування – 40 °С (KCV – 40). Ці характеристики є визначальними для дослідженого сортаменту відповідно до вимог Правил Регістра. Пластичні властивості прокату, як показали дослідно-промислові дослідження, мають значний запас та не лімітують випуск високоякісної продукції.

При розгляді можливих варіантів плану експерименту був обраний повний факторний експеримент (ПФЕ).

Досліджуваний параметр – межа міцності

Досліджувані фактори, характер їхньої зміни й схеми кодування наведені в таблиці 4.1

Таблиця 4.1 – Досліджувані фактори

Характеристика	Фактор		
	d, мм	C _{секв}	t _{к.п.} , °С
Код	X ₁	X ₂	X ₃
Основний рівень	11	0,5	850
Інтервал варіювання	1	0,03	50
Нижній рівень (кодоване значення -1, -)	10	0,47	800
Верхній рівень (кодоване значення +1, +)	12	0,53	900

Складання плану експерименту

Щоб уникнути повторів дослідів, скористаємося принципом, представленим в таблиці 4.2.

Фактор, позначений "X₀" – так називаємо фіктивну змінну – уводимо для розрахунку вільного члена шуканої моделі – коефіцієнта "b₀". Після складання таблиці перевіряємо правильність її заповнення. Умова симетричності репліки

вимагає, щоб у кожному стовпці знаходилося рівне число мінусів та плюсів.
Умова виконується.

Таблиця 4.2 – Складання плану експерименту

Номер досліду	X ₁	X ₂	X ₃	X ₀
1	+	+	+	+
2	-	+	+	+
3	+	-	+	+
4	-	-	+	+
5	+	+	-	+
6	-	+	-	+
7	+	-	-	+
8	-	-	-	+

Реалізація плану експерименту

Для визначення помилки експерименту досліди будемо дублювати (на основному рівні). У цьому випадку розрахунок дисперсії досліду S_y проводимо по формулі:

$$S^2_y = (Y_{0i} - Y_0)^2 / f_1 = 3,14 / 2 = 1,57,$$

де n_0 – кількість дублів на основному рівні;

i – номер дубля;

Y_{0i} – значення параметра оптимізації в i -ому дублі;

Y_0 – середнє арифметичне результатів всіх дублів;

f – число ступенів волі ($f_1 = n - 1$).

Для визначення дисперсії досліду реалізовано додаткові досліди 9 – 11 на основному рівні. При цьому отримано наступні значення параметра оптимізації дослід 9 – 500 МПа; 10 – 500 МПа; 11 – 505 МПа.

Визначаємо S_y . Складаємо розрахункову таблицю 4.3.

Таблиця 4.3 – Розрахункова таблиця

Дослід	Y_e	$ Y_{0e} - Y_0 $	Δy_e^2
9	500	2	4
10	500	2	4
11	505	3	9
	$Y_0 = 502$	$\Sigma = 7$	$\Sigma = 17$

Після реалізації всіх дослідів матриці планування по їх результатах будемо математичну модель процесу. Для цього при використанні ПФЕ розраховуємо коефіцієнти регресії рівняння по формулі:

$$b_j = \sum_{j=1}^n X_{jn} \cdot Y_n / N,$$

b_j – значення j -го коефіцієнта регресії ($j = 0, 1, 2, \dots, n$);

X_{jn} – значення j -го фактора в n -му досліді в кодованому вигляді;

Y_n – значення параметра оптимізації в n -му досліді ;

N – число дослідів у матриці планування.

В результаті одержують модель, що має такий вигляд:

$$Y = b_0 + b_{1x} + b_{2x} + \dots + b_{jx}.$$

У реалізованій матриці планування отримані наступні результати (табл. 4.4).

Таблиця 4.4 – Результати дослідів

Дослід	1	2	3	4	5	6	7	8
Результат	505	515	475	485	535	545	495	515

Розраховуємо коефіцієнти регресії шуканої моделі. Для цього ми повинні взяти з таблиці 4.2 значення фактора " X_i " у кодованому вигляді (+ 1 або - 1) та перемножити на відповідні їм значення " y " узяті з таблиці 4.4. Підставивши ці значення одержимо:

$$b_1 = 1/8[505 - 515 + 475 - 485 + 535 - 545 + 495 - 515] = -6,25.$$

Аналогічно визначаємо інші коефіцієнти: $b_0 = 509$; $b_2 = 16,25$; $b_3 = -13,75$.

Таким чином, отримана лінійна модель має попередньо наступний вигляд:

$$y = 509 - 6,25 \cdot X_1 + 16,25 \cdot X_2 - 13,75 \cdot X_3.$$

Статистичний аналіз моделі

Метою аналізу є перевірка придатності моделі для її використання при описі досліджуваного об'єкта.

Аналіз складається із двох етапів. На першому етапі перевіряємо статистичну значимість коефіцієнтів регресії. У статистиці прийнято здійснювати перевірку значимості коефіцієнтів регресії за допомогою критерію Ст'юдента (t – критерію). Для цього розраховуємо довірчий інтервал коефіцієнтів:

$$\Delta b_i = t_{\alpha i} \cdot S_{bi},$$

S_{bi} – середньоквадратична помилка у визначенні коефіцієнтів регресії:

$$S_{bi} = \sqrt{\frac{S_y^2}{N}},$$

$t_{\alpha i}$ – значення t-критерію, що вибираємо залежно від рівня значимості " α " та числа ступенів волі при визначенні дисперсії досліджуваного об'єкта f_1 .

Значення коефіцієнтів регресії порівнюємо з Δb_i та t_i , які виявляються по абсолютній величині менші довірчого інтервалу, виключаємо з рівняння.

На другому етапі остаточно отримане рівняння перевіряємо на адекватність, тобто його придатність для опису об'єкта дослідження.

Розраховуємо довірчий інтервал коефіцієнтів регресії. Для цього спочатку визначимо S_{bi} :

$$S_{bi} = \sqrt{\frac{8,5}{8}} = \pm 1,03.$$

Вибираємо для $\alpha = 0,05$ та $f_1 = 2$ значення критерію Ст'юдента, рівне 4,3. Визначаємо $\Delta b_i = \pm 4,3 \cdot 1,03 = \pm 4,43$.

Таким чином, рівняння здобуває остаточно вигляд:

$$y = 509 - 6,25 \cdot X_1 + 16,25 \cdot X_2 - 13,75 \cdot X_3.$$

Тепер перевіряємо адекватність отриманої моделі в цілому. Для цього підставляємо в отримане рівняння послідовно для всіх дослідів значення "X_i" у кодованому вигляді, які беремо з таблиці 4.2. Маємо:

$$y_1 = 509 - 6,25 \cdot (+1) + 16,25 \cdot (+1) - 13,75 \cdot (+1) = 505 .$$

Аналогічно визначаємо всі інші "y". Результати заносимо в таблицю 4.5.

Таблиця 4.5 – Розрахунок дисперсії неадекватності

Дослід	Значення у		Δу	Δу ²
	Експериментальне	Розрахункове		
1	505	505	0	0
2	515	518	3	9
3	475	473	2	4
4	485	485	0	0
5	535	533	2	4
6	545	545	0	0
7	495	500	5	25
8	515	513	2	4

Σ = 46

По формулі одержуємо оцінку дисперсії неадекватності:

$$S_{неад}^2 = \frac{\sum_{n=1}^N (y_n^{расч} - y_n^{експ})^2}{f_2} = \frac{46}{8-4} = 11,5,$$

де $f_2 = N - K'$, K' – число коефіцієнтів моделі, включаючи b_0 .

Визначаємо розрахункове значення критерію Фішера:

$$F_{f, f_{21}}^{расч} = \frac{S_{неад}^2}{S_y^2} = \frac{11,5}{8,5} = 1,35 .$$

З довідкових даних для $\alpha = 0,05$, $f_1 = 2$ та $f_2 = 4$ знаходимо табличне значення критерію Фішера, рівне 19,2. Таким чином, умова адекватності моделі $F^{расч} < F^{табл}$

виконується й нею можна користуватися для розрахунку значень межі міцності. При цьому варто пам'ятати, що отримана модель описує межу міцності сталі тільки у вивчених межах варіювання факторів.

Інтерпретація результатів

Отримана адекватна модель дозволяє розрахувати значення параметра оптимізації для будь-якої точки вивченого факторного простору.

Отриману залежність можна представити графічно у вигляді впливу окремих факторів на параметр оптимізації. При цьому зазвичай будують залежність $y = f(x_i)$ за умови, що всі інші фактори фіксують на постійному рівні. Тоді підставляємо в дане рівняння значення фактора X_2 та X_3 у кодованому вигляді (зі знаком " - "). Потім у перетворене (спрощене) рівняння підставляємо послідовно значення фактора X_i на нижньому, основному й верхньому рівнях, тобто $-1, 0, +1$ та одержуємо шуканий графік.

Представимо графічну залежність межі міцності сталі від товщини профілю (фактор X_1) для випадку, коли інші " $X_i = 0$ ". Тоді рівняння має вигляд $y = 509 - 6,25X_1$.

Визначимо "у" для випадків, коли $X_1 = -1$ та $X_1 = +1$. Підставимо ці значення в рівняння. Одержимо відповідно значення "у", рівні 509, 512,25 та 502,75 МПа. Будуємо графік (рис. 4.1). На цьому ж графіку наносимо лінії для інших рівнів інших факторів. В об'ємному зображенні залежність представлена на рис. 4.2.

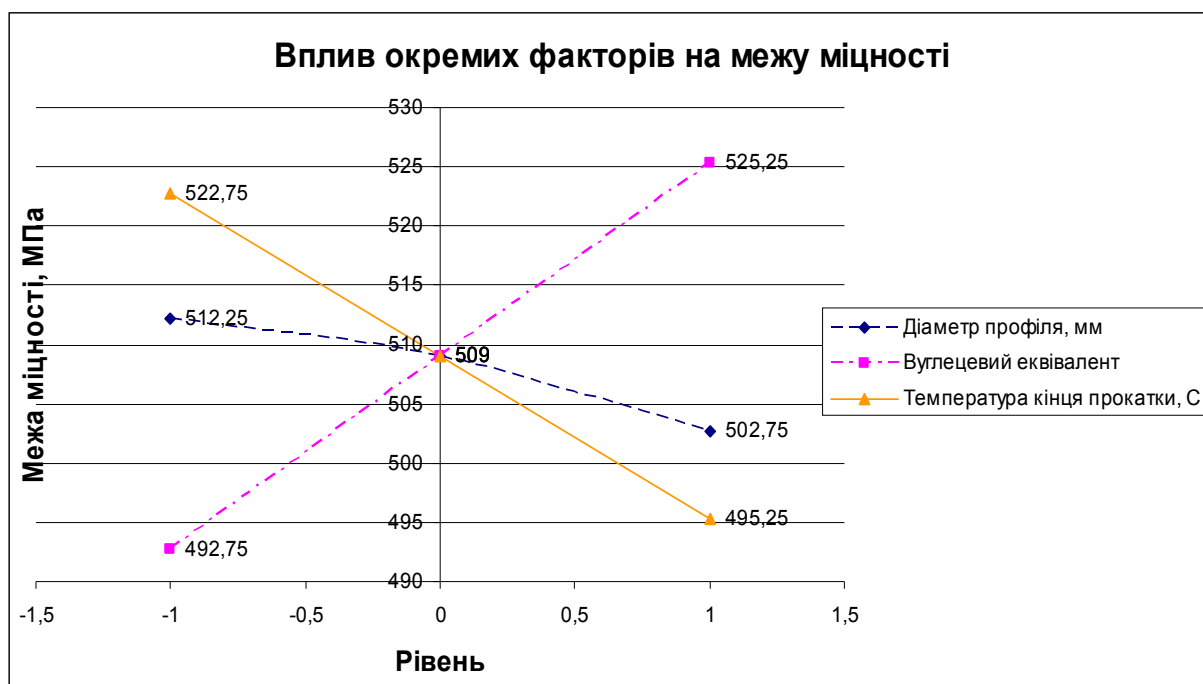


Рис.4.1. Вплив окремих факторів на межу міцності

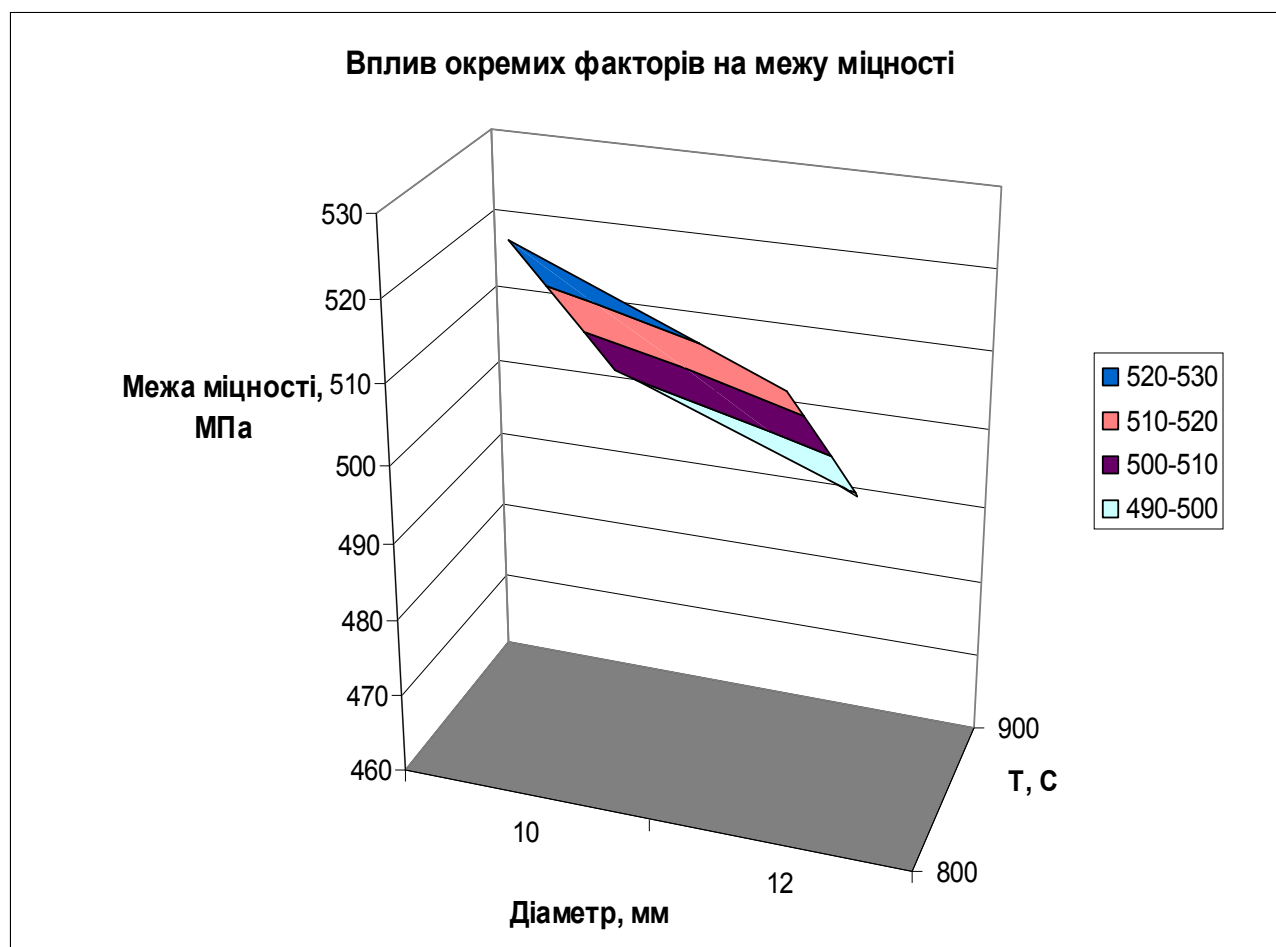


Рис. 4.2. Вплив окремих факторів на межу міцності (об'ємний вигляд)

Досліджуваний параметр - границя текучості

Досліджувані фактори, характер їхньої зміни й схеми кодування наведені в таблиці 4.1

Складання плану експерименту

Щоб уникнути повторів дослідів, скористаємося принципом, представленим в таблиці 4.2.

Реалізація плану експерименту

Для визначення помилки експерименту досліді будемо дублювати (на основному рівні). У цьому випадку розрахунок дисперсії досліду S_y проводимо по формулі:

$$S^2_y = (Y_{0i} - Y_0)^2 / f_1 = 3,14 / 2 = 1,57.$$

Для визначення дисперсії досліді реалізовано додаткові досліді 9 – 11 на основному рівні. При цьому отримано наступні значення параметра оптимізації дослід 9 – 360 МПа; 10 – 365 МПа; 11 – 365 МПа.

Визначаємо S_y . Складаємо розрахункову таблицю 4.6.

Таблиця 4.6 – Розрахункова таблиця

Дослід	Y_e	$ Y_{0e} - Y_0 $	Δy_e^2
9	360	3	9
10	365	2	4
11	365	2	4
	$Y_0 = 363$	$\Sigma = 7$	$\Sigma = 17$

Після реалізації всіх дослідів матриці планування по їхніх результатах будемо математичну модель процесу.

У реалізованій матриці планування отримано наступні результати (табл. 4.7).

Таблиця 4.7 – Результати дослідів

Дослід	1	2	3	4	5	6	7	8
Результат	360	370	335	345	395	405	360	370

Розраховуємо коефіцієнти регресії шуканої моделі. Для цього ми повинні взяти з таблиці 13 значення фактора "X_i" у кодованому вигляді (+ 1 або – 1) та перемножити на відповідні їм значення "y" узяті з таблиці 4.7. Підставивши ці значення одержимо:

$$b_1 = 1/8[360 - 370 + 335 - 345 + 395 - 405 + 360 - 370] = -5.$$

Аналогічно визначаємо інші коефіцієнти: $b_0 = 367,5$; $b_2 = + 15$; $b_3 = - 15$.

Таким чином, отримана лінійна модель має попередньо наступний вигляд:

$$y = 367,5 - 5 \cdot X_1 + 15 \cdot X_2 - 15 \cdot X_3.$$

Статистичний аналіз моделі

Розраховуємо довірчий інтервал коефіцієнтів регресії. Для цього спочатку визначимо S_{bi} :

$$S_{bi} = \sqrt{\frac{8,5}{8}} = \pm 1,03.$$

Вибираємо для $\alpha = 0,05$ та $f_1 = 2$ значення критерію Ст'юдента, рівне 4,3. визначаємо $\Delta b_i = \pm 4,3 \cdot 1,03 = \pm 4,43$.

Таким чином, рівняння здобуває остаточний вигляд:

$$y = 367,5 - 5 \cdot X_1 + 15 \cdot X_2 - 15 \cdot X_3.$$

Тепер перевіряємо адекватність отриманої моделі в цілому. Для цього підставляємо в отримане рівняння послідовно для всіх дослідів значення "X_i" у кодованому вигляді, які беремо з таблиці 13. Маємо:

$$y_1 = 367,5 - 5 \cdot (+1) + 15 \cdot (+1) - 15 \cdot (+1) = 362,5.$$

Аналогічно визначаємо всі інші "y". Результати заносимо в таблицю 4.8.

Таблиця 4.8 – Розрахунок дисперсії неадекватності

Дослід	Значення у		Δу	Δу ²
	Експериментальне	Розрахункове		
1	360	362,5	2,5	6,25
2	370	372,5	2,5	6,25
3	335	332,5	2,5	6,25
4	345	342,5	2,5	6,25
5	395	392,5	2,5	6,25
6	405	402,5	2,5	6,25
7	360	362,5	2,5	6,25
8	370	372,5	2,5	6,25

Σ = 50

По формулі одержуємо оцінку дисперсії неадекватності:

$$S_{неад}^2 = \frac{\sum_{n=1}^N (y_n^{расч} - y_n^{експ})^2}{f_2} = \frac{50}{8-4} = 12,5.$$

Визначаємо розрахункове значення критерію Фішера:

$$F_{f,f_{21}}^{расч} = \frac{S_{неад}^2}{S_y^2} = \frac{12,5}{8,5} = 1,47.$$

З довідкових даних для $\alpha = 0,05$, $f_1 = 2$ та $f_2 = 4$ знаходимо табличне значення критерію Фішера, рівне 19,2. Таким чином, умова адекватності моделі $F^{расч} < F^{табл}$ виконується й нею можна користуватися для розрахунку значень границі текучості. При цьому варто пам'ятати, що отримана модель описує границю текучості сталі тільки у вивчених межах варіювання факторів.

Інтерпретація результатів

Отримана адекватна модель дозволяє розрахувати значення параметра оптимізації для будь-якої точки вивченого факторного простору.

Представимо графічну залежність границі текучості сталі від товщини профілю (фактор X_1) для випадку, коли інші " $X_i = 0$ ". Тоді рівняння має вигляд $y = 367,5 - 5X_1$.

Визначимо "у" для випадків, коли $X_1 = -1$ та $X_1 = +1$. Підставимо ці значення в рівняння. Одержимо відповідно значення "у", рівні 367,5, 472,5 та 362,5 МПа.

Будуємо графік (рис.4.3). На цьому ж графіку наносимо лінії для інших рівнів інших факторів. В об'ємному зображенні залежність представлена на рис.4.4.

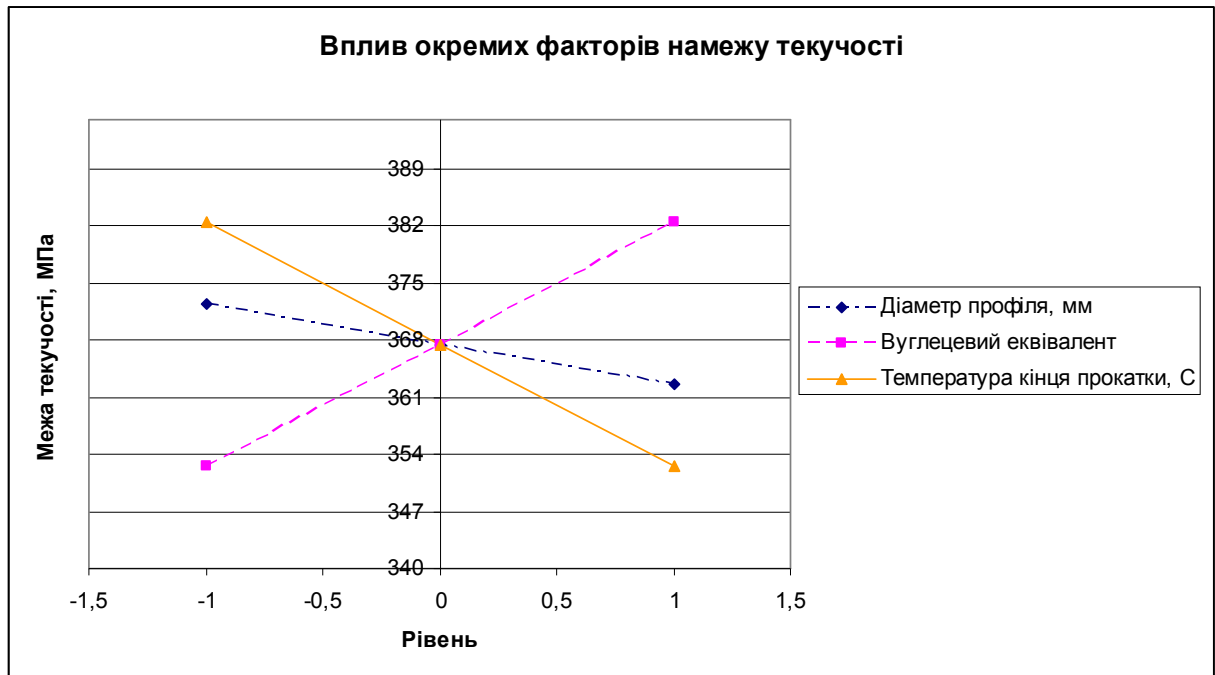


Рис.4.3. Вплив окремих факторів на межу міцності

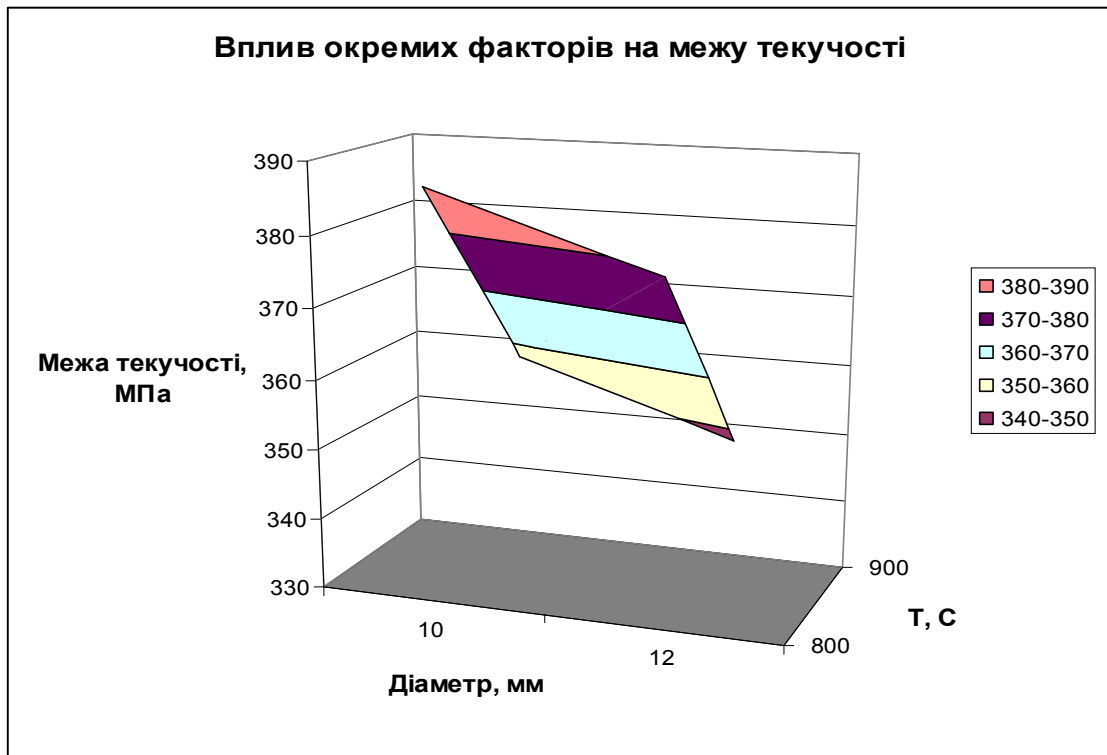


Рис.4.4. Вплив окремих факторів на межу міцності (об'ємний вигляд)

Після обробки результатів експерименту отримано наступні рівняння:

$$\sigma_B = 509 - 6,25 d + 16,25 C_{\text{екв}} - 13,75 t_{\text{к.п.}}; \sigma_T = 367,5 - 5 d + 15 C_{\text{екв}} - 15 t_{\text{к.п.}};$$

Перевірка за допомогою критерію Фішера підтвердила відтворюваність дослідів та адекватність моделей, отриманих після відкидання незначних членів відповідно до критерію Ст'юдента.

Аналіз отриманих рівнянь показує, що зі зниженням температури кінця прокатки з 930 до 770 °С властивості міцності сталі збільшуються на 30 – 40 МПа, збільшення ударної в'язкості порядку 50 % становить від 1,2 – 1,6 до 1,9 – 2,3 МДж/м².

При збільшенні вуглецевого еквівалента від 0,47 до 0,55 % властивості міцності сталі зростають на 40 – 55 МПа, грузлі на 0,4 – 0,5 МДж/м².

Зі збільшенням товщини стінки профілю від 9 до 13 мм властивості міцності знижуються на 20 – 40 МПа, що може бути пояснено інерційністю процесу внутрішнього теплообміну в крупносортовних профілях, коли при однаковій температурі поверхні температура в центрі більш масивного профілю може бути значно вище.

Лабораторна робота № 5

Повний факторний експеримент

Мета роботи: вивчення основ планування факторних експериментів, технології планування повного факторного експерименту.

Загальні теоретичні відомості. Обсяг експериментального дослідження безпосередньо залежить від числа і характеру досліджуваних параметрів. Кожне експериментальне дослідження може містити від однієї до десятка і більш серій дослідів. Щоб виявити функціональні зв'язки між змінними величинами, варто оцінити, по-перше, необхідна кількість дослідів в одній серії, а по-друге, кількість повторних серій, потрібних для забезпечення вагомості кожної досвідченої точки графіка. Наприклад, якщо є впевненість у тім, що вийде лінійна залежність, то для побудови графіка досить двох крапок; якщо досвідчена крива являє собою окружність, то можна обмежитися трьома крапками. У випадку ж графічного вираження не тільки загальної закономірності, але і можливо більш точного чисельного значення функції для обґрунтування кожного перегину кривій потрібно збільшувати як число крапок, так і повторність іспитів.

Число дослідів n_{oi} для кожної серії іспитів установлюють, виходячи з приблизно середніх по складності функціональних залежностей. Для всіх основних факторів, значення яких потрібно вимірити в якій-небудь серії дослідів, визначають їхню повторність p_i , як максимальну при даній точності і заданій надійності. Звичайно в досвідах кожної серії повторність p_i приймають однакової. Тоді число дослідів i -ї серії при зміні одного з основних факторів

$$N_{oi} = p_i n_{oi}$$

Якщо в даній серії враховують z градацій інших основних факторів, то

$$N_{oi} = p_i n_{oi} z_i$$

Кількість дослідів у всіх m серіях

$$N_{oi} = \sum_{i=1}^m p_i n_{oi} z_i$$

Як правило, у кожному досвіді даної серії кількість вимірів те саме, тому якщо в кожному досвіді i -ї серії передбачається провести q_i вимірів, то загальна кількість вимірів у дослідженні

$$N_{oi} = \sum_{i=1}^m p_i n_{oi} z_i q_i$$

Якщо всі досліди проводять по приватних методиках, то при кількості r часток методик загальне число дослідів у дослідженні в цілому можна також представити як

$$N_0 + N_0 + \dots + N_0 = \sum_{i=1}^r p_i n_{oi} z_i$$

а загальна кількість вимірів у дослідженні як

$$N = \sum_{i=1}^r p_i n_{oi} z_i q_i$$

Повний факторний експеримент (ПФЕ) реалізує всі можливі неповторювані комбінації рівнів незалежних факторів, кожний з яких варіюється на двох рівнях. Число цих комбінацій $N = 2^k$. Наприклад, для трьохфакторний задачі вибіркового рівняння регресії має вигляд

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^3 b_i x_i + \sum_{ij} b_{ij} x_i x_j + b_{123} x_1 x_2 x_3$$

де y – розрахункове значення функції виходу (параметра оптимізації); b_0 , b_i , b_{ij} , b_{123} – коефіцієнти; x_i , x_j , x_1 , x_2 , x_3 – незалежні перемінні (фактори), які можна варіювати при постановці експерименту.

Повний факторний експеримент дає можливість знайти роздільні оцінки коефіцієнтів b .

Перебування моделі методом ПФЕ складається з наступних етапів: 1) планування експерименту; 2) власне експеримент; 3) перевірка відтворюваності (однорідності вибірових дисперсій); 4) одержання математичної моделі об'єкта з перевіркою статистичної значимості вибірових коефіцієнтів регресії; 5) перевірка адекватності математичного опису.

Математичну модель процесу, не утримуючі члени ступенів вище першої, прийнято називати плануванням першого порядку. Для планування першого

порядку програму ПФЕ задають у виді таблиць-матриць, де в кожному стовпці для усіх факторів варіацію проводять тільки, на двох рівнях, тобто перемінної додають тільки два її екстремальних значення. Центр експерименту при цьому знаходиться на нульовому рівні, що відповідає середньому або базисному значенню варіюємого фактора. Типова матриця планування для випадку трьох перемінних представлена в табл. 5.1.

Таблиця 5.1 – Матриця планування ПФЕ-2³

Напіврепліка	№ досвід	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	Результати досвіду v
I	1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	y_1
	2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	y_2
	3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	y_3
	4	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_4
II	5	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	y_5
	6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	y_6
	7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	y_7
	8	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	y_8

При кодуванні факторів факторний простір лінійно перетвориться – початок координат переноситься в центр експерименту, масштаб по осях вибирається в одиницях варіювання факторів. Кодують фактори за допомогою залежності

$$X_i = (x_i - x_{i0}) / \Delta x_i \quad (5.1)$$

де X_i – кодоване значення фактора (безрозмірна величина); x_i – значення фактора в іменованих (натуральних) одиницях; x_{i0} – натуральне значення фактора на нульовому рівні; Δx_i – натуральне значення інтервалу варіювання.

Верхній рівень варіювання фактора позначають «+1», нижній «-1». У центрі експерименту фактор має базисний рівень (середнє значення фактора). Границі варіювання факторів відомі з апіорної інформації або мають технічні обмеження. Правильний вибір центра експерименту (базисного рівня), інтервалів і рівнів варіювання факторів має велике значення, особливо при плануванні руху по поверхні відгуку, тому що в цьому випадку може існувати трохи екстремумів.

Крім матриці з кодованими факторами (табл. 5.1), для проведення експерименту складають матрицю з натуральними значеннями факторів. Типова

матриця для k факторів включає всі їхні можливі неповторювані комбінації. На підставі цього неважко підрахувати число експериментальних крапок, рівнорозташованих певним чином у факторному просторі. Зокрема, для трьох факторів усі можливі їхні комбінації можна вичерпати при реалізації восьми серій дослідів. Таким чином, число експериментів для розглянутого випадку можна записати як 2^k , де 2 – число рівнів, а k – число одночасне варіюємих факторів. Планування першого порядку з використанням планів типу ПФЕ звичайно записують як ПФЕ- 2^k .

Матриця типу ПФЕ- 2^k реалізується постановкою експерименту для одержання значень функції виходу y . Щоб виключити систематичні помилки, матрицю потрібно реалізувати строго по програмі, який передбачені, по-перше, повторюваність кожної серії дослідів i , по-друге, рандомізація всіх серій і їхніх повторень у часі. Рандомізацію можна здійснити за допомогою жеребкування, таблиць випадкових чисел і ін.

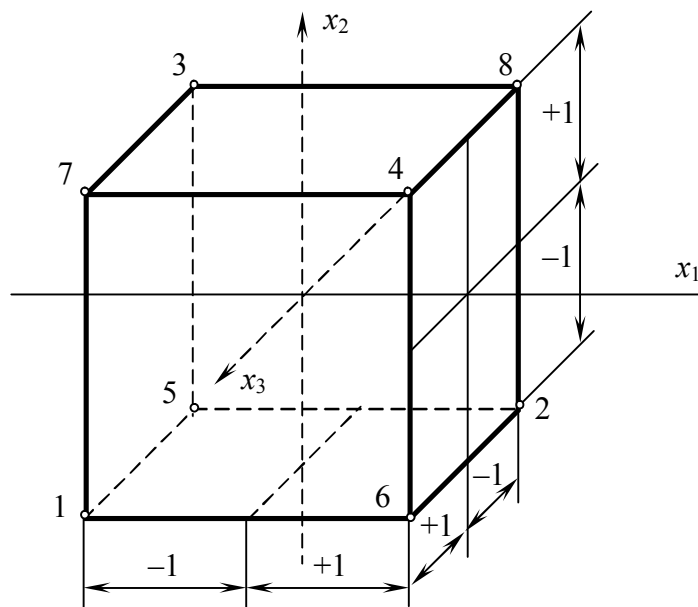


Рис. 5.1. Геометричне зображення повного факторного експерименту 2^3

Таким чином, план експерименту геометрично можна представити (рис. 3) як сукупність різних крапок у факторному просторі, у яких проводяться повторні досліді. Точки плану позначимо z , припустивши, що z мінняється від 1 до n (n –

загальне число різних крапок у плані), а порядковий номер у даній точці – i, j і т.д. Після проведення експерименту по відповідній програмі в розпорядженні дослідника маються: матриця-план незалежних перемінних і ефектів взаємодії; вектори-стовпці функції виходу. Ціль подальшої роботи – визначити коефіцієнти інтерполяційного рівняння (наприклад, для $k = 3$)

$$y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_{12}X_1X_2 + b_{13}X_1X_3 + b_{23}X_2X_3 + b_{123}X_1X_2X_3 \quad (5.2)$$

т. е. вирішити нормальні рівняння методом найменших квадратів, щоб мінімізувати суму квадратів відхилень помилок. Таким чином, рівняння (5.2) є рівнянням регресії, що отримано на підставі результатів досвіду.

Для матриць типу ПФЕ-2, що підкоряються умовам

$$\sum_{z=1}^n X_{iz}X_{jz} = 0; \quad i \neq j; \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, 2^k - 1; \quad (5.3)$$

$$\sum_{z=1}^n X_{iz} = 0; \quad i = 0, 1, 2, \dots, 2^k - 1; \quad (5.4)$$

$$\sum_{z=1}^n X_{iz}^2 = n; \quad i = 0, 1, 2, \dots, 2^k - 1; \quad (5.5)$$

де (5.3) – умова ортогональності плану-матриці – скалярний добуток векторів-стовпців дорівнює нулеві; (5.4) – властивість симетричності – розташування всіх незалежних перемінних щодо центра експерименту (нульового рівня); (5.5) – сума квадратів усіх векторів-стовпців повинна бути дорівнює числу серій дослідів; коефіцієнти регресії визначають по формулах, що випливає з рішення нормальних рівнянь методом найменших квадратів. Зокрема, для ПФЕ-2³ ці формули мають вигляд

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{1}{8} \sum_{z=1}^8 \bar{y}_z; & b_i &= \frac{1}{8} \sum_{z=1}^8 X_{iz} \bar{y}_z; \\ b_{ij} &= \frac{1}{8} \sum_{z=1}^8 X_{iz} X_{jz} \bar{y}_z; & b_{ijq} &= \frac{1}{8} \sum_{z=1}^8 X_{iz} X_{jz} X_{qz} \bar{y}_z; \end{aligned} \quad (5.6)$$

де \bar{y}_z – середнє значення з ряду рівнобіжних, рандомізованих у часі.

Після обчислення коефіцієнтів регресії і складання рівняння (5.2) оцінюють статистичну залежність b_i .

Якщо дві незалежні перемінні варіювати на трьох рівнях – нижнє, верхнє і нульовому, то буде мати місце планування типу 3^2 . Для реалізації всіх можливих комбінацій рівнів, тобто для здійснення повного факторного експерименту, потрібно виконати дев'ять дослідів. Тоді матрицю планування можна записати так, як це зроблено в табл. 5.2.

Таблиця 5.2 – План експерименту типу 3^2

№ досвіду	X_1	X_2	y
1	-1	-1	y_1
2	0	-1	y_2
3	+1	-1	y_3
4	-1	0	y_4
5	0	0	y_5
6	+1	0	y_6
7	-1	+1	y_7
8	0	+1	y_8
9	+1	+1	y_9

Якщо необхідно оцінити ефекти не тільки першого, але і другого порядку, матрицю планування варто відповідно перетворити. Припустимо, що в досліджуваній області процес описаний рівнянням другого ступеня:

$$y = b_0X_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_{11}X_1^2 + b_{22}X_2^2 + b_{12}X_1X_2 \quad (5.7)$$

Помітимо, що планування експерименту, представлене в табл. 5.2, має наступні властивості:

$$\sum X_1 = \sum X_2 = \sum X_1X_2 = 0; \quad \sum X_1^2/n = \sum X_2^2/n = 2/3;$$

З (5.7) знаходимо, що середнє значення y , позначене через y_0 , для цього планування

$$y_0 = b_0 + \frac{2}{3}b_{11} + \frac{2}{3}b_{22}$$

Віднімаючи останнє вираження з (5.7), одержимо

$$y = y_0X_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_{11}(X_1^2 - 2/3) + b_{22}(X_2^2 - 2/3) + b_{12}X_1X_2$$

Оцінку b_0 легко одержати з рівняння

$$b_0 = y_0 - \frac{2}{3}b_{11} - \frac{2}{3}b_{22}$$

Математичний апарат факторного планування експерименту можна з успіхом застосувати для обробки – експериментальної інформації, зокрема в тих випадках, коли в результаті дослідження повинні бути отримані емпіричні залежності. Розглянемо приклад такої обробки експериментальних даних, отриманих при дослідженні питань стійкості прутків при проштовхуванні у волокові (дослідження В. М. Шаповала і М. М. Чиглакова).

Відомо [7], що класичну формулу Ейлера не можна використовувати для визначення критичних напружень при проштовхуванні, тому що вона справедлива для гнучкості $\lambda > \lambda_{кр} = 80 \div 100$. Існує ряд емпіричних формул для розрахунку критичного напруження в області гнучкості $\lambda_{кр} > \lambda > 40$; серед них формула Ясинського – Беляєва [4]. Оскільки гнучкість прутків при проштовхуванні знаходиться в межах 20–45, можна констатувати, що до останнього часу не було запропоновано формули, придатної для визначення критичного напруження і припустимої довжини кінця прутка, що проштовхується.

Спеціальними експериментами, у процесі яких прутки різних діаметрів з різних марок сталей доводилися силою, що проштовхує, до втрати стійкості (табл. 5.3), встановлено, що криві залежності критичних напружень від гнучкості добре апроксимуються рівнянням гіперболи

$$\sigma_{кр} = c / \lambda$$

Таблиця 5.3 – Експериментальні значення коефіцієнтів до для різних марок сталей

Марка сталей	σ_y	σ_T	λ					
			10 МПа	20	25	30	35	40
35	63,0	36,0	15,20	15,30	15,80	17,50	18,11	19,90
45	64,0	36,3	18,18	17,50	16,50	17,82	18,80	18,90
ШХ15	63,5	37,0	17,39	17,40	17,76	19,24	19,90	20,55
30Х13	64,0	37,0	17,44	18,70	19,77	20,70	20,66	21,80
ШХ15	64,3	38,0	18,72	19,70	20,00	21,60	21,15	23,60
38ХС	65,0	43,0	18,30	19,10	20,42	21,05	22,87	23,63
60С2А	78,0	45,8	20,35	21,60	22,80	20,52	20,56	21,57
40ХФА	62,5	46,0	18,74	20,70	19,50	18,70	20,99	21,88
60С2А	85,0	47,0	20,39	20,20	21,15	20,65	20,60	22,50
55СМ5ФА	71,5	54,0	21,70	22,40	24,40	26,20	27,15	30,27

З дослідів також впливає, що на величину $\sigma_{кр}$ впливають міцні характеристики матеріалу (межа міцності σ_B і границя текучості σ_T). Це дає підставу думати, що коефіцієнт c залежить від σ_B і σ_T . Приймавши $z = k\sigma_B$, одержимо

$$\sigma_{кр} = k\sigma_B / \lambda$$

де k – коефіцієнт, що залежить від σ_T і λ .

Функціональну залежність k від σ_T , і λ визначаємо методом математичного моделювання. Для зручності дослідження вводимо кодові позначення факторів σ_T , λ і функції відгуку k (табл. 5.4). Кожен досвід матриці дублювався 5 разів. Функцію відгуку позначимо через y .

Таблиця 5.4 – Рівні й інтервали варіювання факторів

Фактор	Код	Рівень			Інтервал варіювання
		верхній (+)	нульовий (0)	нижній (-)	
Границя текучості, σ_T	X_1	54	45	36	9
Гнучкість, λ	X_2	50	35	20	15

Математична модель процесу, що при двохфакторному плануванні будемо на трьох рівнях (3^2), має вигляд

$$y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_{12}X_1X_2 + b_{11}X_1^2 + b_{22}X_2^2$$

де X_1, X_2 – кодовані значення факторів:

$$X_i = [x_i - 0,5(x_{i\max} + x_{i\min})] / 0,5(x_{i\max} - x_{i\min}) \quad (5.8)$$

b_0, b_1, \dots, b_i – коефіцієнти регресії.

Порядкову дисперсію підраховуємо по формулі

$$S_j = \sum_{n=1}^n (y_{ji} - \bar{y}_j)^2 / (n-1)$$

де n – кількість повторних дослідів на кожному рівні; \bar{y}_j – середнє значення відгуку в j -м досвіді; y_{ji} – досвідчені значення відгуку в j -м досвіді при i -м повторі. Результати дослідів і розрахунку порядкових дисперсій зведені в матрицю планування (табл. 5.5).

Перевіряємо гіпотезу про однорідність вибірових дисперсій за критерієм Кохрена:

$$G_{\max} = \frac{S_{j\max}^2}{\sum_{j=1}^N S_j^2} < G_T$$

де $S_{j\max}^2$ – максимальна порядкова дисперсія; N – число дослідів у матриці планування; G_T – табличне значення критерію Кохрена (див. додаток VI).

Таблиця 5.5 – Результати дослідів і розрахунку порядкових дисперсій

$i \backslash j$	X_1	X_2	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	\bar{y}_j	S_j^2
1	–	–	14,37	16,24	15,34	15,80	14,25	15,20	0,764
2	–	+	19,63	19,20	20,56	20,15	19,96	19,90	0,266
3	+	+	32,18	28,16	30,45	29,80	30,76	30,27	2,225
4	+	–	22,18	23,17	19,56	21,27	22,32	21,70	1,884
5	+	0	27,60	25,40	26,10	25,85	26,05	26,20	0,688
6	–	0	17,02	17,36	18,27	17,22	17,35	17,50	0,236
7	0	+	20,85	21,52	22,30	21,00	22,18	21,57	0,438
8	0	–	21,22	19,53	17,80	21,63	21,57	20,35	2,764
9	0	0	20,98	19,80	19,86	20,05	21,91	20,52	1,409

В експерименті:

$$G_{\max} = 2,764/10,674 = 0,259$$

Розрахункове значення $G_{\max} = 0,259$ порівнюємо з табличним. При рівні залежності $\alpha = 0,05$ і ступенях волі $f_1 = n - 1 = 4$; $f_2 = N = 9$ табличне значення критерію Кохрена $G_T = 0,358$. Оскільки $G_{\max} < G_T$, гіпотезу про однорідність не відкидаємо і як оцінку генеральної дисперсії відтворюваності приймаємо

$$S_y^2 = \sum_{j=1}^N S_j^2 / N = 10,674 / 9 = 1,186$$

Для розрахунку коефіцієнтів регресії будуємо розширену матрицю експерименту (табл. 5.6). Коефіцієнти регресії обчислюємо по формулах

$$\left. \begin{aligned} b_i &= \sum_{j=1}^N X_{ji} y_j / \sum X_i^2; \\ b'_0 &= \sum_{j=1}^N \bar{y}_j / \sum_{j=1}^N X_j^2; \\ b_0 &= b'_0 + b_{11} \bar{X}_1^2 - b_{22} \bar{X}_2^2 \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

Підставляючи у формули (5.9) значення з табл. 5.6, одержуємо $b_1 = 4,262$; $b_2 = 2,415$; $b_{12} = 0,968$; $b_{11} = 0,98$; $b_{22} = 0,092$; $b'_0 = 21,468$; $b_0 \approx 21$.

Таблиця 5.6 – Розширена матриця експерименту

$j \backslash i$	X_0	X_1	X_2	$X_1 X_2$	$X_1^2 - \frac{2}{3}$	$X_2^2 - \frac{2}{3}$	\bar{y}_j
1	+1	-1	-1	+1	+1/3	+1/3	15,20
2	+1	-1	+1	-1	+1/3	+1/3	19,20
3	+1	+1	+1	+1	+1/3	+1/3	30,27
4	+1	+1	-1	-1	+1/3	+1/3	21,70
5	+1	+1	0	0	+1/3	-2/3	26,20
6	+1	-1	0	0	+1/3	-2/3	17,50
7	+1	0	+1	0	-2/3	+1/3	21,57
8	+1	0	-1	0	-2/3	+1/3	20,35
9	+1	0	0	0	-2/3	-2/3	20,52

Значимість коефіцієнтів регресії визначаємо за допомогою *t*-критерію Ст'юдента, обчислюючи довірчі границі по формулі

$$\Delta b_i = \pm t_{\alpha, N} S_{b_i}$$

де $t_{\alpha, N}$ – табличне значення коефіцієнта Ст'юдента, рівне 2,262 при $\alpha = 0,05$ і $N = 9$ (див. додаток II); $S_{b_i}^2$ – дисперсія помилки визначення коефіцієнтів регресії b_i

$$S_{b_i}^2 = \frac{S_y^2}{\sum_{j=1}^N X_j^2} \quad (5.10)$$

Підставляючи значення S_y^2 з (5.9) і $\sum X_j^2$ з табл. 5.6, знаходимо, що:

$$S_{b_1}^2 = S_{b_2}^2 = 1,186 / 6 = 0,1977; \quad S_{b_1} = S_{b_2} = \sqrt{S_{b_1}^2} = \pm 0,443;$$

$$\Delta b_1 = \Delta b_2 = \pm 2,262 \cdot 0,443 = \pm 1,002$$

Аналогічно $S_{b_{12}} = \pm 0,544$; $\Delta b_{12} = \pm 1,23$; $S_{b_{11}} = S_{b_{22}} = \pm 0,773$; $\Delta b_{11} = \Delta b_{22} = \pm 1,748$.

По формулі (5.10) визначаємо $S_{b_0} = 0,132$, а $S_{b_0}^2$ – по формулі:

$$S_{b_0}^2 = S_{b_0}^2 + \sum (\bar{X}_i)^2 S_{ji}^2 = 0,132 + 0,773 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 0,773 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 0,819;$$

$$S_{b_0} = \pm 0,905; \quad \Delta b_0 = 2,62 \cdot 0,905 = \pm 2,37.$$

Коефіцієнти регресії значимі, якщо $b_i > \Delta b_i$. Таким чином, з розрахованих коефіцієнтів значимі b_0 , b_1 і b_2 . Після виключення незначущих коефіцієнтів рівняння регресії одержує вид

$$y = 21 + 4,262X_1 + 2,415X_2 \quad (5.11)$$

Адекватність моделі перевіряємо за критерієм Фішера

$$F = S_{Ад}^2 / S_y^2 \quad (5.12)$$

де $S_{Ад}^2 = \sum_{j=1}^N (\hat{y}_j - \bar{y}_j) / f_0$; $f_0 = (N - m - 1)$ – число ступенів волі; m – число факторів у моделі експерименту; \hat{y}_j – значення функції відгуку, розраховані по рівнянню регресії (5.11). Дані для підрахунку дисперсії адекватності $S_{Ад}^2$ занесені в табл.

5.7. Тепер

$$S_{Ад}^2 = 26,744 / 6 = 2,9436; \quad F = 2,9436 / 1,34 = 2,48.$$

При ступенях волі $f_0 = 6$ і $f_1 = (n - 1) = 36$ табличне значення критерію Фішера $F_T = 3,79$ (див. додаток V). Оскільки $F < F_T$, модель адекватна.

Таблиця 5.7 – Дані для підрахунку дисперсії адекватності

№ досвіду	\bar{y}_j	S_j^2	\hat{y}_j	$\hat{y}_j - \bar{y}_j$	$(\hat{y}_j - \bar{y}_j)^2$
1	15,20	0,764	14,313	-0,887	0,7868
2	19,90	0,266	19,143	-0,757	0,5730
3	30,27	2,225	27,667	-2,603	6,7756
4	21,70	1,884	22,837	-1,137	1,2928
5	26,20	0,688	25,252	-0,948	0,8987
6	17,50	0,236	16,728	-0,772	0,5960
7	21,57	0,438	23,405	-1,835	3,3672
8	20,35	2,764	18,575	1,775	3,1506
9	20,52	1,409	20,990	0,470	0,2209
					$\Sigma = 17,6616$

Переходячи до виміру величин у натуральному масштабі, за допомогою формули переходу (5.8) з рівняння (5.11) одержимо формулу для визначення коефіцієнта k :

$$k = 0,475\sigma_T + 0,16\lambda - 6.$$

Матеріали, інструмент, устаткування: комп'ютерний клас, спеціалізований програмний пакет статистичних обчислень.

Порядок проведення роботи.

1 Ознайомитися з коротким зведенням загальних теоретичних положень планування факторних експериментів.

2 Виконати пункт №1 варіанта завдання.

3 Ознайомитися з коротким зведенням методів обробки результатів повного факторного експерименту.

4 Виконати пункт №2 варіанти завдання.

5 Залежно від результату аналізу зробити висновки й оформити звіт про пророблену лабораторну роботу.

Лабораторна робота №6

Дробовий факторний експеримент

Мета роботи: вивчення основ планування дробових факторних експериментів.

Загальні теоретичні відомості. При великій кількості факторів – ПФЕ вимагає великої кількості дослідів. Дробовий факторний експеримент (ДФЕ) дозволяє скоротити число дослідів, але при цьому збільшуються помилки у визначенні коефіцієнтів, а також виключається можливість визначення деяких парних взаємодій факторів. Ортогональність же матриці зберігається.

При трьохфакторному експерименті типу 2^3 число дослідів дорівнює 8, при чотирьохфакторному – 16, при п'ятифакторному – 32 і т.д. Різке зростання числа дослідів зі збільшенням кількості факторів робить практично неможливим здійснення повного перебору всіх значень при ПФЕ. Вихід з цього положення – застосування так званих дробових реплік від повного факторного експерименту.

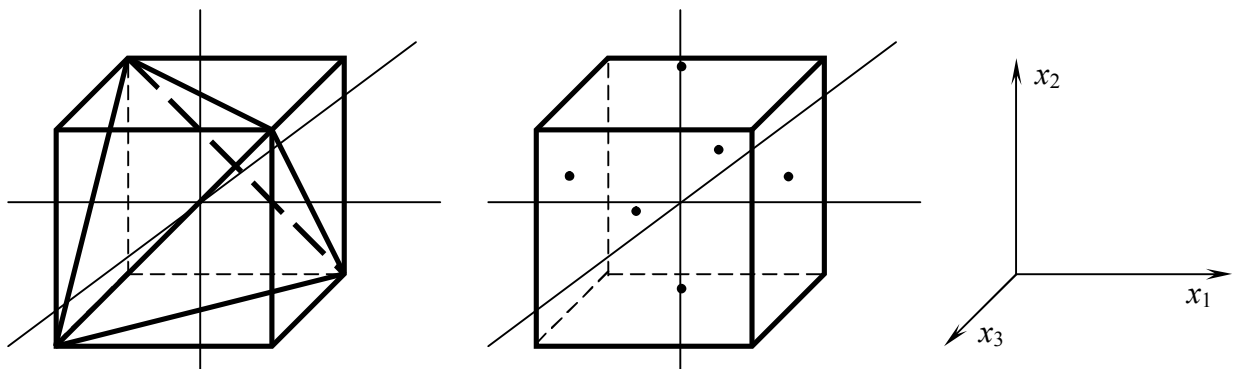


Рис. 6.1. Геометричні зображення дробового факторного експерименту 2^{3-1}

(а) і класичної схеми планування (б)

У багатьох практичних задачах взаємодії другого і вищого порядків предостіть малі або відсутні. У зв'язку з цим представляється можливим планувати, наприклад, трьохфакторний експеримент по матриці двохфакторного з реалізацією всього чотирьох дослідів замість восьми. Математична модель експерименту в цьому випадку здобуває простий вид:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i$$

Легко показати геометричну інтерпретацію планів експерименту (рис. 6.1). Як бачимо, при варіюванні перемінних на двох рівнях, закодованих числами ± 1 , область простору обмежується тетраедром (рис. 6.1, а), координати вершин якого визначаються вибірковою перестановкою чисел ± 1 . Якщо в повному трьохфакторному експерименті досліди ставлять у вершинах куба, у дробовому – у вершинах тетраедра, то в традиційному однофакторному експерименті досліди ставлять не у вершинах, а на гранях куба (рис. 6.1, б). От чому точність одержуваних оцінок коефіцієнтів регресії при факторному плануванні вище в кілька разів, чим при однофакторному. Так, у розглянутих на рис. 4 випадках точність оцінок значень коефіцієнтів b_i для ПФЕ- 2^3

$$S_{b_i}^2 = \frac{S_y^2}{8}$$

для дробової репліки 2^{3-1}

$$S_{b_i}^2 = \frac{S_y^2}{4}$$

для однофакторного експерименту

$$S_{b_i}^2 = \frac{S_y^2}{2}$$

ДФЕ становить частину ПФЕ, що називається дробовою реплікою.

Дробна репліка використовує такі частини ПФЕ, як $\frac{1}{2}$ репліки (напіврепліка), $\frac{1}{4}$ репліки, $\frac{1}{8}$ репліки і т.д. Умовна позначка реплік і кількість дослідів наведені в таблиці 6.1.

Таблиця 6.1 – Репліки дробного факторного експерименту

Кількість факторів	Дробна репліка	Позначення	Кількість дослідів	
			ДФЕ	ПФЕ
3	$\frac{1}{2}$ репліка від 2^3	2^{3-1}	4	8
4	$\frac{1}{2}$ репліка від 2^4	2^{4-1}	8	16
4	$\frac{1}{4}$ репліка від 2^4	2^{4-2}	4	16
5	$\frac{1}{2}$ репліка від 2^5	2^{5-1}	16	32
5	$\frac{1}{4}$ репліка від 2^5	2^{5-2}	8	32

Застосування ДФЕ ефективно в тому випадку, якщо передбачається, що відсутній або мало вплив на вихідний параметр ефектів взаємодії і відповідно коефіцієнти регресії і θ_{12} при парних добутках приблизно дорівнюють нулю. Але в кожному разі при великій кількості факторів (більше 4) ПФЕ стає недостатньо ефективним, тому що число дослідів з ростом числа факторів збільшується по показовій функції. Правда, при цьому знижуються помилки у визначенні коефіцієнтів полінома, тому що всі досліди використовуються для оцінки кожного з них.

Процес утворення реплік можна простежити на прикладі.

Розглянемо завдання оцінки параметрів регресії

$$y = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_3 x_3 + \theta_{12} x_1 x_2 + \theta_{23} x_2 x_3 + \theta_{13} x_1 x_3 + \theta_{123} x_1 x_2 x_3 + \varepsilon$$

Тут є 8 невідомих коефіцієнтів, для яких ПФЕ типу 2^3 дає 8 рівнянь. Якщо відомо, що ефекти взаємодії малі або незначимі, то число невідомих скорочується до чотирьох: $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \theta_3$.

Для визначення даних параметрів можна використати план ПФЕ типу $2^2 = 2^{3-1}$. Нехай задана матриця ПФЕ типу 2^2 (см. таблицю 6.2).

Таблиця 6.2 – Матриця ПФЕ

Номер досліду	x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$ (x_3)	y
1	+	–	–	+	Y_1
2	+	+	–	–	Y_2
3	+	–	+	–	Y_3
4	+	+	+	+	Y_4

По цій матриці можна одержати оцінки параметрів регресії

$$y = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_{12} x_1 x_2 + \varepsilon$$

Нехай є достатня впевненість, що в обраних інтервалах варіювання x_1 і x_2 значення θ_{12} буде незначущим. Тоді стовпець ($x_1 x_2$) можна використати для фактора x_3 . Провівши такий експеримент, зможемо зробити оцінку чотирьох коефіцієнтів, тобто одержати залежність

$$y = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_3 x_3 + \varepsilon$$

При цьому оцінки отриманих коефіцієнтів будуть змішаними: θ_1 змішаний з θ_1 і θ_{23} , т.к стовпець x_1 збігається зі стовпцем (x_2x_3) , тобто

$$\theta_0 \rightarrow \theta_0 + \theta_{123}$$

$$\theta_1 \rightarrow \theta_1 + \theta_{23}$$

$$\theta_2 \rightarrow \theta_2 + \theta_{13}$$

$$\theta_3 \rightarrow \theta_3 + \theta_{12}$$

Розглянута матриця становить напіврепліку від 2^3 , тобто 2^{3-1} . Ефективність застосування дробових реплік залежить від удалого вибору системи змішування лінійних ефектів з ефектами взаємодії. При плануванні потрібно знати, які ефекти оцінюються спільно, тобто визначити розв'язну здатність дробових реплік. Для цього користуються поняттями «визначальні контрасти (ВК)» і «співвідношення, що генерують» (ГС). У розглянутому випадку ДФЕ типу 2^{3-1} можуть бути два ГС:

$$x_3 = x_1x_2; \quad x_3 = -x_1x_2$$

Визначальний контраст для нашого випадку виходить множенням лівої і правої частин ГС на x_3 , тобто

$$x_3^2 = x_1x_2x_3 = 1; \quad x_3^2 = -x_1x_2x_3 = 1.$$

Таким чином, добуток стовпців матриць, рівні 1 або -1 називаються визначальними контрастами, які допомагають знайти змішані ефекти, не вивчаючи матрицю планування. Для цього потрібно послідовно помножити незалежні змінні на ВК.

Для наведеного приклада:

$$x_1 = x_2x_3; \quad x_2 = x_1x_3; \quad x_3 = x_1x_2;$$

$$x_1 = -x_2x_3; \quad x_2 = -x_1x_3; \quad x_3 = -x_1x_2;$$

Щоб одержати високу розв'язну здатність реплік, потрібно прагнути до такого їхнього плану, щоб лінійні ефекти були змішані із взаємодіями більше високого порядку, тому що вони частіше бувають рівними нулю.

Наприклад, в експерименті 2^{4-1} візьмемо два ГС:

$$x_4 = x_1x_2x_3; \quad x_4 = -x_1x_2$$

Одержимо визначальні контрасти і системи спільних оцінок:

$$\begin{array}{ll}
 1 = x_1 x_2 x_3 x_4 & 1 = x_1 x_2 x_4 \\
 \text{-----} & \text{-----} \\
 x_1 = x_2 x_3 x_4; & x_1 = x_2 x_4; \\
 x_2 = x_1 x_3 x_4; & x_2 = x_1 x_4; \\
 x_3 = x_1 x_2 x_4; & x_3 = x_1 x_2 x_3 x_4; \\
 x_4 = x_1 x_2 x_3; & x_4 = x_1 x_2; \\
 x_1 x_2 = x_3 x_4; & x_1 x_3 = x_2 x_3 x_4; \\
 x_1 x_3 = x_2 x_4; & x_2 x_3 = x_1 x_3 x_4; \\
 x_1 x_4 = x_2 x_3; & x_3 x_4 = x_1 x_2 x_3;
 \end{array}$$

На підставі вивчення ефектів змішування доходимо висновку, що більш ефективно вибрати ГС $x_4 = x_1 x_2 x_3$.

Приклад: Умови експерименту визначені і задані в таблиці 6.3.

Таблиця 6.3 – Умови проведення експерименту

Фактори x_i	Рівні факторів			Інтервал варіювання Δx_i
	-1	0	1	
x_1	200	220	240	20
x_2	3	6	9	3
x_3	40	100	160	60
x_4	1	2	3	1

Для матриці планування вибираємо напіврепліку 2^{4-1} від 2^4 , задану співвідношенням, що генерує $x_4 = x_1 x_2 x_3$. Визначальний контраст $1 = x_1 x_2 x_3 x_4$. Множачи визначальний контраст послідовно на x_1, x_2, x_3, x_4 , визначаємо спільні оцінки лінійних ефектів і ефектів взаємодії (змішання)

$$\begin{array}{l}
 \theta_1 \rightarrow \theta_1 + \theta_{234}; \theta_2 \rightarrow \theta_2 + \theta_{134}; \theta_3 \rightarrow \theta_3 + \theta_{124}; \theta_4 \rightarrow \theta_4 + \theta_{123}; \\
 \theta_{12} \rightarrow \theta_{12} + \theta_{34}; \theta_{13} \rightarrow \theta_{13} + \theta_{24}; \theta_{23} \rightarrow \theta_{23} + \theta_{14};
 \end{array}$$

Матриця планування і результати експериментів наведені в таблиці 6.4.

Обчисливши оцінки коефіцієнтів θ_i , одержимо рівняння регресії:

$$y = 15 - 1.5 x_1 + 4.75 x_2 + 0.75 x_3 + 4.5 x_4 - 0.75 x_1 x_2 + 0.75 x_1 x_3 + 2 x_2 x_3$$

Подальший аналіз проводиться також як і у випадку ПФЕ.

Таблиця 6.4 – Матриця планування

Номер досліджу	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	$x_1x_2 =$ x_3x_4	$x_1x_3 =$ x_2x_4	$x_2x_3 =$ x_1x_4	y
1	+	-	-	-	-	+	+	+	9
2	+	+	-	-	+	-	-	+	15
3	+	-	+	-	+	-	+	-	25
4	+	+	+	-	-	+	-	-	10
5	+	-	-	+	+	+	-	-	14
6	+	+	-	+	-	-	+	-	5
7	+	-	+	+	-	-	-	+	20
8	+	+	+	+	+	+	+	+	26

Матеріали, інструмент, устаткування: комп'ютерний клас, спеціалізований програмний пакет статистичних обчислень.

Порядок проведення роботи.

1 Ознайомитися з коротким зведенням загальних теоретичних положень планування дробових факторних експериментів

2 Виконати свій варіант завдання.

3 Залежно від результату аналізу зробити висновки й оформити звіт про пророблену лабораторну роботу.

Лабораторна робота №7

Методи оптимізації процесу при плануванні

Мета роботи: вивчення основ планування симплексних факторних експериментів.

Загальні теоретичні відомості. Для планування експерименту в «майже стаціонарній області» найбільш ефективні повні або дробовий факторні експерименти. Однак однієї з найпоширеніших дослідницьких задач саме і є перебування цієї області.

Оптимізація процесу – це встановлення області можливого оптимуму і вивчення факторного простору в околиці оптимуму. В експерименті потрібні пошук і рух по поверхні відгуку в область можливого оптимуму.

Пошук оптимальної області звичайно здійснюють методом крутого сходження по поверхні відгуку в напрямку градієнта. У випадку лінійної моделі коефіцієнти регресії пропорційні складового градієнта функції відгуку в околиці нульової точки. Тому коефіцієнти при лінійних членах дають визначене представлення про те, у яких пропорціях варто змінювати фактори для досягнення оптимуму. Потім ставлять серію дослідів у крапках, що лежать на лінії регресії, що виходять множенням кроку варіювання кожного фактора на його коефіцієнт регресії. У результаті такого просування визначають екстремальне значення відгуку. Оскільки рух виконується по градієнті, те пройдений шлях – найкоротший до області оптимуму.

В області отриманого максимального значення функції відгуку процедуру крутого сходження можна повторити. При цьому за основний рівень прийняти максимальне значення функції, отримане на попередньому етапі сходження.

Проводити круте сходження стає недоцільним, коли досліджуваний процес не можна описати лінійним рівнянням, що свідчить про близькість оптимальної (стаціонарної) області. У цьому випадку потрібно або побудувати модель більш високого порядку, або (що простіше і досить ефективно) провести в даній області

кілька багатофакторних експериментів з вибором нульового рівня при такій комбінації факторів, що забезпечує найкращий результат.

Досить ефективним для досягнення «майже стаціонарної області» є і симплексне планування. Симплексом називається найпростіша геометрична фігура, що має в k -мірному просторі $(k + 1)$ -вершину. Для $k = 2$ це трикутник, $k = 3$ – трикутна піраміда і т.д.

Симплекс-план першого порядку включає $(k + 1)$ досвід, поставлений у кожній вершині k -мірного симплекса (k – число факторів), а тому є насиченим.

Якщо, як звичайно, зв'язати значення факторів у кодованому (x_i) і натуральному масштабах (X_i) співвідношеннями:

$$\left. \begin{aligned} x_i &= \frac{X_i - X_{i_0}}{\Delta X_i}; \\ X_i &= X_{i_0} + \Delta X_i x_i; \end{aligned} \right\} \quad (7.1)$$

те оптимальними виявляються плани, зазначені в табл. 7.1. Матриця кожного з цих планів повинна включати також стовпець x_0 , що складається з +1.

При використанні зазначених у таблиці планів розрахунок коефіцієнтів лінійної моделі проводять по рівняннях:

$$b_0 = \frac{\sum_{u=1}^N y_u}{N}; \quad b_i = \frac{\delta_i^2 \sum_{u=1}^N x_{i_u} y_u}{N}; \quad (i = 1, 2, \dots, k). \quad (7.2)$$

Дисперсії коефіцієнтів оцінюють з виражень

$$S_{b_0}^2 = \frac{S_y^2}{N}; \quad S_{b_i}^2 = \frac{\delta_i^2 S_y^2}{N}; \quad (i = 1, 2, \dots, k). \quad (7.3)$$

Дисперсія досвіду S_y^2 приходиться визначати по спеціально поставлених дубльованих досвідах. Статистичну значимість ефектів перевіряють по t -критерії.

Застосування симплексів-планів першого порядку проілюструємо наступним прикладом.

Вивчали різнозернистість штампованих заготовель з нікелевого сплаву ХН77ТЮР у залежності від температур штампування і рекристалізаційного відпалу, а також від режиму наступної зміцненої термічної обробки, усього від $k =$

6 факторів. Було потрібно з'ясувати, які фактори найбільше сильно впливають на величину зерна штапованих заготівель.

Таблиця 7.1 – Симплекси-плани першого порядку для $k = 2, 4, 5$ і 6

k	План						Константи	
2	№	x_1	x_2				$a_{21} = 0,267978$ $a_{22} = 0,732131$ $\delta_i = 1,366025$	
	1	a_{21}	-1					
	2	-1	a_{21}					
	3	a_{22}	a_{22}					
4	№	x_1	x_2	x_3	x_4	$a_{41} = 0,666667$ $a_{42} = 0,707107$ $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 1,290994$ $\delta_4 = 1,224746$		
	1	-1	1	0	$-a_{41}$			
	2	1	0	-1	$-a_{41}$			
	3	0	-1	1	$-a_{41}$			
	4	$-a_{42}$	$-a_{42}$	$-a_{42}$	1			
5	a_{42}	a_{42}	a_{42}	1				
5	№	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$a_{51} = 0,181920$ $a_{52} = 0,384324$ $a_{53} = 0,797596$ $\delta_i = 1,253767$	
	1	a_{52}	-1	-1	1	$-a_{51}$		
	2	-1	-1	1	$-a_{51}$	a_{52}		
	3	-1	1	$-a_{51}$	a_{52}	-1		
	4	1	$-a_{51}$	a_{52}	-1	-1		
	5	$-a_{51}$	a_{52}	-1	-1	1		
6	a_{53}	a_{53}	a_{53}	a_{53}	a_{53}			
6	№	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	$a_{61} = 0,654694$ $a_{62} = 0,591235$ $a_{63} = 0,140923$ $a_{64} = 0,795618$ $\delta_i = 1,256886$
	1	-1	-1	a_{61}	$-a_{62}$	1	a_{63}	
	2	-1	a_{61}	$-a_{62}$	1	a_{63}	-1	
	3	a_{61}	$-a_{62}$	1	a_{63}	-1	-1	
	4	$-a_{62}$	1	a_{63}	-1	-1	a_{61}	
	5	1	a_{63}	-1	-1	a_{61}	$-a_{62}$	
	6	a_{63}	-1	-1	a_{61}	$-a_{62}$	1	
7	a_{64}	a_{64}	a_{64}	a_{64}	a_{64}	a_{64}		

Як план експерименту вибрали симплекс-план першого порядку для $k = 6$ (табл. 7.1).

Основні рівні, інтервали і рівні варіювання факторів, розраховані по формулі (7.1), зазначені в табл. 7.2, план експерименту і результати дослідів – у табл. 7.3. Досліди не дублювали. Допустили, що в даному випадку дисперсія досвіду, визначена раніше за рівнобіжними спостереженнями в аналогічному експерименті, складає $S_y^2 = 0,16$ при числі ступенів волі $f_1 = 10$.

Таблиця 7.2 – Рівні варіювання факторів

Фактори	Температура штампування, °С	Температура ре кристалізації, °С	Температура загартування, °С	Час витримки перед загартуванням, ч	Температура старіння, °С	Час старіння, ч
Код	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	1150	1150	1050	7	650	15
Δ	50	50	50	3	50	5
-1	1100	1100	1000	4	600	10
$-a_{62}$	1120	1120	1020	5,2	620	12
a_{63}	1160	1160	1060	7,4	660	15,7
a_{61}	1180	1180	1080	9	680	18,3
a_{64}	1190	1190	1090	9,4	690	19
1	1200	1200	1100	10	700	20

Таблиця 7.3 – Симплекс-план першого порядку

Номер досвіду	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	y
1	1	-1	-1	0,65	-0,59	1	0,14	4,3
2	1	-1	0,65	-0,59	1	0,14	-1	6,7
3	1	0,65	-0,59	1	0,14	-1	-1	3,5
4	1	-0,59	1	0,14	-1	-1	0,65	7,4
5	1	1	0,14	-1	-1	0,65	-0,59	4,9
6	1	0,14	-1	-1	0,65	-0,59	1	5,8
7	1	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	3,8
b_i	5,2*	-0,98*	0,75*	-0,97*	-0,19	0,90*	0,26	

Коефіцієнти моделі, розраховані по формулах (7.2), приведені в табл. 7.3 (у даному випадку $\delta_1 = 1,257$; $\delta_i^2 = 1,58$). Для перевірки статистичної значимості коефіцієнтів спочатку по формулах (7.3) розраховали їхньої дисперсії

$$S_{b_i}^2 = \frac{1,58 \cdot 0,16}{7} = 0,0361; \quad S_{b_i} = 0,190;$$

$$S_{b_0}^2 = \frac{0,16}{7} = 0,0228; \quad S_{b_0} = 0,151$$

а потім, по формулі $\Delta b_i = t_{\alpha; f_1} S_{b_i}$ визначаємо довірчі інтервали при $\alpha = 0,05$ ($t_{0,05; 10} = 2,23$) (див. додаток II): $\Delta_{b_i} = 0,424$; $\Delta_{b_0} = 0,337$.

Статистично значимі коефіцієнти, що перевищують свої довірчі інтервали, відзначені в табл. 7.3 зірочками.

Аналіз отриманих даних показує, що час витримки як при загартуванні (x_4), так і при старінні (x_6) не впливає на різнозернистість штампованих заготівель. Інші фактори по зростаючому ступені впливу розташувалися в наступний ряд: температури штампування і загартування (x_1 і x_3), температура старіння (x_5) і, трохи в меншому ступені, температура рекристалізації (x_2). Зрозуміло, висновки про вплив факторів справедливі тільки для вивчених інтервалів їхньої зміни.

Слід зазначити основні особливості симплекса-планування і його переваги в порівнянні з іншими методами пошуку оптимуму. Обчислювальний апарат методу простий, не жадає від дослідника спеціальних математичних знань і може бути реалізований як у «ручному», так і в «машинному» варіантах. Застосування методу в промислових умовах особливо ефективно, тому, що симплекс може впливати безупинно за «дрейфуючим» оптимумом. Метод «не боїться» помилок, тому що має властивість самоконтролю. Помилка або грубий промах лише подовжує (скривлять) шлях симплекса, але не відіб'ються на кінцевому результаті.

Ще одним досить ефективним планом для експерименту, що відсіває, є насичені плани дробового факторного експерименту і так названі плани Плакетта-Бермана.

Число дослідів у планах цієї групи кратно чотирьом. Кожен фактор варіюється на двох рівнях $+1$ (+) і -1 (-). Насичені дробові репліки можна застосовувати в задачах з числом факторів k : 3 (2^{3-1} , $N = 4$); 7 (2^{7-4} , $N = 8$); 15 (2^{15-11} , $N = 16$); 31 (2^{31-26} , $N = 32$) і т.д. Плакетт і Берман запропонували ряд ортогональних насичених планів для k : 11 ($N = 12$); 19 ($N = 20$); 23 ($N = 24$); 27 ($N = 28$); 35 ($N = 36$) і деякі інші.

Складати плани зручно за допомогою допоміжної таблиці (табл. 7.4), у якій зазначені перші рядки (умови першого досвіду) кожного з відповідних планів. Правило складання планів наступне: другу і наступні рядки плану одержують зрушенням всіх елементів попереднього рядка на одну позицію вправо (або вліво) і перестановкою останнього (або першого) елемента попереднього рядка на перше (або останнє) місце в даній. Усього цю операцію повторюють $(k - 1)$ раз, у результаті чого виходить матриця $k \times k$. До цієї матриці додають останню $(k + 1)$ -

рядок, елементами якого є знаки мінус. Нарешті, уводять $(k + 1)$ -стовпець фіктивної перемінної x_0 , що складається з одних знаків плюс і необхідний для оцінки величини вільного члена моделі.

Таблиця 7.4 – Комбінації знаків, використовувані для побудови насичених реплік і планів Плакетта–Бермана

Число факторів	Число дослідів	Комбінації знаків		
3	4	+ - +		
7	8	+ + + - + - -		
11	12	+ + - + + + - - - + -		
15	16	+ + + + - + - + + - - + - - -		
19	20	+ + - - + + + + - + - + - - - - + + -		
23	24	+ + + + + - + - + + - - + + - - + - + - - - -		
27	28	A	B	C
		+ - + + + + - - - -	- + - - - + - - - +	+ + - + - + + - +
		+ + - + + + - - - -	- - + + - - + - - -	- + + + + - + + -
		- + + + + + - - - -	+ - - - + - - - + -	+ - + - + + - + +
		- - - + - + + + + +	- - + - + - - - + +	+ - + + + - + - +
		- - - + + - + + + +	+ - - - - + + - - -	+ + - - + + + + -
		- - - - + + + + + +	- + + - - - + - - -	- + + + - + - + +
		+ + + - - - + - + +	- - + - - + - + - -	+ - + + - + + + -
+ + + - - - + + - -	+ - - + - - - - + +	+ + - + + - - + +		
+ + + - - - - + + +	- + - - + - + - - -	- + + - + + + - +		
31	32	- - - - + - + -	+ + + - + + - - - -	+ + + + + - - + +
		- + - - - +		
35	36	- + - + + + - - - -	+ + + + + - + + + +	- - - + - - - - - +
		- + - + + - - + - -		

Складений у такий спосіб план Плакетта—Бермана для $k = 11$ як приклад показаний у табл. 7.5. Цей план містить $N = 12$ дослідів. Тут елементами першого рядка є знаки, узяті з табл. 7.4. У другому рядку вони зрушені вправо, при цьому останній знак першого рядка (-) у другий поставлений на перше місце. Аналогічно складені 11 рядків цієї таблиці. Дванадцятий рядок включає тільки знаки мінус. Стовпець для x_0 не зазначений.

Розглянуті насичені плани є ортогональний і нормованими, тому розрахунок коефіцієнтів ведуть по формулі

$$b_i = \frac{\sum_{u=1}^N x_{iu} y_u}{N}; \quad i = 0, 1, 2, \dots, k \quad (7.4)$$

Таблиця 7.5 – План Плакетта–Бермана для $k = 11$

Номер досвіду	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}
1	+	+	-	+	+	+	-	-	-	+	-
2	-	+	+	-	+	+	+	-	-	-	+
3	+	-	+	+	-	+	+	+	-	-	-
4	-	+	-	+	+	-	+	+	+	-	-
5	-	-	+	-	+	+	-	+	+	+	-
6	-	-	-	+	-	+	+	-	+	+	+
7	+	-	-	-	+	-	+	+	-	+	+
8	+	+	-	-	-	+	-	+	+	-	+
9	+	+	+	-	-	-	+	-	+	+	-
10	-	+	+	+	-	-	-	+	-	+	+
11	+	-	+	+	+	-	-	-	+	-	+
12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

дисперсії оцінок коефіцієнтів вважають по формулі:

$$S_{b_i}^2 = \frac{S_y^2}{N} \quad (7.5)$$

Особливістю насичених планів є відсутність ступенів волі для перевірки адекватності моделі. Зрозуміло, якщо деякі з b_i виявляться статистично незначущими, їх можна виключити з моделі, і тоді з'являється можливість перевірки її адекватності по *F-критерію*. Якщо ж усі коефіцієнти моделі виявляться статистично значимими, то $N = k'$, і по формулі $f_2 = N - k' = 0$.

Важливим у даному випадку є спосіб оцінки дисперсії досвіду S_y^2 . Щоб одержати її, необхідно дублювати досліди. Але дублювати всі досліди плану тут явно недоцільно, оскільки мова йде про експеримент для вибору найбільш істотних факторів, і число дослідів такого експерименту повинне бути мінімальним. Тому досить розумної представляється рекомендація включати в план експерименту кілька фіктивних факторів, переходячи в такий спосіб до іншого насиченому планові. Ефекти фіктивних факторів будуть дорівнювати нулеві тільки в тому випадку, якщо досліди проводяться абсолютно точно. Оскільки цього бути не може, дисперсію неадекватності $S_{неад}^2$ розраховану по формулі:

$$S_{неод}^2 = \frac{\sum_{u=1}^N (y_{u(p)} - y_{u(\theta)})^2}{f_2} \quad (7.6)$$

можна використовувати як оцінку дисперсії досвіду S_y^2 з числом ступенів волі $f_1 = N - k - 1$. У даному випадку формулу для розрахунку S_y^2 можна спростити:

$$S_y^2 = \frac{N \sum_{j=1}^{N-k-1} b_j^2}{N - k - 1} \quad (7.7)$$

де b_j – коефіцієнт регресії при j -м фіктивному факторі (усього таких факторів $N - k - 1$).

Застосування планів Плакетта—Бермана проілюструємо наступним прикладом.

Вивчали відбілення виливків одного типу із сірого синтетичного модифікованого чавуна в залежності від змісту в ньому основних компонентів і домішок, а також умов виплавки і модифікування, усього $k = 15$ факторів (табл. 7.6). Було потрібно з'ясувати, які з факторів, що розглядалися, найбільше сильно впливають на відбілення. У план експерименту було вирішено включити ще чотири фіктивних фактори для оцінки дисперсії досвіду, тому використовували план Плакетта—Бермана для $k = 19$. Цей план, що включає $N = 20$ дослідів, був складений зазначеним вище способом і приведений у табл. 7.6. Там же приведені результати визначення відбілення (у %) по клиновій пробі, як відношення цілком вибіленої частини клина до всієї його висоти. Досліди не дублювали.

Коефіцієнти лінійної моделі вважали по формулі (7.4). Їхні значення зазначені також у табл. 7.6.

Дисперсію S_y^2 підраховували по формулі (7.7):

$$S_y^2 = \frac{20(1^2 + 0,1^2 + 0,6^2 + 1,3^2)}{20 - 15 - 1} = 13,85; \quad S_y = 3,722$$

Перевірили статистичну значимість коефіцієнтів, для чого, розрахувавши по (7.5) дисперсії оцінок коефіцієнтів, побудували їхні довірчі інтервали:

$$S_{b_i}^2 = 13,85 / 20 = 0,6925; \quad S_{b_i} = 0,832;$$

$$f_1 = 20 - 15 - 1 = 4; \quad t_{0,05;4} = 2,78; \quad \Delta_{b_i} = 2,78 \cdot 0,832 = 2,313.$$

Статистично значимі коефіцієнти, тобто ті, для яких виконується умова $|b_i| \geq \Delta_{b_i}$, відзначені в табл. 7.6 зірочками.

Таким чином, залежність відбілення чавуна від вивчених факторів можна в даному випадку описати наступним рівнянням:

$$y = 29,65 + 2,95x_2 + 2,85x_3 + 2,65x_5 - 5,25x_8 - 3,0x_{11} + 5,35x_{12} + 3,65x_{14} + 5,95x_{15} \quad (7.8)$$

Аналіз абсолютних значень і знаків коефіцієнтів цього рівняння дозволяє виділити фактори, що найбільше сильно впливають на відбілення. Серед них у першу чергу слід зазначити x_{15} (кількість модифікатора), x_{12} (тип модифікатора) і x_8 (час розплавлювання). Рівняння (7.8) включає 9 членів і було отримано по 20 досвідам, тому можна перевірити його адекватність. Для цього підрахуємо по (7.6) дисперсію неадекватності. Виявилось, що $S_{неад}^2 = 231,4/(20-9) = 21,04$; $f_2 = 8$.

Розрахункове значення *F*-критерію по (4.12): $F^{расч} = 21,04/13,85 = 1,52$, що менше $F^{таб} = 5,93$ при $\alpha = 0,05$, $f_2 = 11$ і $f_1 = 4$ (див. додаток V). Отже, при 5%-ном рівні значимості модель можна визнати адекватною. Тепер при необхідності цією моделлю можна скористатися для зниження відбілення досліджуваного чавуна

Матеріали, інструмент, устаткування: комп'ютерний клас, спеціалізований програмний пакет статистичних обчислень.

Порядок проведення роботи.

- 1 Ознайомитися з поняттям симплекса.
- 2 Ознайомитися з коротким зведенням загальних теоретичних положень симплекса-планування експериментів.
- 3 Виконати свій варіант завдання.
- 4 Залежно від результату аналізу зробити висновки й оформити звіт про пророблену лабораторну роботу.

ДОДАТКИ

Таблиця 1 - Коротка технічна характеристика моделей деяких карбюраторних двигунів.

№	Варіант показники	МЕМЗ	ВАЗ-	ВАЗ-	УМЗ-	ГАЗ-	Москвич
		958А	2101	21011	451	5204	-412
		1	2	3	4	5	6
1	Номінальна потужність, N_n кВт	36,8	47,1	50,7	52,8	55,0	55,0
2	Номінальна частота обертання колінвалу, n_n , xv^{-1}	4700	5600	5600	4000	2600	5800
3	Число і розташування циліндрів	4-Р	4-Р	4-Р	4-Р	6-Р	4-Р
4	Ступінь стиску	8,4	8,5	8,5	6,7	6,7	8,8
5	Відношення ходу поршня до діаметра циліндра	0,868	0,868	0,836	1,000	1,341	0,854
6	Хід поршня, мм	66	66	66	92	110	70
7	Діаметр циліндра, мм	76	76	79	92	82	82
8	Літраж двигуна, л	1,197	1,197	1,293	2,445	3,484	1,478
9	Середня швидкість поршня при n_n , м/с	10,34	12,32	12,92	12,27	9,53	13,53
10	Максимальний крутний момент, M_k Н-м	80,4	87,3	94,2	166,8	206,0	111,8
11	Частота обертання при N_n , xv^{-1}	3200	3400	3400	2000	1400-1600	3000-3800
12	Мінімальна питома витрата пального, г/(кВт.год)	327	313	307	341	341	307
13	Середній ефективний тиск при N_n , МПа	0,78	0,84	0,84	0,65	0,73	0,77
14	Питома лірова потужність, кВт/л	30,7	39,3	39,2	21,6	15,8	37,2

Продовження таблиці 1

	ВАЗ- 2103	ГАЗ- 2401	ЗМЗ- 2203	ЗМЗ-53	ЗІЛ-130	ЗІЗ-375	ГАЗ-13	ЗІЛ-114
	7	8	9	10	11	12	13	14
1	56,3	62,3	69,7	84,4	110,0	132,0	161,4	220,0
2	5600	4500	4500	3200	3200	3200	420	440
3	4-Р	4-Р	4-Р	8-	8-V	8-V	8-	8-V
4	8,5	6,7	8,2	6,7	6,5	6,5	8,5	9,5
5	1,053	1,000	1,000	0,869	0,950	0,880	0,880	0,880
6	80	92	92	80	95	95	88	95
7	76	92	92	92	100	108	100	108
8	1,451	2,445	4,445	4,252	5,966	6,950	5,526	6,959
9	14,93	13,80	13,80	8,53	10,13	10,13	12,32	13,93
10	105,9	171,4	186,4	284,5	402,2	466,0	451,3	559,2
11	3500	2200- 2400	2200- 2400	2000- 2200	1800- 2000	1800- 2000	2500- 2600	2700- 2900
12	307	307	307	313	327	320	-	293
13	0,83	0,68	0,76	0,74	0,69	0,71	0,83	0,86
14	38,9	25,5	28,5	19,8	18,4	19,0	29,2	31,6

Таблиця 2 - Коротка технічна характеристика моделей деяких дизельних двигунів.

№	Варіанти Показники	Д-20	Д-37М	Д-50	СМД-14	А-41	Д-130
		1	2	3	4	5	6
1	Номінальна потужність, N_n , кВт	14,7	29,4	36,8	55,2	66	103
2	Номінальна частота обертання колін валу. n_n , хв.^{-1} .	1800	1600	1600	1700	1750	1070
3	Число і розміщення циліндрів	1	4-Р	4-Р	4-Р	4-Р	4-Р
4	Ступінь стиску	1	16	16	17	16,5	14
5	Відношення ходу поршня до діаметра циліндра	1,120	1,143	1,137	1,66	1,077	1,41
6	Хід поршня, мм	140	120	125	140	140	205
7	Діаметр циліндра	125	105	110	120	130	145
8	Літраж двигуна, л	1,72	4,15	4,75	6,33	7,43	13,53
9	Середня швидкість поршня при n_n , м/с	8,4	6,4	6,7	7,93	8,17	7,31
10	Максимальний крутний момент, M_k , Нм	90	211	245	356	411,6	1001
11	Частота обертання при N_n , хв.^{-1}	1400	1200	1000	1300	1100-1300	880
12	Мінімальна питома втрата пального, г/(кВт.год)	279	252	265	265	252	238
13	Середній ефективний тиск при N_n , МПа	0,570	0,532	0,581	0,616	0,597	0,854
14	Питома літрова потужність, кВт/л	8,55	7,09	7,74	8,72	8,88	7,61

Продовження таблиці 2

	Д.160	СМЦ-60	СМД62	СМД-72	ЯМЗ-23	ЯМЗ-2384Б	ЯМЗ.240	КамАЗ-740
	7	8	9	10	11	12	13	14
1	118	118	129	158	132,4	151,8	254,8	154,4
2	1250	2000	2100	2100	2100	1700	2100	2600
3	4-Р	6-V	6-V	6-V	6-V	8-V	12-V	8-V
4	14	15	15	14,5	16,5	16,5	16,5	17
5	1,41	0,885	0,885	0,885	1,077	1,077	1,077	1,0
6	205	115	115	115	140	140	140	120
7	145	130	130	130	130	130	130	120
8	13,53	9,15	9,15	9,15	11,14	14,86	22,29	10,85
9	8,54	767	8,05	8,05	9,8	7,9	9,8	10,4
10	1030	648	675	790	667	-	1942	636
11	950	1450-1650	1450-1650	1450-1650	1300-1500	-	1300-1500	1400-165
12	238	244	244	244	238	238	238	224
13	0,837	0,774	0,806	0,987	0,679	0,769	0,579	0,058
14	8,72	12,90	14,09	17,27	11,89	10,89	11,88	14,2

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Серета Б.П. Оптимізація процесів ОМТ. – Учбовий посібник, Видавництво ЗДІА, Запоріжжя, 2006. – 150 с.
2. Серета Б.П., Кругляк І.В., Белоконь Ю.О. Оптимізація процесів ОМТ. – Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи. – Видавництво ЗДІА, Запоріжжя, 2006. – 80 с.
3. Оптимізація процесів обробки металів тиском. Методичні вказівки до лабораторних робіт для студентів ЗДІА, спеціальностей ОМТ / Укладачі: Б.П. Серета, І.В. Кругляк, Ю.О. Белоконь. – Запоріжжя: ЗДІА, 2010. – 80 с.
4. Серета Б.П. Обробка металів тиском. Навч. посібник. Запоріжжя: видавництво ЗДІА, 2005. – 243 с.
5. Серета Б.П. Теория строения жидкого, кристаллического и аморфного состояния вещества. Учеб. Пособие. Запорожье: изд-во ЗГИА, 2003. – 206 с.
6. Новик Ф.С., Арсов Я.Б. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов. М.: Машиностроение, 1980. – 304 с.
7. А.Н. Скороходов, П.И. Полухин, Б.М. Илюкович и др. Оптимизация прокатного производства. М.: Metallurgy, 1983. – 432 с.
8. Черчмен У., Акоф Р., Арноф Л. Введение в исследование операции: Пер. с англ. М.: Наука, 1978. – 527 с.
9. Робертс С. Динамическое программирование в процессах химической технологии: Пер. с англ. М.: Мир, 1975. – 480 с.
10. Горский Л.К. Статические алгоритмы исследования надежности. М.: Наука, 1980. – 540 с.
11. Вагнер Г. Основы исследования операции. Т.1: Пер. с англ. М.: Мир, 1982. – 516 с.
12. Грудев А.П. Внешнее трение при прокатке. М.: Metallurgy, 1973. – 380 с.
13. Думлер С.А. Управление производством и кибернетика. М.: Машиностроение, 1981. – 421 с.

14. Ройтбурд Л.Н. и др. Математические методы. М.: Metallurgy, 1982. – 296 с.
15. Чекмарев А.П., Мутьев М.С., Машковцев Р.А. Калибровка прокатных валков. М.: Metallurgy, 1971. – 510 с.
16. Тригубенко В.В. Что такое исследование операции. М.: Экономика, 1976. – 508 с.
17. Пропой А.И. Элементы теории оптимальных дискретных процессов. М.: Наука, 1983. – 219 с.
18. Крейншлин Н.Н. Расчет обжатий при прокатке. М.: Metallurgy, 1973, – 380 с.
19. Шевченко К. Н. Основы математических методов в теории обработки металлов давлением. – М.: Высшая школа, 1970. – 352 с.
20. Андерсон О., Дж. Таннехилл, Р. Плетчер. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. – М.: Мир, 1990. – 724 с.
21. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
22. Годунов С. К., Рябенский В. С. Разностные схемы. Введение в теорию. – М.: Наука, 1977. – 439 с
23. Кузьмин В. В. Математическое моделирование технологических процессов сборки и механической обработки изделий машиностроения: учебник для вузов / В. В. Кузьмин [и др.]. Москва: Высшая школа, 2008. 279 с.
24. Ашихмин В. Н. Введение в математическое моделирование: учебное пособие / В. Н. Ашихмин [и др.]; под ред. П. В. Трусова. Москва: ЛОГОС, 2005. 440 с.
25. Советов Б. Я. Моделирование систем: учебник для вузов / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. 3-е изд., перераб и доп. Москва: Высшая школа, 2001. 343 с.
26. Зобнин Б. Б. Моделирование систем: конспект лекций / Б. Б. Зобнин. Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 2001. 129 с.

27. Дьяконов В. П. Новые информационные технологии: учебное пособие / В. П. Дьяконов [и др.]; под ред. В. П. Дьяконова. Москва: СОЛОНПресс, 2005. 640 с.
28. Саблина Н. Г. Информационные технологии: конспект лекций: в 2 частях / Н. Г. Саблина, Г. М. Черногородова. Екатеринбург: Изд-во УГТУ – УПИ, 2001. Ч. 2. 119 с.
29. Дулов В. Г. Математическое моделирование в современном естествознании: учебное пособие / В. Г. Дулов, В. А. Цибаров; под ред. В. Г. Дулова. Санкт-Петербург: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2001. 244 с.
30. Зарубин В. С. Математическое моделирование в технике: учебник для вузов / В. С. Зарубин [и др.]; под ред. В. С. Зарубина. Москва: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. 496 с.
31. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. Москва: Наука, 1972. 830 с.
32. Спириин Н. А. Методы планирования и обработки результатов инженерного эксперимента: учебное пособие / Н. А. Спириин [и др.]; под ред. Н. А. Спирина; ГОУ ВПО УГТУ – УПИ. Екатеринбург, 2003. 260 с.
33. Рогов В. А. Методика и практика технических экспериментов: учебное пособие / В. А. Рогов. Москва: Академия, 2005. 288 с.
34. Дрейпер Н. Прикладной регрессионный анализ: перевод с английского / Н. Дрейпер, Г. Смит. 3-е изд. Москва: Вильямс, 2007. 912 с.
35. Адлер Ю. П. Теория эксперимента: прошле, настоящее, будущее / Ю. П. Адлер, Ю. В. Грановский, Е. В. Макарова. Москва: Знание, 1982. 64 с.
36. Цирлин А. М. Оптимальное управление технологическими процессами / А. М. Цирлин. Москва: Энергопромиздат, 1986. 400 с.
37. Ногин В. Ю. Основы теории оптимизации / В. Ю. Ногин, И. О. Протодьяконов, И. И. Евлампиев. Москва: Высшая школа, 1986. 384 с.
38. Фрумкин А.К. Рабочие процессы и расчет автомобиля. Тормозное управление.- М.: МАДИ, 1979.- 79 с.

39. Конспект лекцій з дисципліни «Моделювання технологічних процесів підприємств автомобільного транспорту» для підготовки магістрів з спеціальності 8.090258 «Автомобілі й автомобільне господарство» денної та заочної форми навчання / Укладач. д.т.н., професор Скорняков Е.С.Дніпродзержинськ, ДзДТУ, 2013 р., - 66 с.

40. Моделирование технологических процессов: конспект лекций/В.А Шерезанов. Екатеринбург: Изд-во.Рос.проф.-пед.ун-та, 2010.-66с.

Методичні вказівки до лабораторних занять з дисципліни «Моделювання технологічних та фізичних процесів» освітньо-наукової програми третього рівня (підготовка докторів філософії) вищої освіти зі спеціальності 274 «Автомобільний транспорт».

Укладач: Б.П.Середа, д.т.н., професор

51918, м. Кам'янське, вул.Дніпробудівська, 2

Підписано до друку

Формат 80/34 1/16 Обсяг

Тираж екз. Замовлення _____

